2019 北京交大附中高二（上）期中

数　　学

2019.11

命题人：王越男　董建新　　审题人：杨冰心

说明：本试卷共 4 页，共 120 分。考试时长 90 分钟。

一、选择题（共 10 小题，每题 4 分）

1. 椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$的焦点坐标是（）

A. （$\pm2,0$）　　B. （0，±2）　　C. （$\pm\sqrt{5}$，0）　　D. （0，$\pm\sqrt{5}$）

2. 如果 a, b, c, ∈R，a>b，那么下列不等式成立的是（）

A. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　B. $a^2>b^2$　　C. $\frac{a}{c^2+1}>\frac{b}{c^2+1}$　　D. $a|c|>b|c|$

3. S_n是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，如果$a_4+a_{11}=10$，那么$S_{14}=$（）

A. 210　　B. 200　　C. 140　　D. 70

4. 等比数列$\{a_n\}$中，已知$a_1+a_2=4$，$a_3+a_4=12$，那么$a_7+a_8=$（）

A. 108　　B. 36　　C. 32　　D. 28

5. 若焦点在 x 轴上的椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{m}=1$（m>0）的离心率为$\frac{1}{2}$，则实数 m 等于（）

A. 3　　B. 1　　C. 2　　D. 16

6. 已知F_1，F_2为椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$的两个焦点，过$F_1$的直线交椭圆于 A，B 两点，$|AB|=8$，$|AF_2|+|BF_2|=$（）

A. 2　　B. 10　　C. 12　　D. 14

7. 设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，若$S_n=n^2$，则数列$\{a_n\}$的通项公式等于（）

A. 2n−1　　B. 3n−2　　C. 2n　　D. 2n+1

8. 设F_1，F_2分别是椭圆E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点，$AF_2\perp x$轴，若$|AF_1|$，$|AF_2|$，$|F_1F_2|$成等差数列，则椭圆的离心率为（）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{9}$　　C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

9. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列，若$a_9+3a_{11}<0, a_{10}\cdot a_{11}<0$，且数列$\{a_n\}$的前 n 项和$S_n$有最大值，那么当$S_n$取得最小正值时，n 等于（）

A. 20　　B. 17　　C. 19　　D. 21

10. 古希腊人常用小石子在沙滩上摆成各种形状来研究数，例如：

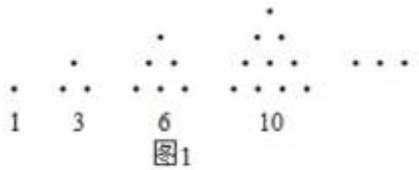


图1

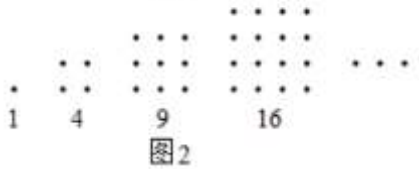


图2

他们研究过图 1 中的 1, 3, 6, 10，・・・，由于这些数能够表示成三角形，将其称为三角形数；类似地，称图 2 中的 1, 4, 9, 16・・・这样的数为正方形数。下列数中既是三角形数又是正方形数的是（）

A. 289　　B. 1024

B. C. 1225　　D. 1378

二、填空题（共 8 小题，每题 4 分）

11. 不等式$x^2-2x-3<0$的解集为_____.

12. 函数$y=x+\frac{16}{x}(x>0)$的最小值是_____，此时 x=_____.

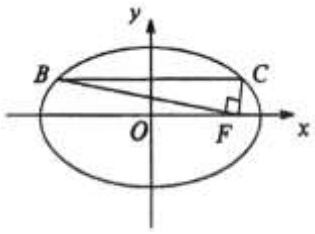
13. 已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$,公差 d≠0,且a_1,a_2,a_5成等比数列，则 d=_____.

14. 在数列$\{a_n\}$中，设$a_1=2019,a_2=2018,a_{n+1}=a_{n+1}-a_n,n\in N^*$，则$a_{2019}$=_____.

15. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，若等边$\triangle F_1F_2P$的一个顶点 P 在椭圆 C 上，则椭圆 C 的离心率为_____.

16. 设公比为 q(q>0)的等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，若$S_2=3a_2+2,S_4=3a_4+2$,则 q=_____.

17. 如图所示，在平面直角坐标系 xOy 中，F 是椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点，直线$y=\frac{b}{2}$与椭圆交于 B，C 两点，且∠BFC=90°，则该椭圆的离心率是_____.



18. 在平面直角坐标系中，当 P（x,y）不是原点时，定义 P 的“伴随点”为$P'(\frac{y}{x^2+y^2},\frac{-x}{x^2+y^2})$，当 P 是原点时，定义“伴随点”为它自身，现有下列命题：

① 若点 A 的“伴随点”是点 A’，则点 A’的“伴随点”是点 A

② 单位圆上的“伴随点”还在单位圆上

③ 若两点关于 x 轴对称，则他们的“伴随点”关于 y 轴对称

④ 若三点在同一条直线上，则他们的“伴随点”一定共线

其中的真命题是_____.

三、解答题（共 4 小题，19 题 15 分，20 题 12 分，21 题 13 分，22 题 8 分）

19. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，且$a_2=-5$，$S_5=-20$

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求使不等式$S_n>a_n$成立的 n 的最小值；

（3）设$c_n=a_n+2^n$,求$\{c_n\}$的前 n 项和T_n

20. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$，过$F_1$的直线 l 交椭圆 C 于 A，B 两点，△A$F_2B$的周长为$4\sqrt{3}$

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）若直线 l 的斜率为$\sqrt{2}$，求$|AB|$

21. 已知椭圆$G:\frac{x^2}{2}+y^2=1$，过点 M（-2,0）的直线 l 与椭圆 G 交于不同的两点 A，B.

（1）求椭圆 G 的离心率；

（2）当$k=\frac{1}{2}$时，求△ABO 的面积；

（3）若点 B 关于 x 轴的对称点为 B’，求线段 AB’长度的取值范围.

22. 若数列$\{a_n\}$中，存在某项$a_k(k\geq 2，k\in N^*)$与其之前的某项相同，则称a_k具有性质 P.

（1）若数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，且对于任意的整数 n≥2，存在 1≤i≤n-1，$i\in N^*$，使得$a_n=2a_i$，若a_4具有性质 P，则a_4的所有可能值为 ；

（2）若数列$\{a_n\}$满足$a_1=a$，且对于任意的整数 n≥2，存在 1≤i≤n-1，$i\in N^*$，使得$a_n=a_i+d$.

①数列$\{a_n\}$中不存在满足性质 P 的项，求证：数列$\{a_n\}$为等差数列.

②若数列$\{a_n\}$中恰有三项$a_p，a_q,a_m(p<q<m,p,q,m\in N^*)$具有性质 P，这三项之和为 75，且满足 a=1，d=2，求数列$\{a_n\}$的前 m 项之和S_n的最小值.