

北师大附属实验中学 2021—2022 学年度第一学期

初三开学数学摸底考试试卷

试卷说明：

1. 本试卷考试时间为 100 分钟，总分数为 120 分.
2. 本试卷共 10 页，四道大题，29 道小题.
3. 请将答案都写在答题纸上.
4. 一律不得使用涂改液及涂改带，本试卷主观试题铅笔答题无效.
5. 注意保持卷面整洁，书写工整.

试卷命题人：杨洁

审题人：徐健 黄荣

一、选择题（本大题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

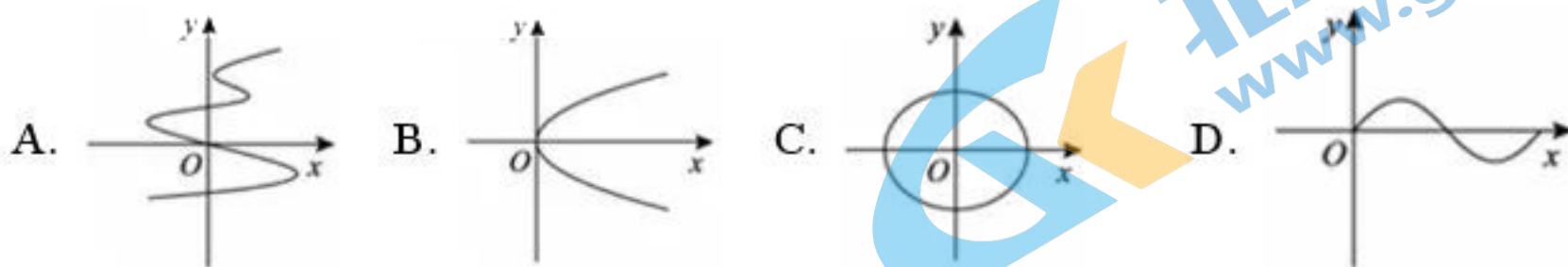
1. 下列各式中，化简后能与  $\sqrt{2}$  合并的是（ ）.

- A.  $\sqrt{12}$       B.  $\sqrt{8}$       C.  $\sqrt{\frac{2}{3}}$       D.  $\sqrt{0.2}$

2. 下列各式中，不正确的是（ ）.

- A.  $\sqrt{(-2)^2} = -2$     B.  $(\sqrt{2})^2 = 2$     C.  $-\sqrt{(-2)^2} = -2$     D.  $\pm\sqrt{(-2)^2} = \pm 2$

3. 下列曲线中，表示  $y$  是  $x$  的函数的是（ ）.



4. 北京市 6 月某日 10 个区县的最高气温如下表：（单位： $^{\circ}\text{C}$ ）

区县	大兴	通州	平谷	顺义	怀柔	门头沟	延庆	昌平	密云	房山
最高气温	32	32	30	32	30	32	29	32	30	32

则这 10 个区县该日最高气温的众数是（ ）.

- A. 32      B. 31      C. 30      D. 29

5. 下列命题是假命题的是 ( ).

- A. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形
- B. 对角线互相垂直的四边形是菱形
- C. 四个内角都相等的四边形是矩形
- D. 既是菱形又是矩形的四边形是正方形

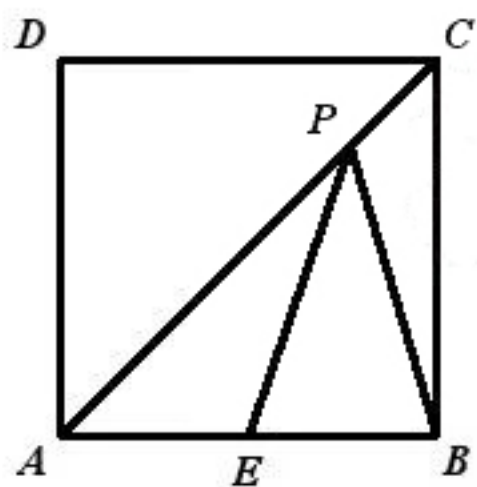
6. 若点  $A(-2, a)$ ,  $B(3, b)$  都在直线  $y = 5x - 2$  上, 则  $a$  与  $b$  的大小关系是 ( ).

- A.  $a < b$
- B.  $a = b$
- C.  $a > b$
- D. 无法确定

7. 估计  $(\sqrt{12} + \sqrt{15}) \div \sqrt{3}$  的值应在 ( ).

- A. 1 和 2 之间
- B. 3 和 4 之间
- C. 4 和 5 之间
- D. 5 和 6 之间

8. 如图, 正方形  $ABCD$  的面积是 4, 点  $E$  是  $AB$  的中点, 点  $P$  是  $AC$  上的动点, 则  $PE + PB$  的最小值为 ( ).



- A. 2
- B.  $\sqrt{5}$
- C. 4
- D.  $2\sqrt{5}$

9. 若实数  $x, y$  满足等式  $\sqrt{x+3} + y^2 - 4y + 4 = 0$ , 则  $x^y$  的值是 ( ).

- A. -3
- B.  $\frac{1}{9}$
- C. 9
- D. 3

10. 生活垃圾分类回收是实现垃圾减量化和资源化的重要途径和手段, 为了解 2021 年某市第二季度日均可回收物回收量情况, 随机抽取该市 2021 年第二季度的  $m$  天数据, 整理后绘制成统计表进行分析.



日均可回收物回收量(千吨)	$1 \leq x < 2$	$2 \leq x < 3$	$3 \leq x < 4$	$4 \leq x < 5$	$5 \leq x \leq 6$	合计
频数	1	2		$b$	3	$m$
频率	0.05	0.10	$a$		0.15	1

表中  $3 \leq x < 4$  组的频率  $a$  满足  $0.20 \leq a \leq 0.30$

下面有四个推断:

- ①表中  $m$  的值为 20; ②表中  $b$  的值可以为 7;  
 ③这  $m$  天的日均可回收物回收量的中位数在  $4 \leq x < 5$  组;  
 ④这  $m$  天的日均可回收物回收量的平均数不低于 3.

