延庆区 2020-2021 学年第二学期期中考试

高二数学

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．（6 分）已知全集 $U=R$，集合 $A=\{x|x+1<0\}$，$B=\{x|x-4\le 0\}$，则 $\complement_U(A\cup B)=$（　　）

A．$\{x|x<-1\}$　　B．$\{x|x\le 4\}$　　C．$\{x|x\ge -1\}$　　D．$\{x|x>4\}$

2．（6 分）计算 $(1-i)^2=$（　　）

A．$2i$　　B．$-2i$　　C．$2-i$　　D．$2+i$

3．（6 分）已知点 $A(0,1)$，$B(1,2)$，向量 $\overrightarrow{AC}=(2,3)$，则向量 $\overrightarrow{BC}=$（　　）

A．$(1,2)$　　B．$(-1,-2)$　　C．$(3,6)$　　D．$(-3,-5)$

4．（6 分）复数 $z=\dfrac{i}{1+i}$ 在复平面上对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

5．（6 分）已知函数 $f(x)$ 的定义域为 **R**，则"$f(-1)=f(1)$"是"$f(x)$ 为偶函数"的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．（6 分）圆 $x^2+y^2+2x-4y+3=0$ 的圆心到直线 $x+y=0$ 的距离为（　　）

A．2　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C．1　　D．$\sqrt{2}$

7．（6 分）对任意实数 x，都有 $\log_a(e^x+4)\ge 1$（$a>0$ 且 $a\ne 1$），则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$(0,\dfrac{1}{4})$　　B．$(1,4)$　　C．$(1,4]$　　D．$[4,+\infty)$

8．（6 分）已知函数 $f(x)=\sin x-\cos x$，$g(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，则下列结论中错误的是（　　）

A．函数 $f(x)$ 的值域与 $g(x)$ 的值域相同

B．若 x_0 是函数 $f(x)$ 的极值点，则 x_0 是函数 $g(x)$ 的零点

C．把函数 f（x）的图象向右平移$\frac{\pi}{2}$个单位，就可以得到函数 g（x）的图象

D．函数 f（x）和 g（x）在区间（$-\frac{\pi}{4}$，$\frac{\pi}{4}$）上都是增函数

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 6 分，共 24 分.

9．（6 分）若抛物线 $y^2=2px$（$p>0$）的准线经过双曲线 $x^2-y^2=2$ 的一个焦点，则 $p=$_______.

10．（6 分）在△ABC 中，$a=1$，$\angle C=\frac{\pi}{3}$，△ABC 的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{4}$，则 $b=$_______；$c=$_______.

11．（6 分）已知平面α，β和直线 m，给出条件：①m∥α；②m⊥α：③m⊂α；④α∥β；⑤α⊥β．当满足条件_______时，m⊥β.

12．（6 分）已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2ax, & x<1\\ \frac{a\ln x}{x}, & x\geqslant 1\end{cases}$

①当 $x<1$ 时，若函数 f（x）有且只有一个极值点，则实数 a 的取值范围是_______；

②若函数 f（x）的最大值为 1，则 $a=$_______.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 78 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

13．（15 分）已知$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是等比数列，且 $a_1=-5$，a_2+5，a_3+3，a_4+1 成等比数列，$b_1=a_4$，$b_2b_4=a_8$.

（I）求$\{a_n\}$的通项公式和$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n 及 S_n 的最小值；

（II）求和：$b_1+b_3+b_5+\ldots\ldots+b_{2n-1}$.

14．（16 分）已知函数 f（x）$=a-2\sin x$（$\sin x-\cos x$）的图象经过点（$\frac{\pi}{2}$，-1）.

