文科数学参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	C	A	B	C	A	D	B	A	C	B	B

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分.

13．2　　14．$\frac{64}{9}$　　15．$\sqrt{3}+1$　　16．$\sqrt{6}-\sqrt{3}$

三．解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤． 第 17 题-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22 题、23 题为选考题，考生根据要求作答．

17.【解析】(1) 将图象平移至 A 与原点 O 重合，则 $A'(0,0),B'(\frac{T}{4},1),C'(\frac{3T}{4},-1)$，

所以 $\overrightarrow{A'B'}=(\frac{T}{4},1),\overrightarrow{A'C'}=(\frac{3T}{4},-1)$，

所以 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A'B'}\cdot\overrightarrow{A'C'}=\frac{3T^2}{16}-1$，　　………………………… 4 分

所以 $\frac{3T^2}{16}-1=2$，解得 $T=4$，

故 $\frac{2\pi}{\omega}=4$，解得 $\omega=\frac{\pi}{2}$.　　………………………… 6 分

(2) 因为 $f(2)-f(\frac{4}{3})=\sin(\pi+\varphi)-\sin(\frac{2\pi}{3}+\varphi)=-\frac{1}{2}\sin\varphi-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\varphi=-\sin(\varphi+\frac{\pi}{3})$，

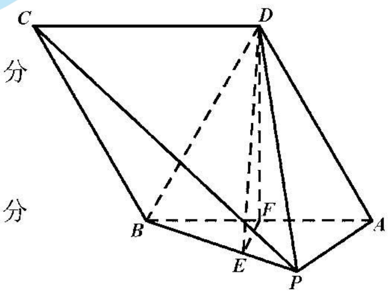
所以 $-\sin(\varphi+\frac{\pi}{3})=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，即 $\sin(\varphi+\frac{\pi}{3})=\frac{\sqrt{3}}{2}$，　　………………………… 9 分

所以 $\varphi+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ 或 $\varphi+\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}+2k\pi(k\in Z)$，

即 $\varphi=2k\pi$ 或 $\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi(k\in Z)$，　　………………………… 11 分

又 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$.　　………………………… 12 分

18.【解析】(1) 如图，取 AB 的中点 F，连接 DB,EF,DF，



因为底面 $ABCD$ 是边长为 4 的菱形，$\angle DAB=\frac{\pi}{3}$，

所以 $DF\perp AB$，　　……………… 2 分

因为 $PA\perp PB$，$BE=2PE$，$\angle PAB=\frac{\pi}{3}$，$AB=4$，

所以 $PE=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$BF=2$，则 $EF=\frac{\sqrt{3}}{3}$，　　……………… 4 分

所以$BF^2+EF^2=BE^2$，则$AB\perp EF$，
因为$DF\cap DE=D$，所以$AB\perp$平面DEF，
所以$AB\perp DE$； ………………………… 6 分
（2）因为平面$PAB\perp$平面$ABCD$，$DF\perp AB$，所以$DF\perp$平面PAB，
由题意知，$DF=2\sqrt{3}$，
所以$V_{D-APE}=\frac{1}{3}S_{\Delta APE}\cdot DF=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2\times\frac{2\sqrt{3}}{3}\times 2\sqrt{3}=\frac{4}{3}$， ………………………… 8 分
因为$PF=2$，$DF=2\sqrt{3},DF\perp PF$,所以$DP=4$，因为$AD=4$，$AP=2$，
所以$S_{\Delta ADF}=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{15}=\sqrt{15}$， ………………………… 10 分
所以$V_{E-APD}=\frac{1}{3}S_{\Delta APD}\cdot d=\frac{1}{3}\times\sqrt{15}\cdot d=\frac{4}{3}$，
所以$d=\frac{4\sqrt{15}}{15}$，即点E到平面PAD的距离为$\frac{4\sqrt{15}}{15}$. ………………………… 12 分

19. 【解析】（1）由已知，$\overline{x}=3$，所以$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2=10$，
因此，如果选择模型$y=a+bx$，
则相关系数$r_1=\frac{47}{\sqrt{10}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$， ………………………… 2 分
如果选择模型$y=a+b\ln x$，即$y=a+bu$，
则相关系数$r_2=\frac{19.38}{\sqrt{1.615}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$， ………………………… 4 分
因为$(\frac{47}{\sqrt{10}})^2=220.9$，$(\frac{19.38}{\sqrt{1.615}})^2=232.56$，
所以$0<r_1<r_2$，故选择$y=a+b\ln x$更适宜作为y关于x的回归模型. ………… 6 分
（2）因为$\sum_{i=1}^{5}u_i\approx 4.79$，$\sum_{i=1}^{5}y_i=62$，
所以$\overline{u}=\frac{4.79}{5}=0.958,\overline{y}=\frac{62}{5}=12.4$， ………………………… 8 分
$$b=\frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})^2}=\frac{19.38}{1.615}=12,$$ ………………………… 10 分
所以$a=\overline{y}-b\overline{u}=12.4-12\times 0.958=0.904$，
所以y关于x的回归方程为$y=0.904+12\ln x$. ………………………… 12 分