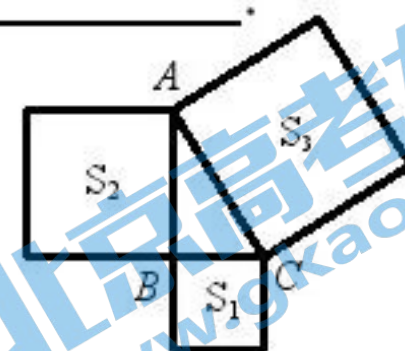
所有合理推断的序号是 ( ).

- A. ①②      B. ①③      C. ②③④      D. ①③④

二、填空题 (本大题共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

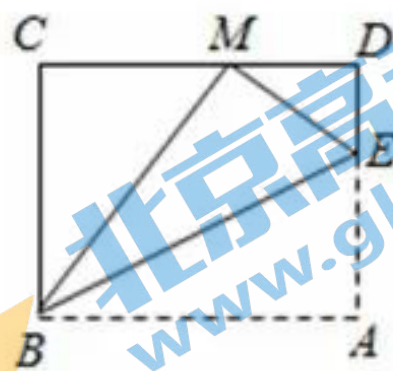
11. 若代数式  $\sqrt{x-2}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

12. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC=90^\circ$ . 分别以  $BC$ ,  $AB$ ,  $AC$  为边向外作正方形, 面积分别记为  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ , 若  $S_2=10$ ,  $S_3=12$ , 则  $S_1=_____$ .

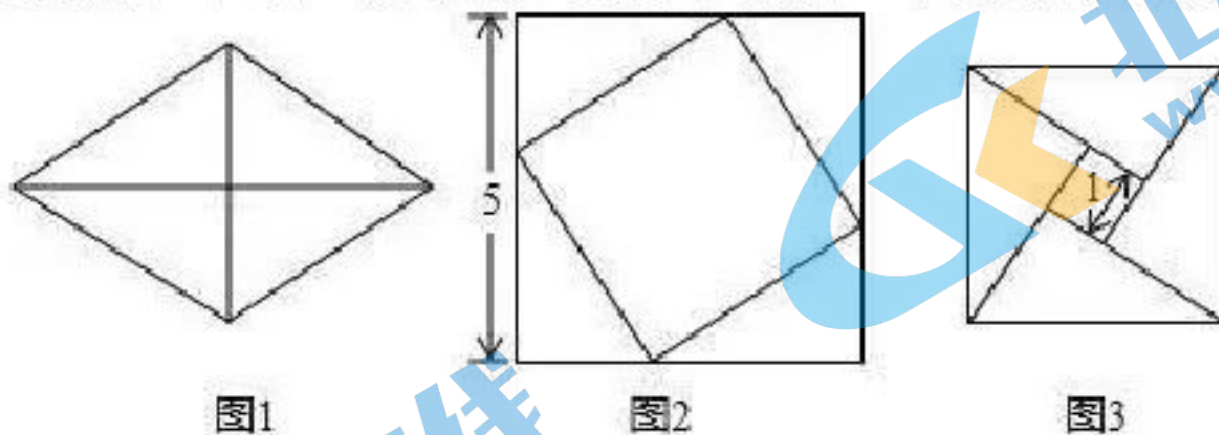


13. 把直线  $y=-3x+1$  沿  $y$  轴向上平移 3 个单位, 所得直线的函数关系式是\_\_\_\_\_.

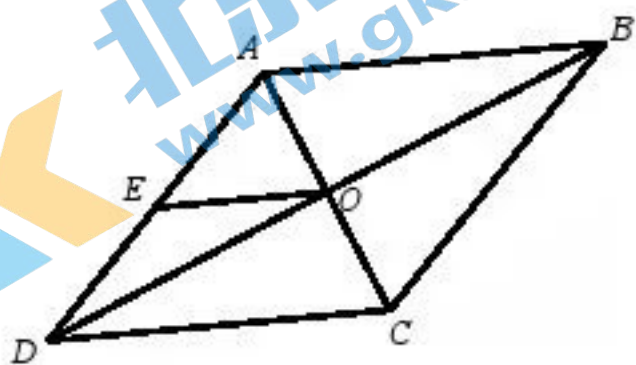
14. 如图, 将矩形  $ABCD$  折叠, 使点  $A$  落在  $CD$  边上的点  $M$  处, 折痕  $BE$  交  $AD$  边于点  $E$ . 若  $AB=5$ ,  $BC=4$ , 则  $EM$  的长为\_\_\_\_\_.



15. 把图 1 中的菱形沿对角线分成四个全等的直角三角形，将这四个直角三角形分别拼成如图 2，图 3 所示的正方形，则图 1 中菱形的面积为\_\_\_\_\_.



16. 如图，菱形  $ABCD$  中， $AB=10$ ， $AC$ ， $BD$  交于点  $O$ ，若  $E$  是  $AD$  边的中点， $\angle AOE = 65^\circ$ ，则  $OE$  的长等于\_\_\_\_\_， $\angle ADO$  的度数为\_\_\_\_\_.



17. 已知一次函数  $y = kx - 4$  的图象与两坐标轴所围成的三角形的面积等于 2，则  $k$  的值是\_\_\_\_\_.

18. 在  $\square ABCD$  中，对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ ， $E$  是边  $AB$  上的一个动点（不与  $A$ ， $B$  重合），连接  $EO$  并延长，交  $CD$  于点  $F$ ，连接  $AF$ ， $CE$ . 对于任意  $\square ABCD$ ，下列四个结论中：

- ① 对于动点  $E$ ，四边形  $AECF$  始终是平行四边形；
- ② 若  $\angle ABC > 90^\circ$ ，则至少存在一个点  $E$ ，使得四边形  $AECF$  是矩形；
- ③ 若  $AB > AD$ ，则至少存在一个点  $E$ ，使得四边形  $AECF$  是菱形；
- ④ 若  $\angle BAC = 45^\circ$ ，则至少存在一个点  $E$ ，使得四边形  $AECF$  是正方形.

所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_.

