对外经济贸易大学附属中学2021级高二年级第二学期期中质量监测试卷

数　　学

（满分120分，考试时间120分钟．命题人：王 雪　　审核： 高二数学组）

第Ⅰ卷（选择题）

一、单选题（每小题5分，共计50分）

1．已知集合 $A=\{x\in N\mid x<4\}$，$B=\{x\mid -3<x<3\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{1,2\}$　　B．$\{0,1,2\}$　　C．$\{-3,4\}$　　D．$\{-3,3\}$

2．若 $a,b,c\in\mathbf{R}$ 且 $a>b>c$，则下列不等式一定成立的是

A．$a-b>b-c$　　B．$a+b>2c$　　C．$ac>bc$　　D．$a^2>b^2>c^2$

3．从4名高一学生和5名高二学生中，选3人参加社区垃圾分类宣传活动，其中至少有1名高二学生参加宣传活动的不同选法种数为

A．50　　B．70　　C．80　　D．140

4．设 $x\in\mathbf{R}$，则“$2-x\geq 0$”是“$x^2-2x\leq 0$”的

A．必要不充分条件　　B．充分不必要条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．函数 $y=\dfrac{1}{x-3}+x(x>3)$ 的最小值为（　　）

A．5　　B．3　　C．2　　D．-5

6．定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递减，且 $f(2)=0$，则不等式 $xf(x-1)>0$ 的解集为（

A．$(-\infty,0)\cup(3,+\infty)$　　B．$(-\infty,-1)\cup(0,3)$　　C．$(-2,0)\cup(0,2)$　　D．$(-3,0)\cup(0,3)$

7．若二项式 $\left(x^2+\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的展开式中含有常数项，则 n 可以取（　　）

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

8. 将一枚质地均匀的硬币连续抛掷4次，记 X 为"正面朝上"出现的次数，则随机变量 X 的方差 $D(X)=$

A. 2　　B. 1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{4}$

9. 已知 $a>0$，若函数 $f(x)=\begin{cases}ax^2-x, x\le 1\\ a^{x-1}-1, x>1\end{cases}$ 有最小值，则实数 a 的取值范围是

A. $(1,+\infty)$　　B. $(\frac{1}{2},+\infty)$　　C. $[\frac{1}{2},+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

10. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$，对 $x_0\in\mathbf{R}$，若存在 $\delta>0$，对任意的 $x\in(x_0-\delta,x_0)\cup(x_0,x_0+\delta)$，

有 $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}<f'(x_0)$ 恒成立，则称 x_0 为函数 $f(x)$ 的"特异点"．函数 $f(x)=\begin{cases}-xe^{x+1}, & x\le 0,\\ x^2-2x, & x>0\end{cases}$ 在其

定义域上的"特异点"个数是

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

第 II 卷（非选择题）

二、填空题（每小题 5 分，共计 30 分）

11. 命题"$\forall x\in\mathbf{R}$，$x+|x|\ge 0$"的否定是________．

12. 已知 $a=\log_2 e$，$b=\ln 2$，$c=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$，则 a,b,c 按从大到小排列为________．

13. 为了唤起全民对睡眠重要性的认识，国际精神卫生组织于 2001 年发起了一项全球性的活动——将每年的 3 月 21 日定为"世界睡眠日"．现从某中学初一至高三学生中随机抽取部分学生进行睡眠质量调查，采用睡眠质量指数量表统计结果如下：

性别	人数	睡眠质量好	睡眠质量一般	睡眠质量差
男	220	99	90	31
女	250	50	120	80
合计	470	149	210	111

假设所有学生睡眠质量的程度是相互独立的．以调查结果的频率估计概率，现从该中学男生和女生中各随机抽取 1 人，二人中恰有一人睡眠质量好的概率是________．

14. 已知 $(2-x)^7=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_7x^7$，则 $a_1+a_2+\cdots+a_7=$________（用数字作答）

15. 函数$f(x)=|2x-1|-2\ln x$的最小值为______

16. 下列命题中，正确的命题的序号为______：

①已知随机变量服从二项分布$B(n,p)$，若$E(X)=30$，$D(X)=20$，则$p=\frac{2}{3}$；

②将一组数据中的每个数据都加上同一个常数后，方差恒不变；

③设随机变量ξ服从正态分布$N(0,1)$，若$P(\xi>1)=p$，则$P(-1<\xi\le 0)=\frac{1}{2}-p$；

④某人在10次射击中，击中目标的次数为X，$X\sim B(10,0.8)$，则当$X=8$时概率最大.