（I）求 a 的值，并求函数 f（x）的单调递增区间；

（II）当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$时，不等式 f（x）$\leq m$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

15. （15 分）为迎接 2022 年冬奥会，北京市组织中学生开展冰雪运动的培训活动，并在培训结束后对学生进行了考核．记 X 表示学生的考核成绩，并规定 $X\geq 60$ 为考核合格．为了了解本次培训活动的效果，在参加培训的学生中随机抽取了 30 名学生的考核成绩，并作成如图茎叶图：

（I）请根据图中数据，写出该考核成绩的中位数、众数，若从参加培训的学生中随机选取 1 人，估计这名学生考核为合格的概率；

（II）从图中考核成绩满足 $X\in[60，69]$ 的学生中任取 3 人，设 Y 表示这 3 人中成绩满足 $|X-70|\leq 6$ 的人数，求 Y 的分布列和数学期望．

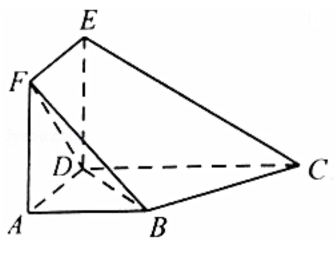
5	0	1	1	6				
6	0	1	4	3	3	5	8	
7	2	3	7	6	8	7	1	7
8	1	1	4	5	2	9		
9	0	2	1	3	0			

16. （16 分）如图，正方形 $ADEF$ 与梯形 $ABCD$ 所在的平面互相垂直，已知 $AB/\!/CD$，$AD\perp CD$，$AB=2AD=\frac{1}{2}CD=2$．

（I）求证：$BF/\!/$平面 CDE；

（II）求平面 BDF 与平面 CDE 所成锐二面角的余弦值；

（III）线段 EC 上是否存在点 M，使得平面 $BDM\perp$平面 BDF？若存在，求出$\frac{EM}{EC}$的值；若不存在，说明理由．



17. （16 分）已知函数 $f（x）=2ex-2e^x$，$g（x）=x-\frac{2e^x}{ex}$．

（I）求曲线 $y=f（x）$在点（1，f（1））处的切线方程；

（II）求曲线 $y=f（x）$的最值；

（III）求证：$g（x）<0$ 对任意的 $x\in（0，+\infty）$成立．

参考答案

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 【分析】可以求出集合 A，B，然后进行并集和补集的运算即可.

【解答】解：$\because A=\{x|x<-1\}$，$B=\{x|x\leq 4\}$，$U=R$，

$\therefore A\cup B=\{x|x\leq 4\}$，$\complement_U(A\cup B)=\{x|x>4\}$.

故选：D.

【点评】本题考查了描述法的定义，并集和补集的运算，考查了计算能力，属于基础题.

2. 【分析】利用复数的运算法则即可得出.

【解答】解：$(1-i)^2=-2i$，

故选：B.

【点评】本题考查了复数的运算法则，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

3. 【分析】直接利用向量的减法和向量的坐标运算的应用求出结果.

【解答】解：设 $C(x, y)$，

所以$\overrightarrow{AC}=(x, y-1)=(2, 3)$，

整理得 $x=2$，$y=4$，

由于$\overrightarrow{AB}=(1, 1)$

所以$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=(1, 2)$

故选：A.

【点评】本题考查的知识要点：向量的减法的应用，向量的坐标运算的应用，主要考查学生的运算能力和转换能力及思维能力，属于基础题型.

4. 【分析】首先进行复数的除法运算，分子和分母同乘以分母的共轭复数，分母根据平方差公式得到一个实数，分子进行复数的乘法运算，得到最简结果，写出对应的点的坐标，得到位置.

【解答】解：$\because z=\dfrac{i}{1+i}=\dfrac{i(1-i)}{1-i^2}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$，

∴复数 z 在复平面上对应的点位于第一象限．

故选：A．

【点评】本题考查复数的乘除运算，考查复数与复平面上的点的对应，是一个基础题，在解题过程中，注意复数是数形结合的典型工具．

5．【分析】$f(x)$ 为偶函数$\Rightarrow f(-1)=f(1)$，反之不成立，可举例说明．

【解答】解：$f(x)$ 为偶函数$\Rightarrow f(-1)=f(1)$，反之不成立，可能 $f(-2)\neq f(2)$．

∴"$f(-1)=f(1)$"是"$f(x)$ 为偶函数"的必要不充分条件．

故选：B．

【点评】本题考查了函数的奇偶性、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

6．【分析】由圆的方程可得圆心坐标，由点到直线的距离公式，求出圆心到直线的距离．

【解答】解：由圆 $x^2+y^2+2x-4y+3=0$ 可得圆心坐标为：$(-1,2)$，

所以圆心到直线 $x+y=0$ 的距离为 $d=\frac{|-1+2|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