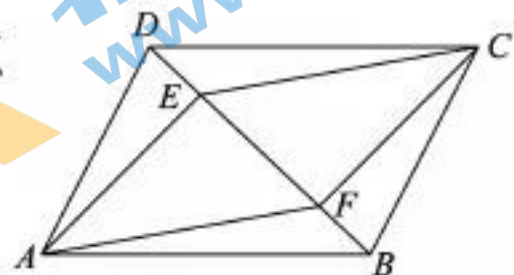
三、解答题（共 8 题，19 题 10 分，20~ 24 题，每题 6 分，25,26 题，每题 7 分，共 54 分）



19. (1)  $\sqrt{48} \div \sqrt{6} - \sqrt{18}$

(2)  $\sqrt{27} - \sqrt{2} \times \sqrt{8} + \sqrt{(-4)^2}$

20. 如图，在  $\square ABCD$  中， $E, F$  是对角线  $BD$  上的两点且  $DE=BF$ 。求证：四边形  $AECF$  是平行四边形。



21. 已知：在  $\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ 。

求作：矩形  $ABCD$ 。

作法：如下，

① 分别以点  $A, C$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}AC$  的同样长为半径作弧，

两弧分别交于点  $M, N$ ；

② 作直线  $MN$ ，交边  $AC$  于点  $O$ ；

③ 作射线  $BO$ ，以点  $O$  为圆心，以  $BO$  长为半径作弧，与射线  $BO$  的另一个交点为  $D$ ，连接  $CD, AD$ ；

所以四边形  $ABCD$  就是所求作的矩形。

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明。

证明：∵ 直线  $MN$  是  $AC$  的垂直平分线，

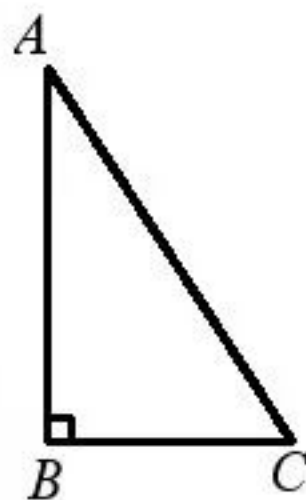
∴  $AO = OC$ 。

∵  $BO = DO$ ，

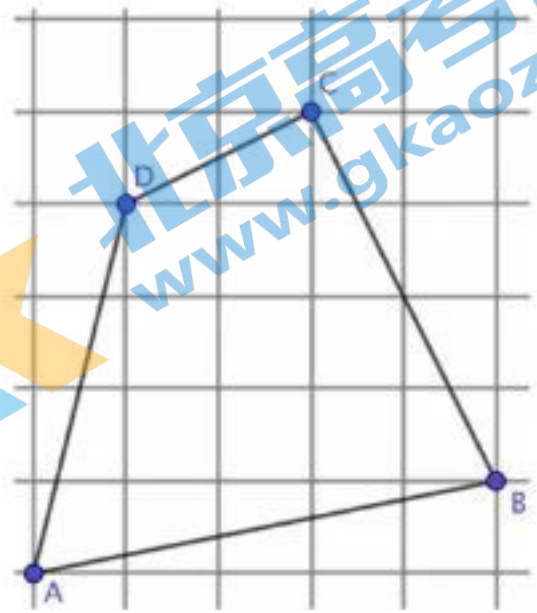
∴ 四边形  $ABCD$  是平行四边形（\_\_\_\_\_）（填推理的依据）。

∵  $\angle ABC = 90^\circ$ ，

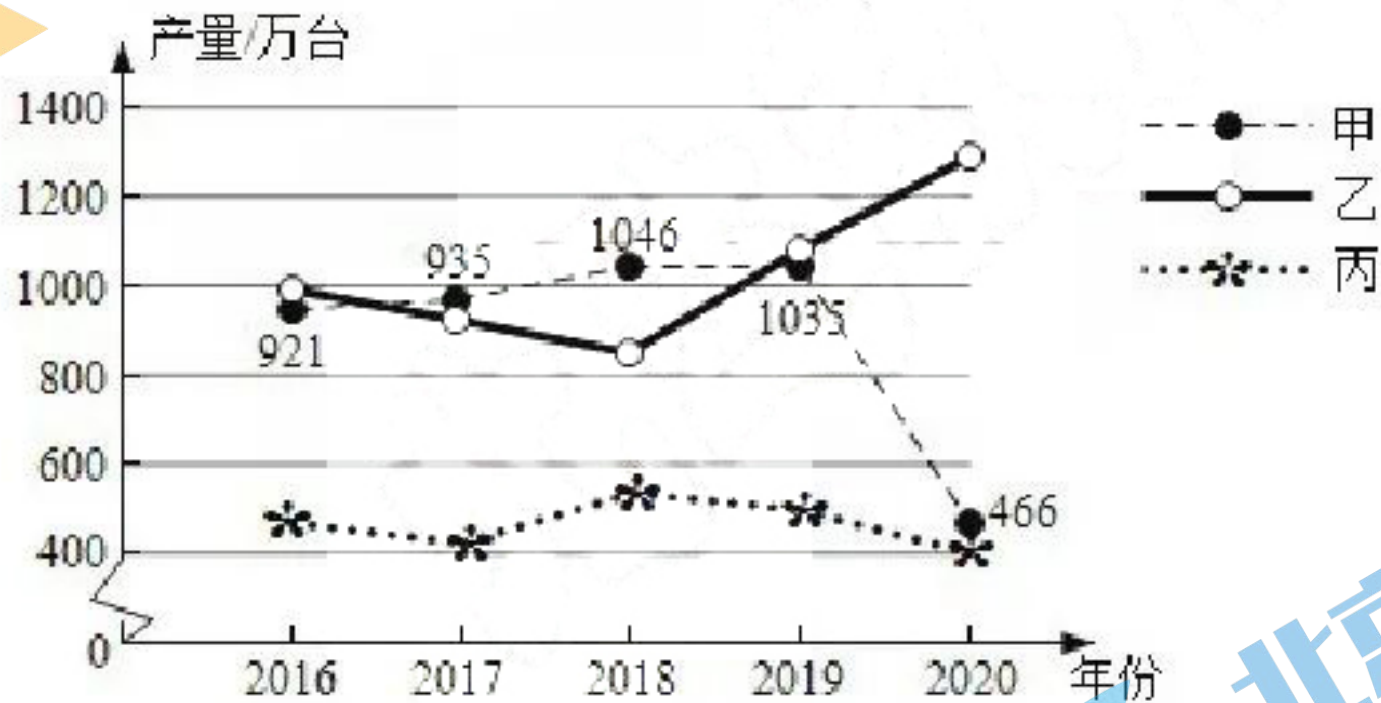
∴ 四边形  $ABCD$  是矩形（\_\_\_\_\_）（填推理的依据）。



22. 如图，每个小正方形的边长为 1，
- (1) 直接写出四边形  $ABCD$  的面积和周长；
- (2) 求证： $\angle BCD = 90^\circ$ 。



