2018 北京顺义区高三第一次统练

数　学（文）

第一部分(选择题 共 40 分)

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

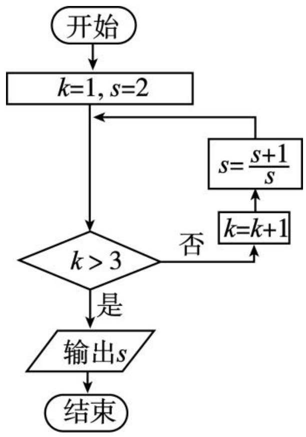
1. 已知全集$U=R$，集合$A=\{x|-3<x<3\}$，则$C_U A=$

A. (-3，3)　B. [-3，3]　C. $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$　D. $(-\infty,-3]\cup[3,+\infty)$

2. 若复数$\dfrac{m+i}{1+i}$在复平面内对应的点在第四象限，则实数m的取值范围是

A. $(-\infty,-1)$　B. $(-1,1)$　C. $(1,+\infty)$　D. $(-1,+\infty)$

3. 执行如图所示的程序框图，输出的s值为



A. $\dfrac{13}{8}$　B. $\dfrac{8}{5}$　C. $\dfrac{5}{3}$　D. $\dfrac{3}{2}$

4. 已知点$P(x,y)$的坐标满足条件$\begin{cases}2x+3y-9\le 0,\\2x-3y+9\ge 0,\\y-1\ge 0,\end{cases}$且点$P$在直线$y=-3x+m$上. 则$m$的取值范围是

A. $[-9,9]$　B. $[-8,9]$　C. $[-8,10]$　D. $[9,10]$

5. 设直线l过原点，倾斜角为α，圆C的方程为$x^2+(y-2)^2=1$.

则“$\alpha=\dfrac{\pi}{3}$”是“直线l与圆C相切”的

A.充分而不必要条件 B.必要而不充分条件 C.充分必要条件　D.既不充分也不必要条件

6. 已知$x,y\in R$，且$0<x<y<1$，则

A. $x^{-1}<y^{-1}<1$　B. $1<\lg x<\lg y$

C. $(\dfrac{1}{2})^x<(\dfrac{1}{2})^y<2$　D. $0<\sin x<\sin y$

7. 已知$\vec{a},\vec{b}$是单位向量，$\vec{a}\bullet\vec{b}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，则$|\vec{a}+t\vec{b}|(t\in R)$的最小值为

A. $\dfrac{1}{4}$　B. $\dfrac{1}{2}$　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　D. 1

8. 某食品的保鲜时间y（单位：小时）与储藏温度x（单位：$°C$）满足函数关系$y=e^{kx+b}$（$e=2.718\cdots$为自然对数的底数，k,b为常数）. 若该食品在$0°C$的保鲜时间是192小时，在$14°C$的保鲜时间是48小时，则该食品在$21°C$的保鲜时间是

A. 16 小时　B. 20 小时　C. 24 小时　D. 28 小时

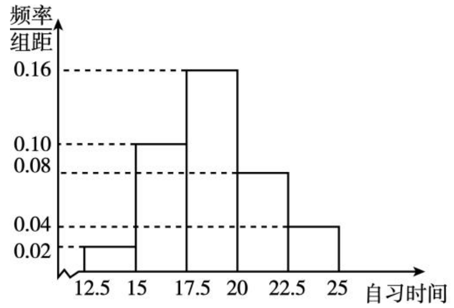
第二部分(非选择题 共 110 分)

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 5 分，共 30 分）

9. 已知双曲线 $\frac{x^2}{m}-y^2=1$ 的一个焦点为 $(-2\sqrt{2},0)$，则该双曲线的方程为________________.

