理科数学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|1\leqslant x\leqslant 4\}$，$B=\{x||x|\leqslant 3\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{x|-3\leqslant x\leqslant 4\}$　　B. $\{x|-3\leqslant x\leqslant 3\}$　　C. $\{x|1\leqslant x\leqslant 4\}$　　D. $\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}$

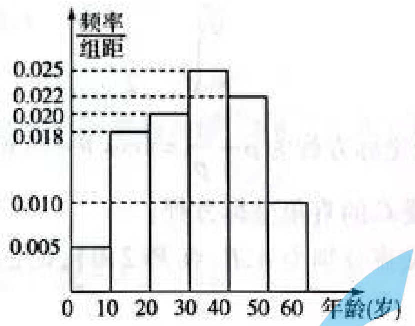
2. 已知复数 z 满足 $|z-i|=2$，$\bar{z}$ 为 z 的共轭复数，则 $z\cdot\bar{z}$ 的最大值为

A. 1　　B. 4　　C. 9　　D. 16

3. 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{3}{5}$，以 C 的上、下顶点和一个焦点为顶点的三角形的面积为 48，则椭圆的长轴长为

A. 5　　B. 10　　C. 15　　D. 20

4. 某市为了解市民对机动车单双号限行的看法，随机调查了一部分市民，其年龄（岁）统计结果如下，则这组数据的中位数为



A. 30　　B. 32.8　　C. 35.6　　D. 40

5. 盈亏平衡点又称零利润点，通常是指全部销售收入等于全部成本时（销售收入线与总成本线的交点）的销售量，其计算公式为 $BEP(Q)=\dfrac{C_F}{P-C_U-T_U}$（其中 $BEP(Q)$ 为盈亏平衡点，C_U 为单位产品变动成本，T_U 为单位产品税金及附加，P 为产品单价，C_F 为总固定成本）. 某企业某种产品的年固定成本为 1 800 万元，单位产品变动成本为 600 元，单位产品税金及附加为 200 元，若该企业这种产品每年的盈亏平衡点为 75 000 台，则该产品的单价为

A. 1 000 元　　B. 1 020 元　　C. 1 040 元　　D. 1 060 元

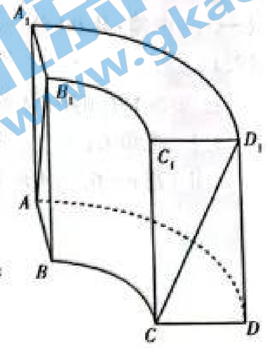
6. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n^2+3a_n=2^n\cdot a_n+3\cdot 2^n$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项和 $S_{10}=$

A. 1 022　　B. 1 023　　C. 2 046　　D. 2 047

7. $(\sqrt{x}+1)^7(3\sqrt{x}-5)^2$ 的展开式中 x^3 项的系数为

A. $-1\ 120$　　B. -140　　C. 140　　D. 1 120

8. 在中国古代数学著作《九章算术》中记载了一种称为"曲池"的几何体，该几何体的上、下底面平行，且均为扇环形(扇环是指圆环被扇形截得的部分). 现有一个如图所示的曲池，它的高为 2，AA_1，BB_1，CC_1，DD_1 均与曲池的底面垂直，底面扇环对应的两个圆的半径分别为 1 和 2，对应的圆心角为 90°，则图中异面直线 AB_1 与 CD_1 所成角的余弦值为



A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{2}{3}$

9. 已知 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的奇函数，$f(x-2)$ 为偶函数，且当 $0<x\leqslant 2$ 时，$f(x)=\log_2 2x$，则 $f(201)+f(202)=$

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

10. 在四棱锥 $S-ABCD$ 中，侧面 $SAD\perp$ 底面 $ABCD$，且 $SA=SD$，$\angle ASD=90°$，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，设 P 为该四棱锥外接球表面上的动点，则三棱锥 $P-SAD$ 的最大体积为

A. $1+\sqrt{2}$　　B. $\frac{2+2\sqrt{2}}{3}$　　C. $\frac{2+\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{1+\sqrt{2}}{3}$

11. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{3a^2}=1(a>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 C 的左顶点 A 作一条与渐近线平行的直线与 y 轴相交于点 B，点 M 为线段 AB 上一个动点，当 $\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}$ 分别取得最小值和最大值时，点 M 的纵坐标分别记为 m，n，则 $\frac{n}{m}=$

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. 3　　D. 4

12. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=3\lambda(\lambda<0)$，$a_{n+1}+2\lambda^n=a_n+2\lambda^{n+1}$，且对任意 $m,n\in\mathbf{N}^*$，$\frac{a_m}{a_n}\in\left(\frac{1}{6},6\right)$，则实数 λ 的取值范围是

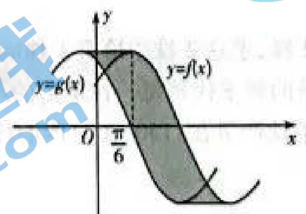
A. $\left(-\frac{1}{4},0\right)$　　B. $\left(-\infty,-\frac{1}{4}\right)$　　C. $\left(-\frac{1}{8},0\right)$　　D. $\left(-\frac{1}{4},-\frac{1}{8}\right)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-6,-3)$，$\boldsymbol{b}=(-2,m-1)$，若 $(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})/\!/\boldsymbol{a}$，则实数 $m=$________.

14. 已知变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+4y+4\geqslant 0,\\ x-2y-2\geqslant 0,\\ x+y-2\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=2x+4y$ 的最小值为________.

15. 将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象向左平移 θ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象，如图所示，图中阴影部分的面积为 $\frac{\pi}{2}$，则 $\varphi=$________.



16. 已知对任意 $x\in\mathbf{R}$，不等式 $\cos(2\sin x)\leqslant a\cos^2 x(a\in\mathbf{R})$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

已知$\triangle ABC$的内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，且满足$2c\cos C=a\cos B-b\cos(B+C)$.

（Ⅰ）求角C；

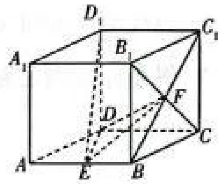
（Ⅱ）若$c=6$，$\triangle ABC$的面积$S=6b\sin B$，求S.

18.（12 分）

如图，在直四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，底面$ABCD$为菱形，且$\angle BAD=60°$，E为AB的中点，F为BC_1与B_1C的交点.

（Ⅰ）求证：平面$DEF\perp$平面CDD_1C_1；

（Ⅱ）若$DD_1=AD$，求二面角D_1-DE-F的余弦值.



19.（12 分）

无土栽培由于具有许多优点，在果蔬种植行业得到大力推广，无土栽培的类型主要有水培、岩棉培和基质培三大类. 某农科院为了研究某种草莓最适合的无土栽培方式，种植了 400 株这种草莓进行试验，其中水培、岩棉培、基质培的株数分别为 200，100，100. 草莓成熟后，按照栽培方式用分层抽样的方法抽取了 40 株作为样本，统计其单株产量，数据如下：

方式 / 株数 / 单株产量(g)	水培	岩棉培	基质培
$(50,100)$	x	4	3
$[100,150)$	5	3	z
$[150,200)$	4	2	2
$[200,+\infty)$	1	y	0

（Ⅰ）求x,y,z的值；

（Ⅱ）若从这 40 株草莓中随机抽取 2 株，求这 2 株中恰有 1 株的单株产量不小于 150 g 的概率；

（Ⅲ）以这 40 株草莓的不同单株产量的频率代替每一株草莓的产量为对应数值的概率，若从这 400 株草莓中随机抽取 3 株，用X表示单株产量在$[150,200)$内的株数，求X的分布列和数学期望.

20.（12 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，已知 F 为抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点，点 $P(t,s)(s>0)$ 为抛物线 C 上一点，P 关于 x 轴对称的点为 Q，且 $\triangle OPQ$ 和 $\triangle OPF$ 的面积分别为 16 和 2.