故选：B．

【点评】本题考查直线与圆的位置关系及点到直线的距离公式，属于基础题．

7．【分析】由题意可得 $a>1$ 且 $a\leq e^x+4$ 对任意实数 x 都成立，根据指数函数的性质即可求出．

【解答】解：对任意实数 x，都有 $\log_a(e^x+4)\geq 1$，

且 $e^x+4>4$，

所以 $a>1$ 且 $a\leq e^x+4$ 对任意实数 x 都成立，

所以 a 的取值范围是 $1<a\leq 4$．

故选：C．

【点评】本题考查了指数的运算性质和函数恒成立问题，是基础题．

8．【分析】求出函数 $f(x)$ 的导函数 $g(x)$，再分别判断 $f(x)$、$g(x)$ 的值域、极值点和零点，图象平移和单调性问题．

【解答】解：函数 $f(x)=\sin x-\cos x$，∴$g(x)=f'(x)=\cos x+\sin x$，

对于 A，$f(x)=\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})$，$g(x)=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$，两函数的值域相同，都是$[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$，$A$ 正确；

对于 B，若 x_0 是函数 $f(x)$ 的极值点，则 $x_0+\frac{\pi}{4}=k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$；

解得 $x_0=k\pi+\frac{\pi}{4}$，$k\in\mathbf{Z}$；，

$g(x_0)=\sqrt{2}\sin(k\pi+\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4})=0$，

∴x_0 也是函数 $g(x)$ 的零点，B 正确；

对于 C，把函数 $f(x)$ 的图象向右平移$\frac{\pi}{2}$个单位，

得 $f(x-\frac{\pi}{2})=\sin(x-\frac{\pi}{2})-\cos(x-\frac{\pi}{2})=-\cos x-\sin x\neq g(x)$，∴$C$ 错误；

对于 D，$x\in(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4})$时，$x-\frac{\pi}{4}\in(-\frac{\pi}{2},0)$，$f(x)$ 是单调增函数，

$x+\frac{\pi}{4}\in(0,\frac{\pi}{2})$，$g(x)$ 也是单调增函数，D 正确．

故选：C．

【点评】本题考查了三角函数的图象与性质的应用问题，也考查了导数的应用问题，是中档题．

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 6 分，共 24 分．

9．【分析】先求出 $x^2-y^2=1$ 的左焦点，得到抛物线 $y^2=2px$ 的准线，依据 p 的意义求出它的值．

【解答】解：双曲线 $x^2-y^2=2$ 的左焦点为（﹣2，0），故抛物线 $y^2=2px$ 的准线为 $x=-2$，

∴$\frac{P}{2}=2$，∴$p=4$，

故答案为：4．

【点评】本题考查抛物线和双曲线的简单性质，以及抛物线方程 $y^2=2px$ 中 p 的意义，属于基础题．

10．【分析】由已知利用三角形的面积公式可求 b 的值，进而根据余弦定理可求 c 的值．

【解答】解：∵在△ABC 中，$a=1$，$\angle C=\frac{\pi}{3}$，△ABC 的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times1\times b\times\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$b=3$

∴$c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos C}=\sqrt{1+9-2\times1\times3\times\frac{1}{2}}=\sqrt{7}$．

故答案为：3，$\sqrt{7}$.

【点评】本题主要考查了三角形的面积公式，余弦定理在解三角形中的应用，考查了转化思想，属于基础题.

11. 【分析】由于当一条直线垂直于两个平行平面中的一个时，此直线也垂直于另一个平面，结合所给的选项可得$m\perp\beta$时，应满足的条件.

【解答】解：由于当一条直线垂直于两个平行平面中的一个时，此直线也垂直于另一个平面，

结合所给的选项，故由②④可推出 $m\perp\beta$.