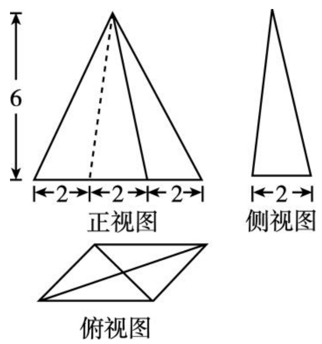
10. 在 ΔABC 中， $AC=1,BC=3,A+B=60^0$,，则 $AB=$ ________ .

11. 某高校调查了 200 名学生每周的自习时间（单位：小时），制成了如图所示的频率分布直方图，其中自习时间的范围是[12.5，25]，样本数据分组为[12.5，15)， [15，17.5)，[17.5,20)，[20，22.5)，[22.5，25]. 根据直方图，这 200 名学生中每周的自习时间不少于 20 小时的人数是______.



12. 已知 $x+y=3$，则 2^x+2^y 的最小值是______.

13. 已知一个四棱锥的底面是平行四边形，该四棱锥的三视图如图所示（单位：m），则该四棱锥的体积为_______m^3.



14. 刘老师带甲、乙、丙、丁四名学生去参加自主招生考试，考试结束后刘老师和四名学生了解考试情况。四名学生回答如下：

甲说：“我们四人都没考好。”

乙说：“我们四人中有人考得好。”

丙说：“乙和丁至少有一人没考好。”

丁说：“我没考好。”

结果四名学生中有两人说对了，则这四名学生中说对了的是______________ 两人.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

15.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})-2\cos^2 x$.

(I) 求 $f(\frac{\pi}{6})$ 的值；

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right]$ 上的最大值.

16.（本小题满分 13 分）

已知$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是单调递增的等比数列，且$a_2=b_2=3, b_1+b_3=10, b_1b_3=a_5$.

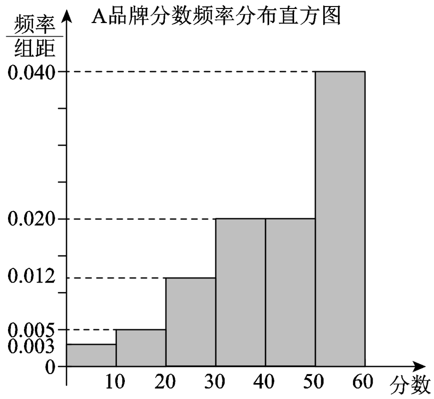
(I) 求$\{a_n\}$的通项公式；

(II) 设$c_n=\begin{cases} a_n(n\le 5), \\ b_n(n>5), \end{cases}$ 求数列$\{c_n\}$的前n项和.

17. （本小题满分 13 分）

为了解市民对 A，B 两个品牌共享单车使用情况的满意程度，分别从使用 A，B 两个品牌单车的市民中随机抽取了 100 人，对这两个品牌的单车进行评分，满分 60 分.

根据调查，得到 A 品牌单车评分的频率分布直方图，和 B 品牌单车评分的频数分布表：



B 品牌分数频数分布表

分数区间	频数
$[0,10)$	1
$[10,20)$	3
$[20,30)$	6
$[30,40)$	15
$[40,50)$	40
$[50,60]$	35

根据用户的评分，定义用户对共享单车评价的“满意度指数”如下：

评分	$[0,30)$	$[30,50)$	$[50,60]$
满意度指数	0	1	2

（Ⅰ）求对 A 品牌单车评价“满意度指数”为 0 的人数；

（Ⅱ）从对 A，B 两个品牌单车评分都在$[0,10)$范围内的人中随机选出 2 人，求 2 人中恰有 1 人是 A 品牌单车的评分人的概率；

（Ⅲ）如果从 A，B 两个品牌单车中选择一个出行，你会选择哪一个？说明理由.

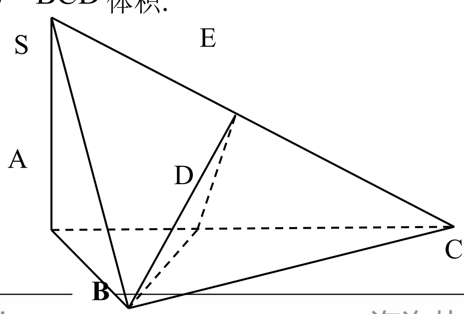
18. （本小题满分 14 分）

如图,在三棱锥 S-ABC 中,SA⊥底面 ABC,AB⊥BC，又 SA＝AB=1,SB＝BC.