（Ⅰ）求 C 的方程；

（Ⅱ）设直线 $l:y=kx+2(k>0)$ 与抛物线 C 相交于 A,B 两点，过点 A 作 x 轴的垂线与直线 OP,OB 分别相交于点 M,N，证明：$|AM|=|MN|$.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{m\ln x}{x}(m\neq 0,m\in \mathbf{R})$ 的图象在 $x=\dfrac{1}{e}$ 处的切线斜率为 $2e^2$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的极大值；

（Ⅱ）若 $(x_1,a),(x_2,a)$ 是函数 $y=f(x)$ 图象上不同的两点，求实数 a 的取值范围，并证明：$x_1x_2>e^2$.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22,23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22.［选修 4－4：坐标系与参数方程］（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=2-\dfrac{1}{2}t, \\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数），以 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho+\dfrac{1}{\rho}=4\cos\theta-2\sin\theta$.

（Ⅰ）求直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程；

（Ⅱ）设直线 l 与曲线 C 的两个交点分别为 A,B，点 $P(2,0)$，记 $\triangle POA$ 与 $\triangle POB$ 的面积分别为 S_1,S_2，求 $\dfrac{1}{S_1}+\dfrac{1}{S_2}$ 的值.

23.［选修 4－5：不等式选讲］（10 分）

已知函数 $f(x)=|4x-1|$.

（Ⅰ）求不等式 $f(x+1)+f(x)\geq 6$ 的解集；

（Ⅱ）若函数 $y=f(x)+t^2$ 的图象与函数 $y=5t-f(x+1)$ 的图象有公共点，求实数 t 的取值范围.

“顶尖计划”2022 届高中毕业班第三次考试

理科数学 · 答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

1. D	2. C	3. D	4. B	5. C	6. C
7. B	8. A	9. B	10. D	11. D	12. A

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 0　　　　14. -4

15. $\frac{\pi}{6}$　　　　16. $[1,+\infty)$

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. **解析**　（Ⅰ）因为 $A+B+C=\pi$，所以 $\cos(B+C)=-\cos A$，

所以 $2c\cos C=a\cos B+b\cos A$，…………（2 分）

由正弦定理得 $2\sin C\cos C=\sin A\cos B+\sin B\cos A=\sin(A+B)$.

因为 $\sin(A+B)=\sin C$，所以 $2\sin C\cos C=\sin C$. …………（4 分）

因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $\sin C\neq 0$，所以 $\cos C=\frac{1}{2}$，则 $C=\frac{\pi}{3}$. …………（6 分）

（Ⅱ）由 $S=6b\sin B$，根据面积公式，得 $6b\sin B=\frac{1}{2}a\sin B=3a\sin B$，所以 $a=2b$. …………（8 分）

由余弦定理得 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{1}{2}$，整理得 $a^2+b^2-ab=36$，即 $3b^2=36$，

所以 $b=2\sqrt{3}$，$a=4\sqrt{3}$. …………（10 分）

所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3}=6\sqrt{3}$. …………（12 分）

18. **解析**　（Ⅰ）如图，连接 BD.

在菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=60^\circ$，所以 $\triangle ABD$ 为正三角形. …………（1 分）

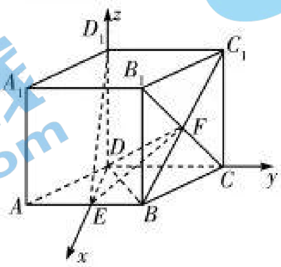
因为 E 为 AB 的中点，所以 $DE\perp AB$.

因为 $AB/\!/CD$，所以 $DE\perp CD$. …………（2 分）

因为 $DD_1\perp$ 平面 $ABCD$，$DE\subset$ 平面 $ABCD$，所以 $DD_1\perp DE$，…………（3 分）

而 $DD_1\cap DC=D$，且 DD_1，$DC\subset$ 平面 CDD_1C_1，$DE\not\subset$ 平面 CDD_1C_1，所以 $DE\perp$ 平面 CDD_1C_1. …………（4 分）

又因为 $DE\subset$ 平面 DEF，所以平面 $DEF\perp$ 平面 CDD_1C_1. …………（5 分）



（Ⅱ）以 D 为原点，以直线 DE，DC，DD_1 分别为 x，y，z 轴建立如图所示的空间直角坐标系.