即②④是 $m\perp\beta$的充分条件，故当 $m\perp\beta$时，应满足的条件是②④，

故答案是：②④.

【点评】本题主要考查直线和平面之间的位置关系，直线和平面垂直的判定方法，属于中档题.

12. 【分析】①$x<1$ 时，$f(x)=-x^2+2ax$，$f'(x)=-2x+2a=-2(x-a)$，由$f'(x)=0$，解得 $x=a$. 根据函数$f(x)$有且只有一个极值点，即可得出 a 的取值范围.

②对 a 分类讨论：$a=0$ 时，$f(x)=\begin{cases}-x^2, & x<1\\ 0, & x\geqslant 1\end{cases}$，此时$f(x)_{max}=0\neq 1$，舍去.

$a<0$ 时，$x\geq 1$ 时，$f(x)=\dfrac{a\ln x}{x}\leq 0$. $x<1$ 时，$f(x)=-(x-a)^2+a^2$，$x=a$ 时，函数$f(x)$取得最大值，进而解得 a.

$a>0$ 时，$x\geq 1$ 时，$f(x)=\dfrac{a\ln x}{x}$，$f'(x)=\dfrac{a(1-\ln x)}{x^2}$，可得$f(x)_{max}=f(e)$. $x<1$ 时，$f(x)=-(x-a)^2+a^2$，$x=a$ 时，函数$f(x)$取得最大值，$f(x)_{max}=f(a)=a^2$，经过比较即可得出.

【解答】解：①$x<1$ 时，$f(x)=-x^2+2ax$，$f'(x)=-2x+2a=-2(x-a)$，

由$f'(x)=0$，解得 $x=a$.

∵函数$f(x)$有且只有一个极值点，∴$a<1$.

则实数 a 的取值范围是$(-\infty, 1)$.

②$a=0$ 时，$f(x)=\begin{cases}-x^2, & x<1\\ 0, & x\geqslant 1\end{cases}$，此时$f(x)_{max}=0\neq 1$，舍去.

$a<0$ 时，$x\geq 1$ 时，$f(x)=\dfrac{a\ln x}{x}\leq 0$. $x<1$ 时，$f(x)=-(x-a)^2+a^2$，$x=a$ 时，函数$f(x)$取得最大值，$f(a)=a^2$，令 $a^2=1$，$a<0$，解得 $a=-1$.

$a>0$ 时，$x\geq 1$ 时，$f(x)=\dfrac{a\ln x}{x}$，$f'(x)=\dfrac{a(1-\ln x)}{x^2}$，可得函数 $f(x)$ 在 $[1, e)$ 内单调递增，在 $(e, +\infty)$ 内单调递减．$f(x)_{max}=f(e)=\dfrac{a}{e}$．

$x<1$ 时，$f(x)=-(x-a)^2+a^2$，$x=a$ 时，函数 $f(x)$ 取得最大值，$f(x)_{max}=f(a)=a^2$，

当 $a^2\geq\dfrac{a}{e}$，即 $a\geq\dfrac{1}{e}$ 时，令 $a^2=1$，解得 $a=1$，舍去．

当 $a^2<\dfrac{a}{e}$，即 $0<a<\dfrac{1}{e}$ 时，令 $\dfrac{a}{e}=1$，解得 $a=e$．舍去．

综上可得：$a=-1$．

故答案为：-1．

【点评】本题考查了利用导数研究函数的单调性极值、方程与不等式的解法、分类讨论方法，考查了推理能力与计算能力，属于难题．

三、解答题：本大题共 5 小题，共 78 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

13．【分析】（I）设 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列，由等比数列的中项性质和等差数列的通项公式，解方程可得公差，进而得到所求通项公式和 S_n，再由配方可得所求最小值；

（II）设 $\{b_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，由等比数列的通项公式可得 $\{b_n\}$ 的奇数项是首项为 1，公比为 3 的的等比数列，再由等比数列的求和公式计算可得所求和．