23. 近 5 年，某市家电业的发展发生了新变化，以甲、乙、丙 3 种家电为例，将这 3 种家电 2016~2020 年的产量（单位：万台）绘制成如图所示的折线统计图，图中只标注了甲种家电产量的数据。



观察统计图回答下列问题：

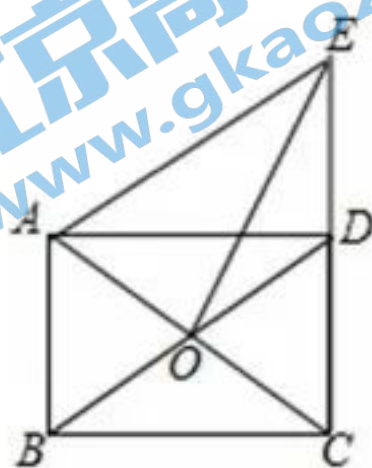
- (1) 这 5 年甲种家电产量的中位数为 \_\_\_\_\_ 万台；
- (2) 若将这 5 年家电产量按年份绘制成 5 个扇形统计图，每个统计图只反映该年这 3 种家电产量占比，其中有一个扇形统计图的某种家电产量占比对应的圆心角大于  $180^\circ$ ，这个扇形统计图对应的年份是 \_\_\_\_\_ 年；
- (3) 小明认为：某种家电产量的方差越小，说明该家电发展趋势越好。你同意他的观点吗？请结合图中乙、丙两种家电产量变化情况说明理由。



24. 如图,  $AD$  是  $\square ABDE$  的对角线,  $\angle ADE=90^\circ$ , 延长  $ED$  至点  $C$ , 使  $DC=ED$ , 连接  $AC$  交  $BD$  于点  $O$ , 连接  $BC$ .

(1) 求证: 四边形  $ABCD$  是矩形;

(2) 连接  $OE$ , 若  $AD=4$ ,  $AB=2$ , 求  $OE$  的长.



25. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l_1: y_1 = kx + b$  与直线  $y = 2x$  平行, 且经过点  $(1, 0)$ .

(1) 求直线  $l_1$  的解析式;

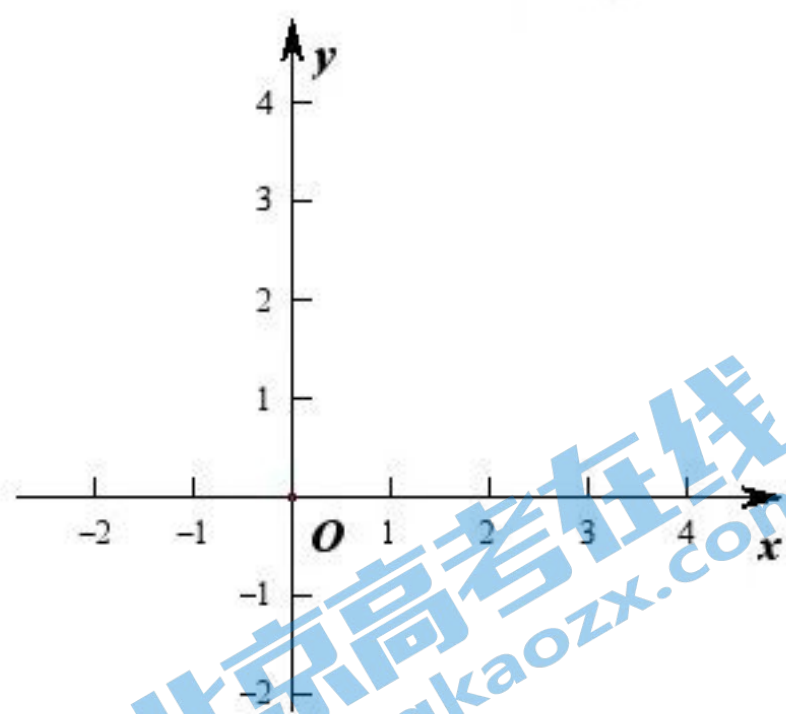
(2) 已知直线  $l_2: y_2 = mx + 1$ , 过点  $p(n, 0)$  作  $x$  轴的垂线, 与直线  $l_1$  交于点

$M$ , 与直线  $l_2$  交于点  $N$ .

结合图象回答:

①若  $m=1$ , 当点  $M$  在点  $N$  的上方时, 直接写出  $n$  的取值范围;

②若对任意的  $n > 2$ , 都有点  $M$  在点  $N$  的上方, 直接写出  $m$  的取值范围.



26. 在正方形 $ABCD$ 中, 点 $E$ 在射线 $CB$ 上 (不与点 $B, C$ 重合), 连接 $DB, DE$ , 过点 $E$ 作 $EF \perp DE$ , 并截取 $EF = DE$  (点 $D, F$ 在 $BC$ 同侧), 连接 $BF$ .

(1) 如图 1, 点  $E$  在  $BC$  边上.

①依题意补全图 1;

②用等式表示线段  $BD, BE, BF$  之间的数量关系, 并证明;

(2) 如图 2, 点  $E$  在  $CB$  边的延长线上, 其他条件均不变, 直接写出线段  $BD, BE, BF$  之间的数量关系.