（Ⅰ）求证：平面$SBC\perp$平面SAB；

（Ⅱ）如果 DE 垂直平分 SC，且分别交 AC、SC 于 D、E.求证：$SC\perp$平面BDE；

（Ⅲ）在第（Ⅱ）问的条件下，求三棱锥的 E—BCD 体积.



19. （本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=x(\ln x-1)+\ln x+1$.

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）若不等式 $x^2+x(m-f'(x))+1\geq 0$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

20.（本小题满分 14 分）

已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，两点 $P_1(0,\sqrt{3})$，$P_2\left(1,-\dfrac{3}{2}\right)$ 在椭圆上.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程及焦点坐标；

（Ⅱ）设直线 l 不经过点 $P_1(0,\sqrt{3})$ 且与椭圆 E 相交于 M,N 两点，直线 P_1M 与直线 P_1N 的斜率分别为 k_1,k_2，若 $k_1+k_2=-\sqrt{3}$. 求证：直线 l 恒过某定点.

数学试题答案

一、DCBC　ADBC

二、9. $\frac{x^2}{7}-y^2=1$　10. $\sqrt{13}$　11.60　12. $4\sqrt{2}$　13. 16　14. 乙丙

三、15. 解：(I) $f(\frac{\pi}{6})=\sin(2\times\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6})-2\cos^2\frac{\pi}{6}$

$=\sin\frac{\pi}{2}-2\times(\frac{\sqrt{3}}{2})^2$ ----------------------2 分

$=1-\frac{3}{2}$ ----------------------4 分

$=-\frac{1}{2}$ ----------------------5 分

(II) $f(x)=\sin 2x\cos\frac{\pi}{6}+\cos 2x\sin\frac{\pi}{6}-(1+\cos 2x)$ ……………………7 分

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x-1-\cos 2x$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x-1$ ……………………8 分

$=\sin(2x-\frac{\pi}{6})-1$ ……………………10 分

因为 $-\frac{\pi}{3}\le x\le\frac{\pi}{6}$，

所以 $-\frac{5\pi}{6}\le 2x-\frac{\pi}{6}\le\frac{\pi}{6}$. ……………………11 分

当 $2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$，即 $x=\frac{\pi}{6}$ 时， ……………………12 分

$f(x)$ 取得最大值为 $-\frac{1}{2}$． ……………………13 分

16. 解：(I) 设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，等比数列$\{b_n\}$的公比为q.

由$\begin{cases}b_2=3,\\ b_1+b_3=10,\end{cases}$得$\begin{cases}b_1q=3,\\ b_1+b_1q=10,\end{cases}$解得$\begin{cases}b_1=1,\\ q=3.\end{cases}$ ....2 分

由$\begin{cases}a_2=3,\\ b_1b_3=a_5,\end{cases}$得$\begin{cases}a_1+d=3,\\ a_1+4d=9,\end{cases}$解得$\begin{cases}a_1=1,\\ d=2.\end{cases}$ ....4 分

所以$a_n=2n-1$. ....6 分

(II) 设数列$\{c_n\}$的前n项和为S_n.

由(I)可知$a_n=2n-1$，$b_n=b_1q^{n-1}=3^{n-1}$. ....7 分

当$n\le 5$时，$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}=n^2$ ....9 分

当$n>5$时，

$$S_n=a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+b_6+b_7+\cdots+b_n=\frac{5\times(a_1+a_5)}{2}+\frac{b_6\times(1-q^{n-5})}{1-q}=25+\frac{3^n-243}{2}=\frac{3^n-193}{2}$$

------------------------------------13 分

17. 解：解：（Ⅰ）由对 A 品牌单车评分的频率分布直方图，得

对 A 品牌评价 “满意度指数” 为 0 的频率为$(0.003+0.005+0.012)\times 10=0.2$，

....2 分

所以，对 A 品牌评价 “满意度指数” 为 0 的人数为 $100\times 0.2=20$ 人.