设 $DD_1=AD=2$，则 $D(0,0,0)$，$E(\sqrt{3},0,0)$，$F\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2},1\right)$，$C(0,2,0)$，

所以$\overrightarrow{DE}=(\sqrt{3},0,0)$，$\overrightarrow{DF}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2},1\right)$. ………………………………………………………………………（7 分）

设 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$ 为平面 DEF 的法向量，

由$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DE}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DF}=0,\end{cases}$得$\begin{cases}\sqrt{3}x=0,\\ \frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{3}{2}y+z=0,\end{cases}$取 $y=2$，得 $\boldsymbol{n}=(0,2,-3)$. ………………………………（9 分）

易知$\overrightarrow{DC}=(0,2,0)$为平面 D_1DE 的一个法向量，……………………………………………………（10 分）

所以 $\cos\langle\boldsymbol{n},\overrightarrow{DC}\rangle=\frac{\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DC}}{|\boldsymbol{n}|\cdot|\overrightarrow{DC}|}=\frac{4}{\sqrt{13}\times 2}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$，

所以二面角 D_1-DE-F 的余弦值为$\frac{2\sqrt{13}}{13}$. ………………………………………………………………（12 分）

19. **解析**　（Ⅰ）根据分层抽样可知，水培、岩棉培、基质培分别抽取的株数为 20，10，10，　…………………（1 分）

由 $x+5+4+1=20$，解得 $x=10$，

由 $4+3+2+y=10$，解得 $y=1$，

由 $3+z+2+0=10$，解得 $z=5$，

故 x,y,z 的值分别为 10，1，5. ………………………………………………………………………………（4 分）

（Ⅱ）记"这 2 株中恰有 1 株的单株产量不小于 150 g"为事件 A，

由表可知，单株产量不小于 150 g 的共有 $4+2+2+1+1+0=10$ 株，

所以 $P(A)=\frac{C_{30}^1C_{10}^1}{C_{40}^2}=\frac{5}{13}$. ………………………………………………………………………………（7 分）

（Ⅲ）依题意可知，单株产量在$[150,200)$内的概率为 $P=\frac{8}{40}=\frac{1}{5}$，……………………………………………（8 分）

X 的所有可能取值为 0，1，2，3，则 $X\sim B\left(3,\frac{1}{5}\right)$. ……………………………………………………………（9 分）

则 $P(X=0)=C_3^0\left(\frac{1}{5}\right)^0\left(1-\frac{1}{5}\right)^3=\frac{64}{125}$，$P(X=1)=C_3^1\left(\frac{1}{5}\right)^1\left(1-\frac{1}{5}\right)^2=\frac{48}{125}$，

$P(X=2)=C_3^2\left(\frac{1}{5}\right)^2\left(1-\frac{1}{5}\right)^1=\frac{12}{125}$，$P(X=3)=C_3^3\left(\frac{1}{5}\right)^3\left(1-\frac{1}{5}\right)^0=\frac{1}{125}$，

其分布列如下：

X	0	1	2	3
P	$\frac{64}{125}$	$\frac{48}{125}$	$\frac{12}{125}$	$\frac{1}{125}$

……（10 分）

所以 $EX=3\times\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$. ………………………………………………………………………………………（12 分）

20. **解析**　（Ⅰ）由题意知$|PQ|=2s$，所以$\triangle OPQ$ 的面积为$\frac{1}{2}\times t\times 2s=ts$，则 $ts=16$①. ……………（1 分）

又因为焦点 $F\left(\frac{p}{2},0\right)$，所以$|OF|=\frac{p}{2}$，则$\triangle OPF$ 的面积为$\frac{1}{2}\times\frac{p}{2}\times s=\frac{ps}{4}$，则$\frac{ps}{4}=2$②. ……………（2 分）

由①②，联立解得 $t=2p$，$s=\frac{8}{p}$，则 $P\left(2p,\frac{8}{p}\right)$，……………………………………………………………（3 分）

将 P 点坐标代入抛物线方程得$\left(\frac{8}{p}\right)^2=2p\cdot 2p$，解得 $p=2$，……………………………………………………（4 分）

故 C 的方程为 $y^2=4x$. ………………………………………………………………

(Ⅱ)由(Ⅰ)知 $P(4,4)$，则直线 OP 的方程为 $y=x$.