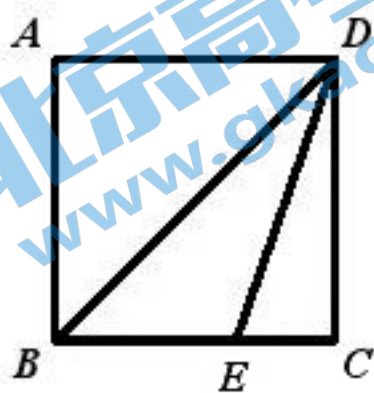


图 1

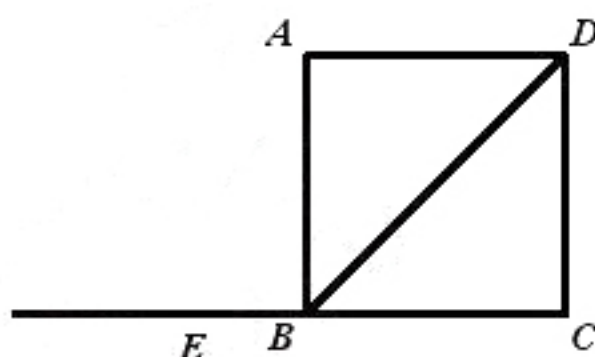


图 2



四、附加题（第 27 题 6 分，第 28 题 7 分，第 29 题 7 分，共 20 分）

27. 如图所示的正方形网格中，每个小正方形的边长为 1，网格的中心标记为点  $O$ 。按要求画四边形，使它的四个顶点均落在格点上，且点  $O$  为其对角线交点。

(1) 在图 1 中画一个两边长分别为 6 和 4 的矩形；

(2) 在图 2 中画一个平行四边形，使它有且只有一条对角线与 (1) 中矩形的对角线相等；

(3) 在图 3 中画一个正方形，使它的对角线与 (1) 中所画矩形的对角线相等。

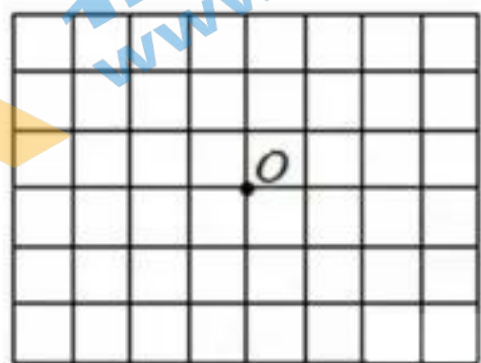


图 1

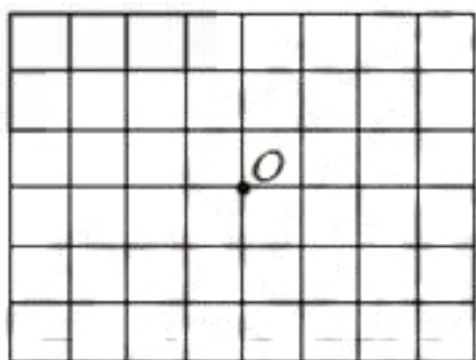


图 2

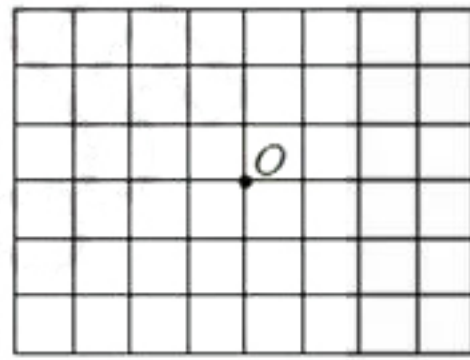


图 3

28. 正方形  $ABCD$  中，点  $M$  是对角线  $AC$  的中点。

(1) 如图 1，点  $P$  在线段  $AM$  上（不与点  $A, M$  重合），过点  $P$  作  $PF \perp CD$  于点  $F$ ，作  $PE \perp PB$  且  $PE$  交  $CD$  于点  $E$ 。求证： $DF = EF$ 。

(2) 如图 2 所示建立直角坐标系，点  $B$  与原点重合，点  $A(0, 2)$ ，点  $C(2, 0)$ 。若点  $P$  在线段  $AC$  上， $PE \perp PB$ ，且  $PE$  交直线  $CD$  于点  $E$ 。求出当  $\triangle PCE$  是等腰三角形时， $P$  点的坐标为\_\_\_\_\_（直接写出答案）。