【解答】解：（I）设 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列，

由 $a_1=-5$，a_2+5，a_3+3，a_4+1 成等比数列，可得 $(a_3+3)^2=(a_2+5)(a_4+1)$，

即 $(-5+2d+3)^2=(-5+d+5)(-5+3d+1)$，

解得 $d=2$，则 $a_n=-5+2(n-1)=2n-7$，

$S_n=\dfrac{1}{2}n(-5+2n-7)=n^2-6n=(n-3)^2-9$，

当 $n=3$ 时，S_n 取得最小值 -9．

（II）设 $\{b_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，

由 $b_1=a_4=1$，$b_2b_4=a_8=9$，即 $q\cdot q^3=9$，可得 $q^2=3$，

由 $\{b_n\}$ 的奇数项是首项为 1，公比为 3 的的等比数列，

可得 $b_1+b_3+b_5+\ldots\ldots+b_{2n-1}=\frac{1-3^n}{1-3}=\frac{1}{2}$（$3^n-1$）.

【点评】本题考查等差数列和等比数列的通项公式和求和公式的运用，考查方程思想和运算能力，属于基础题.

14. 【分析】（I）直接利用三角函数关系式的恒等变换和正弦型函数的性质的应用求出函数的单调区间和函数的关系式.

（II）利用函数的定义域求出函数的值域，进一步利用恒成立问题的应用求出参数 m 的取值范围.

【解答】解：（I）函数 $f(x)=a-2\sin x(\sin x-\cos x)=a-2\sin^2x+\sin 2x=\sin 2x-(1-\cos 2x)+a=$ $\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+a-1$.

由于函数的图象经过点（$\frac{\pi}{2}$，-1）.

所以 $f(\frac{\pi}{2})=\sqrt{2}\times(-\frac{\sqrt{2}}{2})+a-1=-1$，解得 $a=1$，

所以 $f(x)=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})$.

令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x+\frac{\pi}{4}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$（$k\in\mathbf{Z}$），解得 $-\frac{3\pi}{8}+k\pi\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{\pi}{8}$（$k\in\mathbf{Z}$），

故函数的单调递增区间为 $[-\frac{3\pi}{8}+k\pi，k\pi+\frac{\pi}{8}]$（$k\in\mathbf{Z}$）.

（II）当 $x\in[0，\frac{\pi}{2}]$时，$2x+\frac{\pi}{4}\in[\frac{\pi}{4}，\frac{5\pi}{4}]$，

所以 $-\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant\sin(2x+\frac{\pi}{4})\leqslant 1$，

所以 $f(x)\in[-1，\sqrt{2}]$

由于不等式 $f(x)\leq m$ 恒成立，即 $m\geq f(x)_{max}=\sqrt{2}$.

所以实数 m 的取值范围为$[\sqrt{2}，+\infty)$.

【点评】本题考查的知识要点：三角函数关系式的恒等变换，正弦型函数的性质的应用，恒成立问题的应用，主要考查学生的运算能力和转换能力及思维能力，属于基础题型.

15. 【分析】（I）由茎叶图能求出该考核成绩的中位数，众数，30 名学生中，合格学生人数为 26 人，从参加培训的学生中随机选取 1 人，由此能估计这名学生考核为合格的概率.

（II）从图中考核成绩满足 $X\in[60,69]$的学生中任取 3 人，$X\in[60,69]$的学生共有 7 人，其中成绩满足$|X-70|\le6$ 的有 3 人，设 Y 表示这 3 人中成绩满足$|X-70|\le6$ 的人数，则 Y 的可能取值为 0，1，2，3，分别求出相应的概率，由此能求出 Y 的分布列和数学期望．

