

首都师大附中 2023—2024 学年第一学期期中练习

高二数学 (1-4 班)

命题人: 高二数学组

审核人: 高二数学组

第 I 卷 (共 40 分)

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题所列出的四个选项中, 只有一项是最符合题目要求的)

1. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的渐近线经过点  $(1, 2)$ , 则双曲线  $C$  的离心率为

A.  $\sqrt{2}$

B.  $\sqrt{3}$

C. 2

D.  $\sqrt{5}$

2. “ $a = \frac{3}{2}$ ” 是 “直线  $x + 2ay - 1 = 0$  和直线  $(a-1)x + ay + 1 = 0$  平行” 的

A. 充要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. 已知直线  $y = kx + 2$  与圆  $C: x^2 + y^2 = 2$  交于  $A, B$  两点, 且  $|AB| = 2$ , 则  $k$  的值为

A.  $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

B.  $\pm \sqrt{3}$

C.  $\sqrt{3}$

D. 2

4. 点  $P(-2, -1)$  到直线  $l: mx + y - m - 1 = 0 (m \in \mathbb{R})$  的距离最大时, 直线  $l$  的方程为

A.  $2x - 3y - 2 = 0$

B.  $3x + 2y + 8 = 0$

C.  $3x + 2y - 5 = 0$

D.  $2x - 3y + 1 = 0$

5. 已知圆  $C: (x-2)^2 + (y+a)^2 = 2 (a \in \mathbb{R})$  关于直线  $l: y = x - 1$  对称, 过点  $P(2x, a)$  作圆  $C$  的

两条切线  $PA$  和  $PB$ , 切点分别为  $A, B$ , 则  $|AB| =$

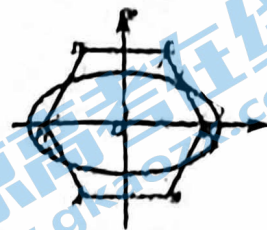
A.  $\frac{4\sqrt{15}}{3}$

B.  $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

C.  $\frac{6\sqrt{15}-9}{5}$

D.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

6. 如图, 椭圆  $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别是  $F_1, F_2$ .



正六边形  $ABF_2CDF_1$  的一边  $F_2C$  的中点恰好在椭圆  $\Gamma$  上, 则椭圆  $\Gamma$  的离心率是

- A.  $\frac{2\sqrt{3}-1}{3}$       B.  $\frac{\sqrt{13}-1}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{14}-1}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{15}-1}{3}$

7. 两个曲线方程  $C_1: \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1, C_2: x^4 + y^4 = 1$ , 我们可以推断出它们的性质, 其中错误的是

A. 曲线  $C_1$  关于  $y = x$  对称  $(x, y), (y, x)$

B. 曲线  $C_2$  关于原点对称  $(x, y), (-x, -y)$

C. 曲线  $C_1$  与坐标轴在第一象限围成的图形面积  $S_1 < \frac{1}{2}$

D. 曲线  $C_2$  与坐标轴在第一象限围成的图形面积  $S_2 < \frac{\pi}{4}$

8. 已知圆  $C: x^2 + y^2 = 8$ ,  $MN$  为圆  $C$  的动弦, 且满足  $|MN| = 4$ ,  $G$  为弦  $MN$  的中点,

$P, Q$  是直线  $l: y = x - 4$  上两动点, 且  $|PQ| = 4$ ,  $MN$  运动时,  $\angle PGQ$  始终为锐角, 则线段  $PQ$  中点的横坐标取值范围是

- A.  $(-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$       B.  $(-\infty, 0) \cup (8, +\infty)$       C.  $(0, 4)$       D.  $(0, 8)$

## 第 II 卷 (共 60 分)

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

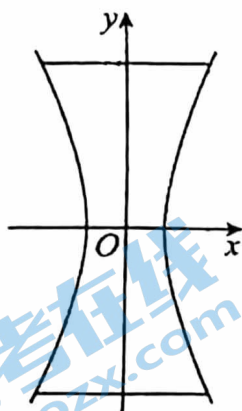
9. 已知焦点在  $x$  轴上的椭圆  $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{4} = 1$  离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 则实数  $m$  等于 \_\_\_\_\_

10. 如图, 这是一个落地青花瓷, 其外形被称为单叶双曲面, 可以看成是双曲线  $C$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的一部分绕其虚轴所在直线旋转所形成的曲面. 若该花瓶横截面圆的最小直径

为 8 cm, 瓶高等于双曲线  $C$  的虚轴长, 则该花瓶的瓶口直径为 \_\_\_\_\_ cm.