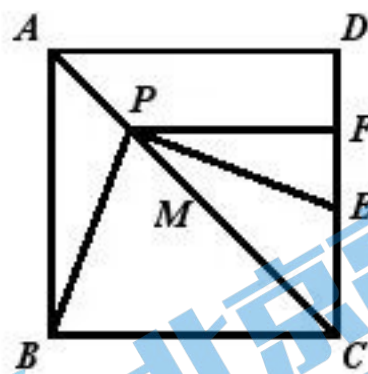


图 1

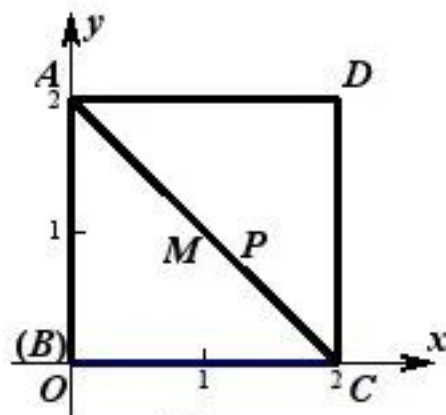


图 2

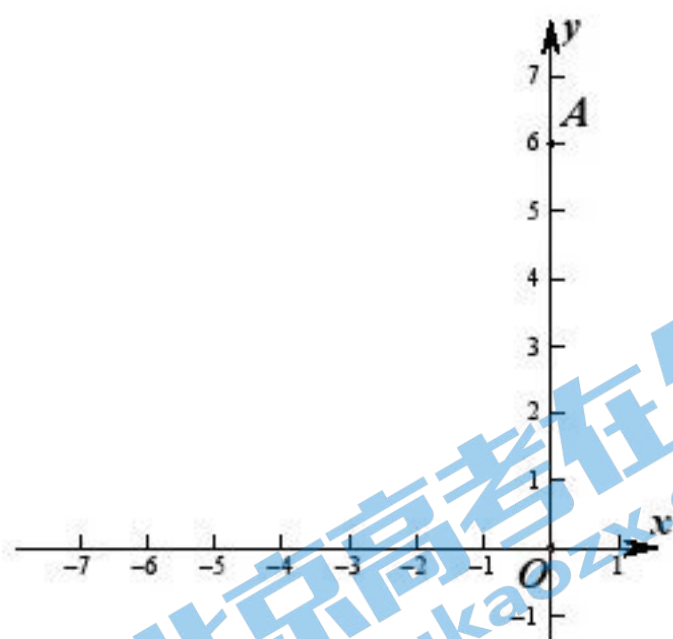
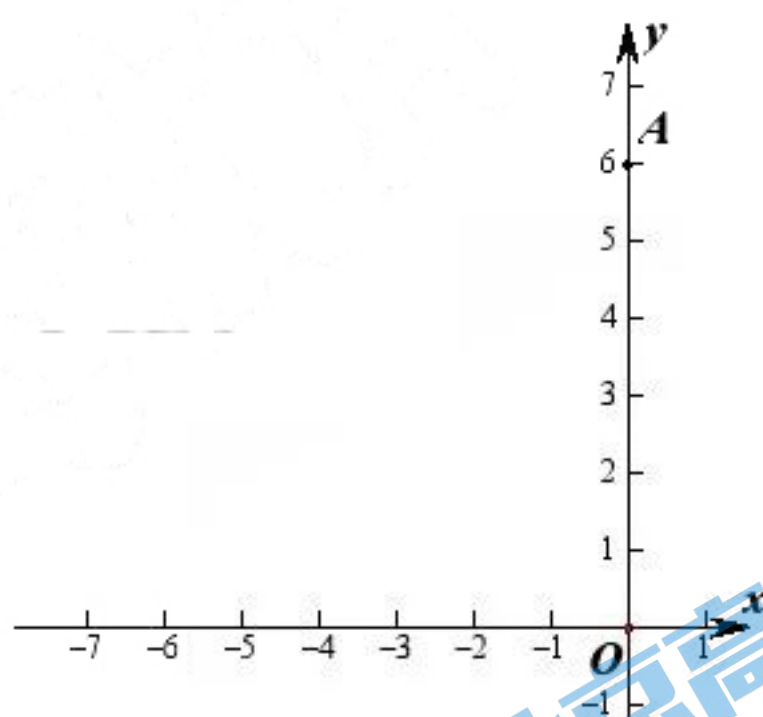
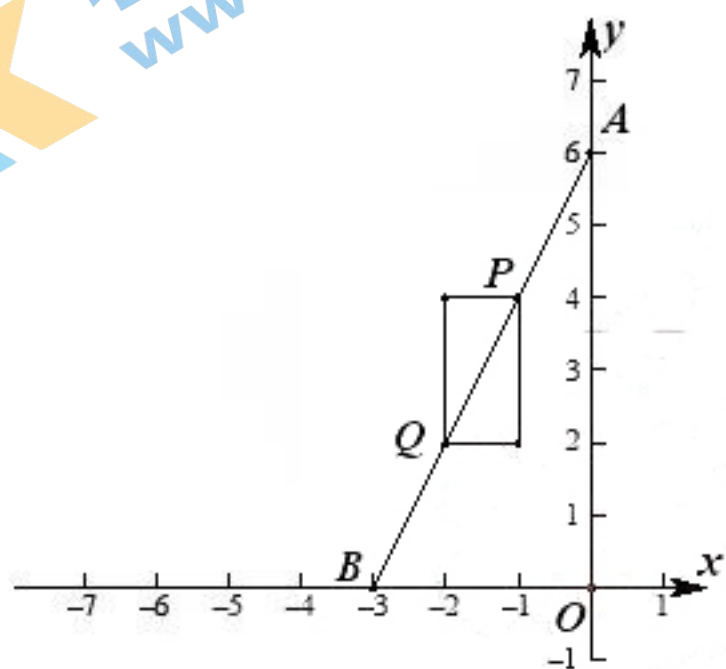
29. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A(0,6)$ , 点  $B$  在  $x$  轴的负半轴上. 若点  $P, Q$  在线段  $AB$  上, 且  $PQ$  为某个一边与  $x$  轴平行的矩形的对角线, 则称这个矩形为点  $P, Q$  的“伴随矩形”. 下图为点  $P, Q$  的“伴随矩形”的示意图.

(1) 若点  $B(-3, 0)$ , 点  $C$  的横坐标为  $-1$ , 则点  $B, C$  的“伴随矩形”的面积为 \_\_\_\_\_;

(2) 点  $M, N$  的“伴随矩形”是正方形.

① 当正方形面积为  $4$ , 且点  $M$  到  $y$  轴的距离为  $3$  时, 写出点  $B$  的坐标, 并求出直线  $ON$  的函数解析式;

② 当正方形的对角线长度为  $3\sqrt{2}$  时, 原点  $O$  与所有正方形上各点所连线段的长记为  $m$ , 直接写出  $m$  的取值范围.





北师大附属实验中学 2021—2022 学年度第一学期

初三开学数学摸底考试答案

一、选择题（本大题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	D	A	B	A	C	B	C	D

二、填空题（本大题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

11	12	13	14
$x \geq 2$	2	$y = -3x + 4$	$\frac{5}{2}$
15	16	17	18
12	5 ; $25^\circ$	$\pm 4$	①③

三、解答题（本大题共 8 道小题，共 54 分）

19. (1) 解：原式 =  $2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$  .....4 分

$= -\sqrt{2}$  .....5 分

(2) 解：原式 =  $3\sqrt{3} - 4 + 4$  .....3 分

$= 3\sqrt{3}$  .....5 分

20. 证：连接 AC，交 BD 于点 O. ....1 分

在平行四边形 ABCD 中， $OB = OD$ , ....2 分

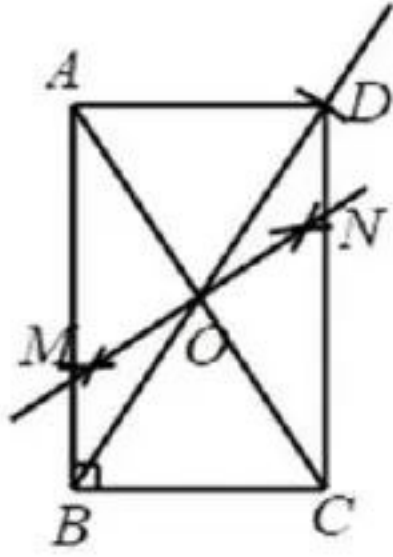
又  $\because DE = BF$ . ....3 分

$\therefore OE = OF$ , ....4 分

$\therefore$  四边形 AECF 是平行四边形. ....6 分

21.

(1) 画图正确 ..... 4 分



(2) 完成下面的证明.

证明:  $\because$  直线  $MN$  是  $AC$  的垂直平分线,

$\therefore AO = OC$ .