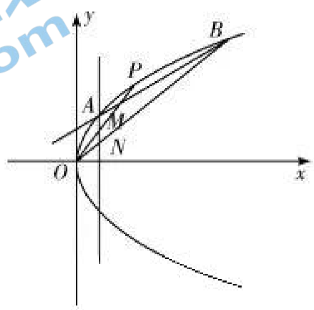
设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则直线 AM 的方程为 $x=x_1$，直线 OB 的方程为 $y=\frac{y_2}{x_2}x$，

所以 $M(x_1,x_1)$，$N\left(x_1,\frac{x_1y_2}{x_2}\right)$. ………………………………………………………………………… (6 分)

联立 $\begin{cases} y=kx+2, \\ y^2=4x, \end{cases}$ 消去 y 得 $k^2x^2+(4k-4)x+4=0$，

则 $\Delta=(4k-4)^2-16k^2=16-32k>0$，得 $0<k<\frac{1}{2}$，所以点 P 在 A，B 之间.

由根与系数的关系，得 $x_1+x_2=\frac{4-4k}{k^2}$，$x_1x_2=\frac{4}{k^2}$. ………………………………………………………… (8 分)



要证 $|AM|=|MN|$，需证 $y_1-x_1=x_1-\frac{x_1y_2}{x_2}$，即 $x_1y_2+x_2y_1=2x_1x_2$，

将 $\begin{cases} y_1=kx_1+2, \\ y_2=kx_2+2 \end{cases}$ 代入上式，得 $(kx_2+2)x_1+(kx_1+2)x_2=2x_1x_2$，

整理得 $(2k-2)x_1x_2+2(x_1+x_2)=0$，………………………………………………………………………… (10 分)

所以 $(2k-2)\times\frac{4}{k^2}+\frac{8-8k}{k^2}=0$，此等式显然成立，…………………………………………………… (11 分)

所以 $|AM|=|MN|$. ………………………………………………………………………………………… (12 分)

21. **解析** (Ⅰ)由题可知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=\frac{m(1-\ln x)}{x^2}$，

由 $f'\left(\frac{1}{e}\right)=2e^2$，得 $\frac{m(1+1)}{\frac{1}{e^2}}=2e^2$，解得 $m=1$. ………………………………………………………… (2 分)

此时 $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$.

当 $x\in(0,e)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，当 $x\in(e,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，

所以当 $x=e$ 时，$f(x)$ 取得极大值，为 $f(e)=\frac{1}{e}$. …………………………………………………………………… (5 分)

(Ⅱ)由题意知方程 $f(x)=a$ 有两个不同的实数根 x_1，x_2.

由(Ⅰ)知 $f(x)$ 在 $(0,e)$ 上单调递增，在 $(e,+\infty)$ 上单调递减，极大值为 $f(e)=\frac{1}{e}$，……………………… (6 分)

且当 $0<x<1$ 时，$f(x)<0$；当 $x>1$ 时，$f(x)>0$；当 $x\to+\infty$ 时，$f(x)\to0$.

所以 $0<a<\frac{1}{e}$. ………………………………………………………………………………………………… (7 分)

不妨设 $0<x_1<e<x_2$，由 $f(x_1)=f(x_2)$ 可得 $\frac{\ln x_1}{x_1}=\frac{\ln x_2}{x_2}$，

可得$\dfrac{\ln x_2+\ln x_1}{\ln x_2-\ln x_1}=\dfrac{x_2+x_1}{x_2-x_1}$，整理得$\ln(x_2x_1)=\dfrac{x_2+x_1}{x_2-x_1}\cdot\ln\dfrac{x_2}{x_1}$. ………………………………………… (8 分)

要证$x_1x_2>e^2$，只需证$\dfrac{x_2+x_1}{x_2-x_1}\cdot\ln\dfrac{x_2}{x_1}>2$，即证$\ln\dfrac{x_2}{x_1}>\dfrac{2(x_2-x_1)}{x_2+x_1}=\dfrac{2\left(\dfrac{x_2}{x_1}-1\right)}{\dfrac{x_2}{x_1}+1}$，