$a = 4$

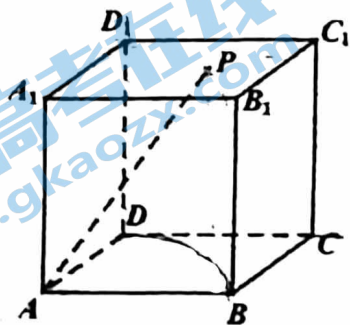


11. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  的焦点为  $F_1, F_2$ , 点  $P$  为椭圆  $C$  上的一个动点, 则当  $\angle F_1PF_2$  为钝角时, 点  $P$  的横坐标的取值范围是 \_\_\_\_\_.

12. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$ ,  $P$  为  $C$  上一点,  $PQ \perp x$  轴, 垂足为  $Q$ ,  $F$  为  $C$  的焦点,  $O$  为原点. 若  $\angle POQ = 45^\circ$ , 则  $\cos \angle PFQ =$  \_\_\_\_\_.

13. 已知直线  $l_1: mx - y - 3m + 1 = 0$  与直线  $l_2: x + my - 3m - 1 = 0$  相交于点  $P$ ,  $m \in \mathbb{R}$ , 则点  $P$  到坐标原点  $O$  的距离的最小值为 \_\_\_\_\_.

14. 如图, 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为  $a$ , 点  $P$  在正方体的表面上运动, 且  $AP = \sqrt{2}a$ , 若动点  $P$  的轨迹的长度为  $3\pi$ , 则棱长  $a$  为 \_\_\_\_\_.



三、解答题（本大题共 4 小题，共 50 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。）

15（本题 10 分）

已知圆  $O: x^2 + y^2 = 2$ ，直线  $l: y = kx - 2$ 。

(1) 若直线  $l$  与圆  $O$  相切，求  $k$  的值；

(2) 若直线  $l$  与圆  $O$  交于不同的两点  $A, B$ ，当  $\angle AOB$  为直角时，求  $k$  的值。

16（本题 14 分）

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ ， $P(0, 1)$ ，过  $P$  点斜率为  $k$  的直线与椭圆  $C$  交于另一点为  $Q$ ，

(1) 若  $\triangle POQ$  的面积为  $\frac{8}{17}$ ，求  $k$  的值；

(2) 若直线  $y = x + m$  与椭圆  $C$  交于  $M, N$  两点，且  $|PM| = |PN|$ ，求  $m$  的值。

17 (本题 13 分)

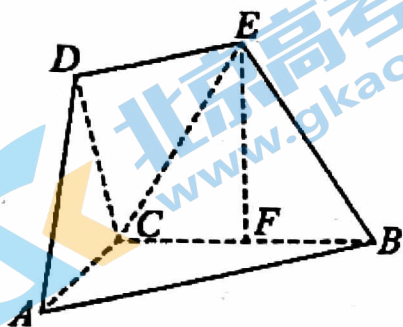
已知在多面体  $ABCDE$  中,  $DE \parallel AB$ ,  $AC \perp BC$ ,  $BC = 4, AC = 2$ ,

$$AB = 2DE,$$

$DA = DC$  且平面  $DAC \perp$  平面  $ABC$ .

(1) 设点  $F$  为线段  $BC$  的中点, 试证明  $EF \perp$  平面  $ABC$ ;

(2) 若直线  $BE$  与平面  $ABC$  所成的角为  $60^\circ$ , 求二面角  $B-AD-C$  的余弦值.



18 (本题 13 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左顶点为  $A(-2, 0)$ , 圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  经过椭圆

$C$  的上、下顶点.

(I) 求椭圆  $C$  的方程和焦距;

(II) 已知  $P, Q$  分别是椭圆  $C$  和圆  $O$  上的动点 ( $P, Q$  不在坐标轴上), 且直线  $PQ$  与  $x$  轴平行, 线段  $AP$  的垂直平分线与  $y$  轴交于点  $M$ , 圆  $O$  在点  $Q$  处的切线与  $y$  轴交于点  $N$ . 求线段  $MN$  长度的最小值.

# 北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年10-11月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