$\therefore BO = DO$ ,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形 (对角线互相平分的四边形是平行四边形) (填推理的依据) ..... 5 分

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$ ,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是矩形 (有一个角是直角的平行四边形是矩形) (填推理的依据) ..... 6 分

22. (1) 面积为 14.5, ..... 1 分

周长为  $3\sqrt{5} + \sqrt{17} + \sqrt{26}$  ..... 2 分

(2) 连接  $BD$ , ..... 3 分

$BD = 5$ , ..... 4 分

$CD = \sqrt{5}$ ,  $BC = 2\sqrt{5}$ , ..... 5 分

$\therefore BD^2 = CD^2 + BC^2$ ,  $\therefore \angle BCD = 90^\circ$  ..... 6 分

23. 解: (1) 这 5 年甲种家电产量从小到大排列为: 466, 921, 935, 1035,

1046,

$\therefore$  这 5 年甲种家电产量的中位数为 935 万台,



故答案为：935； .....2分

(2) 由折线统计图得，2020年甲、丙2种家电产量和小于乙种家电产量，  
∴2020年的扇形统计图的乙种家电产量占比对应的圆心角大于180°，

故答案为：2020； .....4分

(3) 不同意小明的观点， .....5分

理由：由折线统计图得，丙种家电的方差较小，但丙种家电的产量低，而且是下降趋势，乙种家电的方差较大，但乙种家电的产量高，而且是上升趋势，

∴不同意小明的观点。 .....6分

24. (1) 证：∵□ABDE，

∴AB//DE, AB=DE. ....1分

∵DC=ED，

∴ DC//DE, DC=DE

∴□ABCD .....2分

又∵∠ADE=90°

∴四边形ABCD是矩形. ....3分

(2) 如图所示，过O作OF⊥CD于F，

∵四边形ABCD是矩形，

∴OD=OC，

∴F是CD的中点，

∴DF=1/2 CD=1/2 ×2=1, .....4分

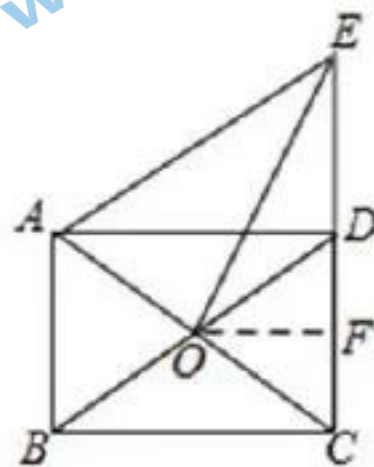
又∵DE=CD=AB=2，

∴EF=3，

∵O是AC的中点，

∴OF是△ACD的中位线，

∴OF=1/2 AD=2, .....5分



$\therefore \text{Rt}\triangle OEF$  中,  $OE = \sqrt{EF^2 + OF^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ . .....6分

25.解: (1)  $\because$  直线  $y=kx+b$  与直线  $y=2x$  平行,

$\therefore k=2$ , .....1分

把点  $(1, 0)$  代入直线  $y=2x+b$  中, 得到  $0=2+b$ ,

解得  $b=-2$ , .....2分

$\therefore$  直线  $l_1$  的解析式为  $y=2x-2$ ; .....3分

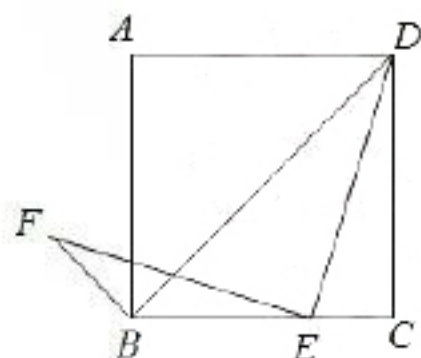
(2) ①若  $m=1$ , 则直线  $l_2: y_2=x+1$ ,

$$\text{解} \begin{cases} y=2x-2 \\ y=x+1 \end{cases} \text{得: } \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$$