【解答】解：（I）由茎叶图得：

该考核成绩的中位数为：$\frac{76+77}{2}=76.5$．

众数为 77，

30 名学生中，合格学生人数为 26 人，

从参加培训的学生中随机选取 1 人，

估计这名学生考核为合格的概率为 $p=\frac{26}{30}=\frac{13}{15}$．

（II）从图中考核成绩满足 $X\in[60,69]$的学生中任取 3 人，

$X\in[60,69]$的学生共有 7 人，其中成绩满足$|X-70|\le6$ 的有 3 人，

设 Y 表示这 3 人中成绩满足$|X-70|\le6$ 的人数，

则 Y 的可能取值为 0，1，2，3，

$P(Y=0)=\frac{C_4^3}{C_7^3}=\frac{4}{35}$，

$P(Y=1)=\frac{C_3^1C_4^2}{C_7^3}=\frac{18}{35}$，

$P(Y=2)=\frac{C_3^2C_4^1}{C_7^3}=\frac{12}{35}$，

$P(Y=3)=\frac{C_3^3}{C_7^3}=\frac{1}{35}$，

∴Y 的分布列为：

Y	0	1	2	3
P	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

数学期望 $EY=0\times\frac{4}{35}+1\times\frac{18}{35}+2\times\frac{12}{35}+3\times\frac{1}{35}=\frac{9}{7}$.

【点评】本题考查茎叶图和概率的求法，以及分布列以及期望的求法，考查转化思想以及计算能力，是中档题.

16. 【分析】（I）推导出 $AB\parallel CD$，$AF\parallel DE$，从而平面 $ABF\parallel$ 平面 DCE，由此能证明 $BF\parallel$ 平面 CDE.

（II）以 D 为原点，DA 为 x 轴，DC 为 y 轴，DE 为 z 轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出平面 BDF 与平面 CDE 所成锐二面角的余弦值.

（III）求出平面 BDM 的法向量和平面 BDF 的法向量，利用向量法能求出线段 EC 上是存在点 M，使得平面 $BDM\perp$ 平面 BDF，$\frac{EM}{EC}=\frac{5}{13}$.

【解答】解：（I）证明：∵梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，正方形 $ADEF$ 中，$AF\parallel DE$，

$AF\cap AB=A$，$DE\cap DC=D$，

∴平面 $ABF\parallel$ 平面 DCE，

∵$BF\subset$ 平面 ABF，∴$BF\parallel$ 平面 CDE.

（II）解：∵正方形 $ADEF$ 与梯形 $ABCD$ 所在的平面互相垂直，

$AB\parallel CD$，$AD\perp CD$，$AB=2AD=\frac{1}{2}CD=2$

∴以 D 为原点，DA 为 x 轴，DC 为 y 轴，DE 为 z 轴，建立空间直角坐标系，

D（0，0，0），B（1，2，0），E（0，0，1），F（1，0，1），

$\overrightarrow{DB}=$（1，2，0），$\overrightarrow{DE}=$（0，0，1），$\overrightarrow{DF}=$（1，0，1），

设平面 BDF 的法向量 $\vec{n}=$（x，y，z），

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DB}=x+2y=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DF}=x+z=0\end{cases}$，取 $x=2$，得 $\vec{n}=$（2，－1，－2），

平面 CDE 的法向量 $\vec{m}=$（1，0，0），

设平面 BDF 与平面 CDE 所成锐二面角为θ，

则 $\cos\theta=\frac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{2}{3}$，

∴平面 BDF 与平面 CDE 所成锐二面角的余弦值为 $\frac{2}{3}$.

（III）解：假设线段 EC 上是存在点 M，使得平面 $BDM\perp$ 平面 BDF，

C（0，4，0），设 M（a，b，c），$\dfrac{EM}{EC}=\lambda$，（$0\le\lambda\le1$），则（a，b，$c-1$）$=\lambda$（0，4，-1），