三、**解答题（本大题共5个小题，共计70分）解答题应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

17.（本小题14分）

第24届冬季奥林匹克运动会于2022年2月4日在北京、张家口盛大开幕. 为保障本届冬奥会顺利运行，共招募约2.7万人参与赛会志愿服务. 赛会共设对外联络服务、竞赛运行服务、媒体运行与转播服务、场馆运行服务、市场开发服务、人力资源服务、技术运行服务、文化展示服务、赛会综合服务、安保服务、交通服务、其他共12类志愿服务.

（Ⅰ）甲、乙两名志愿者被随机分配到不同类志愿服务中，每人只参加一类志愿服务. 已知甲被分配到对外联络服务，求乙被分配到场馆运行服务的概率是多少？

（Ⅱ）已知来自某中学的每名志愿者被分配到文化展示服务类的概率是$\frac{1}{10}$，设来自该中学的2名志愿者被分配到文化展示服务类的人数为ξ，求ξ的分布列与期望.

（Ⅲ）2.7万名志愿者中，18－35岁人群占比达到95%，为了解志愿者对某一活动方案是否支持，通过分层抽样获得如下数据：

	18－35岁人群		其它人群	
	支持	不支持	支持	不支持
方案	90人	5人	1人	4人

假设所有志愿者对活动方案是否支持相互独立. 将志愿者支持方案的概率估计值记为p_0，去掉其它人群志愿者，支持方案的概率估计值记为p_1，试比较p_0与p_1的大小.（结论不要求证明）

18.（本小题 13 分）

设函数 $f(x)=e^x-kx-1$，$x\geqslant 0$，$k\in\mathbf{R}$.

(Ⅰ)求 $f(x)$ 的单调递增区间；

(Ⅱ)当 $k=1$，$a\leqslant\dfrac{1}{2}$ 时，求证：$f(x)\geqslant ax^2$.

19.（本小题 15 分）

某工厂生产的 10 件产品中，有 8 件优等产品，2 件不合格产品.

(Ⅰ)若从这 10 件产品中不放回地抽取两次，每次随机抽取一件，求第二次取出的是不合格产品的概率；

(Ⅱ)若从这 10 件产品中随机抽取 3 件，设抽到的不合格产品件数为 X，求 X 的分布列和数学期望；

(Ⅲ)某工作人员在不知情的情况下，从这 10 件产品中随机抽取了 3 件产品销售给了下级经销商. 现该工厂针对 3 件已销售产品中可能出现的不合格产品，提出以下两种处理方案：

方案一 将不合格产品返厂再加工，不合格产品的再加工费用为每件 200 元，所有返厂产品的运输费用为一次性 80 元；

方案二 将不合格产品就地销毁，每件不合格产品损失成本 300 元.

若以返厂再加工费用与运输费用之和的期望值为决策依据，要使损失最小，应选择哪种方案处理不合产品？

20.（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=e^{ax}-x$.

(Ⅰ)当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

(Ⅱ)求 $f(x)$ 的极值；

(Ⅲ)若存在 $x_1,x_2\in[-1,1]$，使得 $f(x_1)\cdot f(x_2)\geq 9$，求 a 的取值范围.

21.（本小题 13 分）

若函数 $f(x)$ 满足：存在非零实数 T，对任意定义域内的 x，有 $f(Tx)=f(x)+T$ 恒成立，则称 $f(x)$ 为 T 函数.

(Ⅰ)求证：常数函数 $f(x)=c$ 不是 T 函数；

(Ⅱ)若关于 x 的方程 $\log_a x-x=0(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 有实根，求证：函数 $g(x)=\log_a x$ 为 T 函数；

(Ⅲ)如果函数 $f(x)$ 为 T 函数，那么 $f^2(x)$ 是否仍为 T 函数？请说明理由.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。