由图象可知当  $n > 3$ , 点  $M$  在点  $N$  的上方; .....5分

②  $m \leq \frac{1}{2}$  .....7分

26. (1) ①



.....1分

①

证明: 作  $FM \perp CB$  延长线于  $M$

$$\therefore \angle FMB = 90^\circ$$

$\because$  正方形  $ABCD$

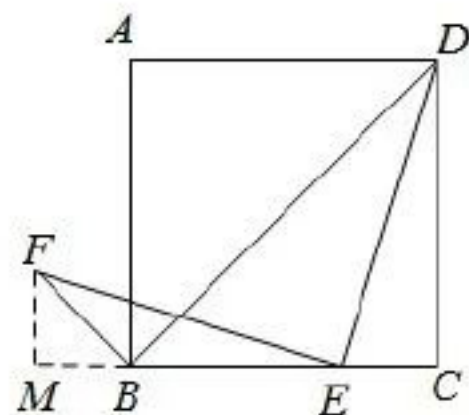
$$\therefore \angle DCE = 90^\circ$$

$\because DE \perp EF$

$$\therefore \angle MEF + \angle DCE = 90^\circ$$

$$\therefore \angle MEF = \angle EDC$$

$$\therefore \angle DCE = \angle FMB = 90^\circ, EF = DE$$





$\therefore \triangle FEM \cong \triangle EDC$  .....3分

$\therefore EC = FM, ME = CD = BC,$

$\therefore MB = EC,$

$\therefore FB = \sqrt{2}FM = \sqrt{2}EC,$  .....4分

$\therefore BD = \sqrt{2}BC = \sqrt{2}(BE + EC) = \sqrt{2}BE + BF$  .....5分

②  $BF = \sqrt{2}BE + BD$  .....7分

27. 解: (1) 如图 1, 矩形  $ABCD$  即为所求; .....2分

(2) 如图 2, 平行四边形  $ABCD$  即为所求; .....4分

(3) 如图 3, 正方形  $ABCD$  即为所求. ....6分

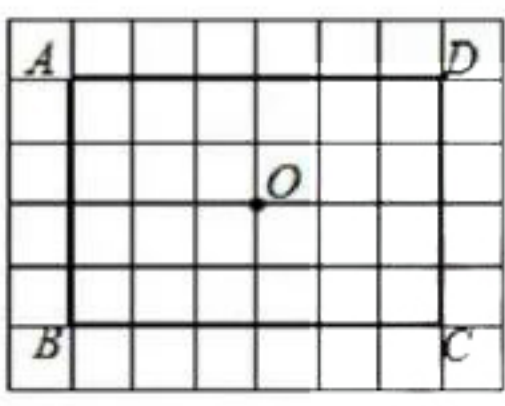


图 1

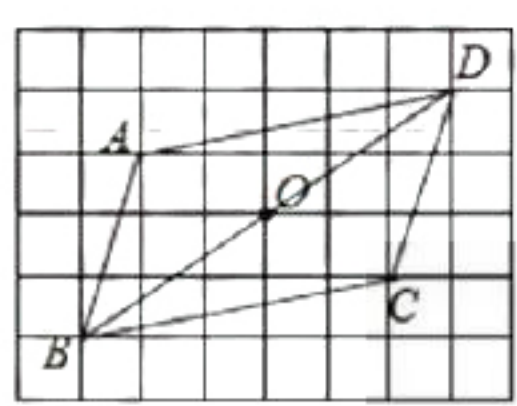


图 2

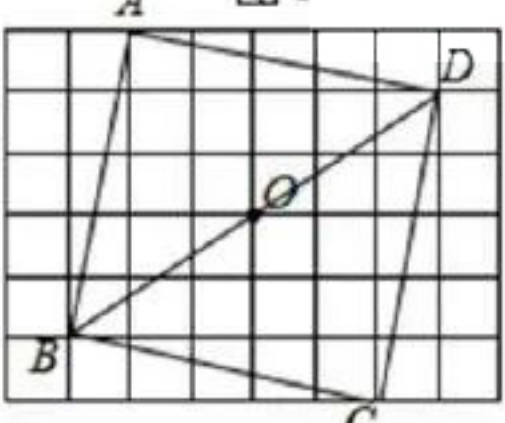


图 3

28. (1) 如图, 连接  $PD,$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是正方形, 点  $P$  在对角线  $AC$  上,

$\therefore$  由正方形关于对角线  $AC$  对称可得:  $\angle PBC = \angle PDC, PB = PD,$

$\therefore PB \perp PE, \angle BCD = 90^\circ,$

$\therefore \angle PBC + \angle PEC = 360^\circ - \angle BPE - \angle BCE = 180^\circ,$

$\therefore \angle PEC + \angle PED = 180^\circ,$

$\therefore \angle PBC = \angle PED,$

$\therefore \angle PED = \angle PBC = \angle PDC,$

$\therefore PD = PE,$

$\therefore PF \perp CD,$

$\therefore DF = EF. \dots\dots 4$  分

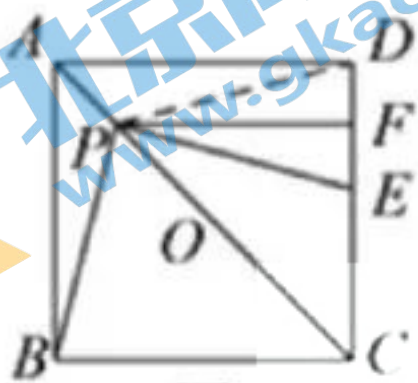


图1

(2) P 点坐标为  $(\sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})$  或  $(0, 2)$  ..... 7 分

(对 1 个给 2 分, 全对给 3 分)

① 过点 P 作  $PG \perp x$  轴,  $PH \perp y$  轴,

$\therefore$  四边形 ABCD 是正方形, AC 为对角线,

$\therefore PG = PH, \angle GPH = 90^\circ,$

又  $\therefore \angle BPE = 90^\circ,$

$\therefore \angle BPG = \angle EPH,$

$\therefore \triangle BPG \cong \triangle EPH (AAS),$

$\therefore BG = EH,$

设  $PG = a,$  则  $GC = CH = a, PC = \sqrt{2}a,$

$\therefore EH = BG = BC - GC = 2 - a,$



$\therefore CE = HE - CH = 2 - 2a,$   
 $\therefore \angle PCE$  为钝角,  
 $\therefore$  当  $\triangle PCE$  为等腰三角形时,  $PC = CE,$   
 $\therefore PC = \sqrt{2}a, CE = 2 - 2a,$   
 $\therefore \sqrt{2}a = 2 - 2a,$   
 $\therefore a = 2 - \sqrt{2},$   
 $\therefore BG = \sqrt{2},$   
 $\therefore P$  点坐标为  $(\sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}).$

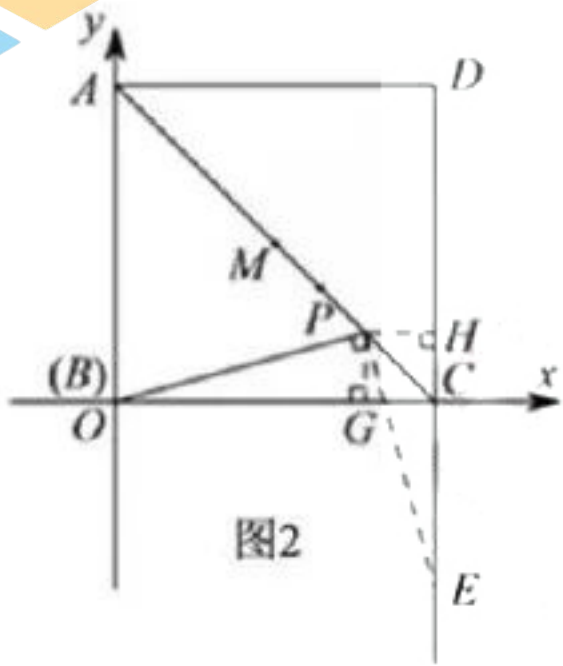


图2

②  $P$  与点  $A$  重合时,  $P$  点坐标为  $(2, 2).$

29. (1) 8 ..... 2 分

(2) ①  $B(-6, 0)$  ..... 3 分

$N(-5, 1)$  或  $(-1, 5),$

$\therefore$  直线  $ON$  的解析式为  $y = -5x$  或  $y = -\frac{1}{5}x.$  ..... 5 分

③  $\frac{3\sqrt{2}}{2} \leq m \leq 3\sqrt{5}$  ..... 7 分

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: [www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](https://www.gkaozx.com), 获取更多试题资料及排名分析信息。