解得 $a=0$，$b=4\lambda$，$c=1-\lambda$），M（0，4λ，$1-\lambda$），

$\overrightarrow{DB}=$（1，2，0），$\overrightarrow{DM}=$（0，4λ，$1-\lambda$），

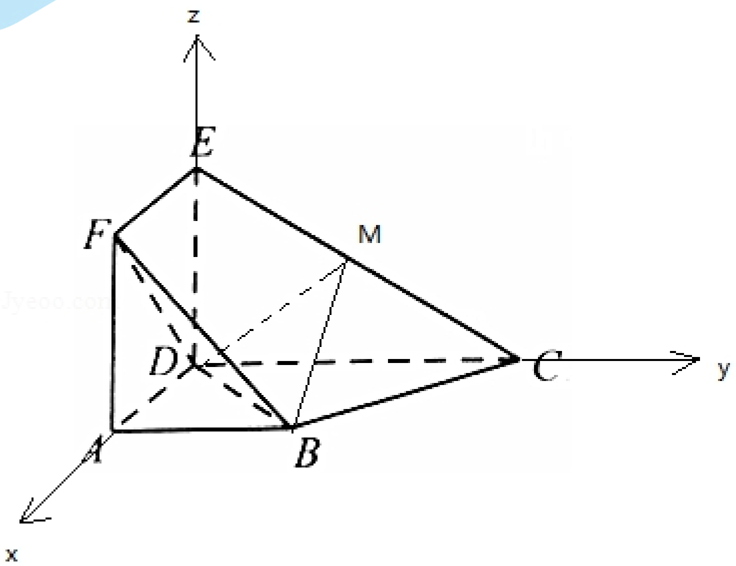
设平面 BDM 的法向量 $\overrightarrow{p}=$（m．n．t），

则 $\begin{cases}\overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{DB}=m+2n=0\\ \overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{DM}=4\lambda n+(1-\lambda)t=0\end{cases}$，取 $n=-1$，得 $\overrightarrow{p}=$（2，-1，$\dfrac{4\lambda}{1-\lambda}$），

∵平面 $BDM\perp$ 平面 BDF，

∴$\overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{n}=4+1-2\times\dfrac{4\lambda}{1-\lambda}=0$，解得 $\lambda=\dfrac{5}{13}$．

故线段 EC 上是存在点 M，使得平面 $BDM\perp$ 平面 BDF，$\dfrac{EM}{EC}=\dfrac{5}{13}$．



【点评】本题考查线面平行的证明，考查二面角的余弦值、满足面面垂直的点是否存在的判断与求法，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查运算求解能力，是中档题．

17．【分析】（I）根据导数的几何意义求出其斜率，进而求得切线方程；

（II）先求导，根据导数符号判断其单调性，解决其最值；

（III）利用分析法证明，把要证明的问题转化为证 $ex^2-2e^x<0$，构造函数证明结论即可．

【解答】解：（I）解：由题知：$f'(x)=2e-2e^x$，$f'(1)=0$，$f(1)=0$，故曲线 $y=f(x)$ 在点（1，f（1））处的切线方程为 $y=0$；

（Ⅱ）解：由（Ⅰ）$f'(x)=2e-2e^x$，令 $f'(x)=0\Rightarrow x=1$，当 $x\in(-\infty, 1)$ 时，$f'(x)>0$，此时 $f(x)$ 单调递增，

当 $x\in(1, +\infty)$ 时，$f'(x)<0$，此时 $f(x)$ 单调递减；故 $f(x)$ 有最大值 $f(1)=0$，无最小值；

（Ⅲ）证明：要证 $g(x)=x-\frac{2e^x}{ex}=\frac{ex^2-2e^x}{ex}<0$ 对任意的 $x\in(0, +\infty)$ 成立，即证 $ex^2-2e^x<0$.

令 $h(x)=ex^2-2e^x$，$x>0$，则 $h'(x)=2ex-2e^x=2(ex-e^x)$，$h''(x)=2(e-e^x)$，令 $h''(x)=0\Rightarrow x=1$.

当 $x\in(0, 1)$ 时，$h''(x)>0$，此时 $h'(x)$ 单调递增；当 $x\in(1, +\infty)$ 时，$h''(x)<0$，此时 $h'(x)$ 单调递减；

故 $h'(x)\le h'(1)=0$，$\therefore h(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，故 $h(x)<h(0)=-2<0$，$\therefore ex^2-2e^x<0$.

所以 $g(x)<0$ 对任意的 $x\in(0, +\infty)$ 成立.

【点评】本题主要考查导数的综合应用，属于中档题.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。