令$t=\dfrac{x_2}{x_1}$，则$t>1$，故只需证$\ln t>\dfrac{2(t-1)}{t+1}$在$(1,+\infty)$上恒成立即可. ………………………… (9 分)

令$g(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}$，则当$t>1$时，$g'(t)=\dfrac{1}{t}-\dfrac{4}{(t+1)^2}=\dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}>0$， ……………………………… (10 分)

所以$g(t)$在区间$(1,+\infty)$上单调递增，所以$g(t)>g(1)=0$， ………………………………………… (11 分)

所以$\ln t>\dfrac{2(t-1)}{t+1}$在区间$(1,+\infty)$上恒成立，故$x_1x_2>e^2$. ………………………………………… (12 分)

22. **解析**　(Ⅰ)直线l的普通方程为$\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0$. ………………………………………… (2 分)

曲线C的极坐标方程$\rho+\dfrac{1}{\rho}=4\cos\theta-2\sin\theta$可变形为$\rho^2-4\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta+1=0$，

所以C的直角坐标方程为$x^2+y^2-4x+2y+1=0$，即$(x-2)^2+(y+1)^2=4$. ……………………………… (4 分)

(Ⅱ)原点O到直线l：$\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0$的距离$d=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}}=\sqrt{3}$， ……………………………… (6 分)

所以$S_1=\dfrac{1}{2}|PA|\cdot d=\dfrac{\sqrt{3}}{2}|PA|$，$S_2=\dfrac{1}{2}|PB|\cdot d=\dfrac{\sqrt{3}}{2}|PB|$.

将直线l的参数方程代入曲线C的普通方程，并整理得$t^2+\sqrt{3}t-3=0$，

$\Delta=15>0$，设A，B两点对应的参数分别为t_1，t_2，则

$t_1+t_2=-\sqrt{3}$，$t_1\cdot t_2=-3$，且t_1，t_2异号. ………………………………………… (8 分)

所以$\dfrac{1}{S_1}+\dfrac{1}{S_2}=\dfrac{2}{\sqrt{3}|PA|}+\dfrac{2}{\sqrt{3}|PB|}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\left(\dfrac{1}{|PA|}+\dfrac{1}{|PB|}\right)=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{|t_1-t_2|}{|t_1\cdot t_2|}$

$=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1\cdot t_2}}{|t_1\cdot t_2|}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{\sqrt{(-\sqrt{3})^2-4\times(-3)}}{|-3|}=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. ………………… (10 分)

23. **解析**　(Ⅰ)$f(x+1)+f(x)\geqslant 6$即为$|4x+3|+|4x-1|\geqslant 6$， ………………………………… (1 分)

所以$\begin{cases}x<-\dfrac{3}{4},\\-8x-2\geqslant 6,\end{cases}$或$\begin{cases}-\dfrac{3}{4}\leqslant x\leqslant\dfrac{1}{4},\\4\geqslant 6,\end{cases}$或$\begin{cases}x>\dfrac{1}{4},\\8x+2\geqslant 6,\end{cases}$

解得$x\leqslant -1$，或$x\in\varnothing$，或$x\geqslant\dfrac{1}{2}$. ………………………………………… (4 分)

故原不等式的解集为$\left\{x\,\middle|\,x\leqslant -1\text{ 或 }x\geqslant\dfrac{1}{2}\right\}$ ………………………………………… (5 分)

(Ⅱ)由题意知方程$f(x)+t^2=5t-f(x+1)$有解，

等价于$f(x)+f(x+1)=-t^2+5t$，即$|4x+3|+|4x-1|=-t^2+5t$有解，

等价于函数$y=|4x+3|+|4x-1|$的图象与直线$y=-t^2+5t$有公共点. ……………………………… (6 分)

因为$y=|4x+3|+|4x-1|\geqslant|4x+3-4x+1|=4$， ………………………………………… (8 分)

所以$-t^2+5t\geqslant 4$，即$t^2-5t+4\leqslant 0$，解得$1\leqslant t\leqslant 4$，

所以实数t的取值范围为$[1,4]$. ………………………………………… (10 分)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 〃 精益求精、专业严谨 〃 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

微信搜一搜

北京高考资讯