....4 分

（Ⅱ）对 A 品牌评分在$[0,10)$范围内的有 3 人，设为A_1,A_2,A_3；

对 B 品牌评分在在$[0,10)$范围内的有 1 人，设为B．……………………6 分

从这 4 人中随机选出 2 人的选法为：

(A_1,B)，(A_2,B)，(A_3,B)，(A_1,A_2)，(A_1,A_3)，(A_2,A_3)，共6 种.………7 分

其中，恰有 1 人是 A 品牌单车的评分人的选法为(A_1,B)，(A_2,B)，(A_3,B)，

……………………………………8 分

故所求概率为 $P=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.　……………………………………9 分

（Ⅲ）从用户对两个品牌评价的“满意度指数”的均值的角度来看：

用户对 A 品牌单车评价的“满意度指数”的频率分布如下：

等级得分	0	1	2
频率	0.2	0.4	0.4

用户对 B 品牌单车评价的“满意度指数”的频率分布如下：

等级得分	0	1	2
频率	0.1	0.55	0.35

……………………………………10 分

用户对 A 品牌单车评价的“满意度指数”的均值为：

$\overline{x_A}=0\times0.2+1\times0.4+2\times0.4=1.2$；

用户对 B 品牌单车评价的“满意度指数”的均值为：

$\overline{x_B}=0\times0.1+1\times0.55+2\times0.35=1.25$，……………………………………12 分

因为 $\overline{x_A}<\overline{x_B}$，所以会选择 B 品牌的单车出行．……………………13 分

18.解：（Ⅰ）因为 $SA\perp$底面ABC, $BC\subset$平面ABC

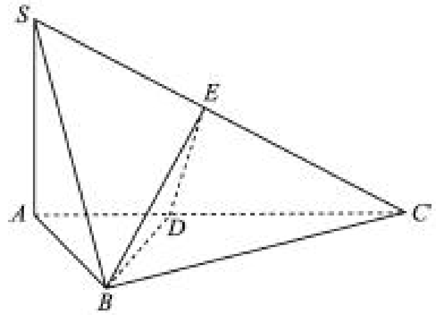
所以 $SA\perp BC$.　……………………2 分

又 $AB\perp BC$，$SA\cap AB=A$

所以$BC\perp$平面SAB.　……………………4 分

又 $BC\subset$ 平面 SBC，

所以平面 $SBC\perp$ 平面 SAB ………………………………5 分



（Ⅱ）由（Ⅰ）知，ΔSBC 为等腰直角三角形.又 $SB=\sqrt{2}=BC$

所以 SC=2，又 E 为 SC 中点，所以 $BE\perp SC$. ……………………8 分

又 $DE\perp SC$，$DE\cap BE=E$，所以 $SC\perp$ 平面 BDE ………………………………10 分

（Ⅲ）由（Ⅱ）知 $SC\perp$ 平面 BDE，又 $BD\subset$ 平面 SAC

所以 $SC\perp BD$，又 $SA\perp$ 底面 ABC，$BD\subset$ 平面 ABC

所以，$SA\perp BD$，又 $SA\cap SC=S$，所以 $BD\perp$ 平面 SAC ……………………12 分

所以 $BD\perp AC$.

所以 $BD=\frac{\sqrt{6}}{3}$，$CD=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$DE=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$V_{E-BCD}=V_{B-CDE}$，$V_{B-CDE}=\frac{1}{3}\cdot BD\cdot S_{\Delta CDE}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{18}$

所以三棱锥 E—BCD 的体积为 $\frac{\sqrt{2}}{18}$. ………………………………14 分

19．解：（Ⅰ）$\because f'(x)=\ln x-1+x\bullet\frac{1}{x}+\frac{1}{x}=\ln x+\frac{1}{x}$ ……………………………2分

$\therefore f'(1)=0+1=1$　又$\because f(1)=(\ln 1-1)+\ln 1+1=0$ ……………………………4分

$\therefore$曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程为$y=x-1$，即$x-y-1=0$

……………………………5分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知$f'(x)=\ln x+\frac{1}{x}$，所以不等式$x^2+x(m-f'(x))+1\geq 0$可以化为：

$x^2+mx-x\ln x\geq 0$，而$x>0$，$\therefore$上式等价于$m\geq \ln x-x$ …………………7分

令$g(x)=\ln x-x$，则$g'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}$，

当$g'(x)=0$时，$x=1$ ……………………………9分

则$g'(x)$，$g(x)$随x的变化而变化情况如下表：

x	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$g'(x)$	+	0	−
$g(x)$	↗	极大值	↘

由上表知$x=1$是$g(x)$的最大值点，即$g(x)\leq g(1)=-1$．所以$m\geq -1$

综上所述，实数m的取值范围是$[-1,+\infty)$． ………………………………13分

20. 解：（Ⅰ）∵椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $P_1(0,\sqrt{3})$，∴$b=\sqrt{3}$--------1 分

∵ 椭圆 E 过点 $P_1\left(1,-\frac{3}{2}\right)$， ∴$\frac{1}{a^2}+\frac{9}{4}\bullet\frac{1}{3}=1$，解得 $a^2=4,a=2$，∴$c=1$ …3 分

因此椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，焦点坐标为 $F_1(-1,0),F_2(1,0)$ ---------5 分

（Ⅱ）①当直线 l 斜率不存在时，设 $l:x=t\ (t\neq 0)$，$M(t,y_M),N(t,-y_M)$，

则 $k_1+k_2=\frac{y_M-\sqrt{3}}{t}+\frac{-y_M-\sqrt{3}}{t}=-\sqrt{3}$，解得 $t=2$，

此时直线过椭圆 E 的右顶点，不存在两个交点，所以这种情况不成立 ---------6 分

②当直线 l 斜率存在时，设 $l:y=kx+m(m\neq\sqrt{3})$，$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$

由题意可知，$k\neq 0,m\neq-\sqrt{3}$，$x_1\neq 0,x_2\neq 0$.

联立方程组 $\begin{cases}y=kx+m\\3x^2+4y^2=12\end{cases}$，整理得：$(3+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-12=0$

$\therefore x_1+x_2=-\frac{8km}{3+4k^2},x_1x_2=\frac{4m^2-12}{3+4k^2}\ (m\neq\pm\sqrt{3})$. ---------------------9 分

则 $k_1+k_2=\frac{y_1-\sqrt{3}}{x_1}+\frac{y_2-\sqrt{3}}{x_2}=\frac{x_2(kx_1+m)-\sqrt{3}x_2+x_1(kx_2+m)-\sqrt{3}x_1}{x_1x_2}$

$$=\frac{2kx_1x_2+(m-\sqrt{3})(x_1+x_2)}{x_1x_2}=2k+(m-\sqrt{3})\bullet\frac{-\frac{8km}{3+4k^2}}{\frac{4m^2-12}{3+4k^2}}=2k-\frac{2km}{m+\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}k}{m+\sqrt{3}}$$

---12 分

$\therefore\frac{2\sqrt{3}k}{m+\sqrt{3}}=-\sqrt{3}$，整理得 $m=-2k-\sqrt{3}$，此时 $\Delta=-192\sqrt{3}k$，存在 k 使 $\Delta>0$

∴直线 l 的方程为：$l:y=kx-2k-\sqrt{3}=k(x-2)-\sqrt{3}$，当 $x=2$ 时，$y=-\sqrt{3}$

∴直线 l 恒过定点 $(2,-\sqrt{3})$ ---14 分