20.【解析】（1）因为焦距$2c=2\sqrt{3}$，因此$a^2-b^2=3$，

因为$\tan\angle A_1BO=\dfrac{a}{b}=2$， ························ 2 分

则$a=2$，$b=1$，所以椭圆C的方程是$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$； ························ 5 分

（2）因为$A_2(2,0)$，所以直线l的方程为$y=k(x-2),k<-\dfrac{1}{2}$，

联立$\begin{cases}y=k(x-2)\\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$，整理得$(4k^2+1)x^2-16k^2x+16k^2-4=0$， ························ 6 分

则$x_Q+2=\dfrac{16k^2}{4k^2+1}$，故$x_Q=\dfrac{8k^2-2}{4k^2+1}$，

则$y_Q=k(x_Q-2)=\dfrac{-4k}{4k^2+1}$，所以$Q(\dfrac{8k^2-2}{4k^2+1},\dfrac{-4k}{4k^2+1})$， ·················· 8 分

又直线A_1B的方程为$y=\dfrac{1}{2}x+1$，

联立$\begin{cases}y=\dfrac{1}{2}x+1\\ y=k(x-2)\end{cases}$，解得$P(\dfrac{4k+2}{2k-1},\dfrac{4k}{2k-1})$， ·················· 10 分

所以$\dfrac{|PA_2||MQ|}{|QA_2||MP|}=\dfrac{|PA_2|}{|QA_2|}\cdot\dfrac{|MQ|}{|MP|}=\dfrac{y_Px_Q}{y_Qx_P}$

$=\dfrac{\dfrac{4k}{2k-1}\cdot\dfrac{8k^2-2}{4k^2+1}}{\dfrac{-4k}{2k-1}\cdot\dfrac{4k+2}{4k^2+1}}=\dfrac{1-4k^2}{2k+1}=1-2k=3$，则$k=-1$． ·················· 12 分

21.【解析】（1）当$a=\dfrac{1}{2}$时，$f(x)=\dfrac{1}{2}(x^2-1)-\ln x$，则$f'(x)=x-\dfrac{1}{x}$， ··········· 2 分

当$0<x<1$时，$f'(x)<0$，则$f(x)$在$(0,1)$为减函数；

当$x>1$时，$f'(x)>0$，则$f(x)$在$(1,+\infty)$为增函数； ························ 4 分

所以$f(x)$的极小值为$f(1)=0$，无极大值． ························ 5 分

（2）由$f(x)=a(x^2-1)-\ln x$，则$f'(x)=2ax-\dfrac{1}{x}=\dfrac{2ax^2-1}{x}$

因为$f'(\dfrac{1}{\sqrt{2a}})=0$且$\dfrac{1}{\sqrt{2a}}>1$．

当$0<x<\dfrac{1}{\sqrt{2a}}$时，$f'(x)<0$，则$f(x)$在$(0,\dfrac{1}{\sqrt{2a}})$为减函数；

当$x>\dfrac{1}{\sqrt{2a}}$时，$f'(x)>0$，则$f(x)$在$(\dfrac{1}{\sqrt{2a}},+\infty)$为增函数；

所以当$0<x<1$时，$f(x)>f(1)=0$，又因为$\frac{1}{\sqrt{2a}}>1$，所以$f(\frac{1}{\sqrt{2a}})<0$，

当$x\to+\infty$，此时$f(x)\to+\infty$，所以必然存在$x_0>1$，使得$f(x_0)=0$，………… 8分

即$a=\frac{\ln x_0}{x_0^2-1}$，所以$f'(x_0)=2\frac{\ln x_0}{x_0^2-1}\cdot x_0-\frac{1}{x_0}$

要证明$f'(x_0)<1-2a$，即证明$2\frac{\ln x_0}{x_0^2-1}\cdot x_0-\frac{1}{x_0}<1-2\frac{\ln x_0}{x_0^2-1}$

即证明$2\frac{\ln x_0}{x_0-1}-1-\frac{1}{x_0}<0$，即只要证明$2\ln x_0-\frac{x_0^2-1}{x_0}<0$ ……………………… 10分

设$\varphi(x)=2\ln x-\frac{x^2-1}{x}(x>1)$，则$\varphi'(x)=\frac{2}{x}-1-\frac{1}{x^2}=-\frac{x^2-2x+1}{x^2}$，

所以当$x>1$时，$\varphi'(x)<0$，则$\varphi(x)$在$(1,+\infty)$上为减函数；

所以$\varphi(x)<\varphi(1)=0$，

即$2\frac{\ln x_0}{x_0-1}-1-\frac{1}{x_0}<0$，即$f'(x_0)<1-2a$. ……………………… 12分

22. 【解析】(1) 由题意，点P的极坐标为$(2\sqrt{2},\frac{3\pi}{4})$， ……………………… 2分

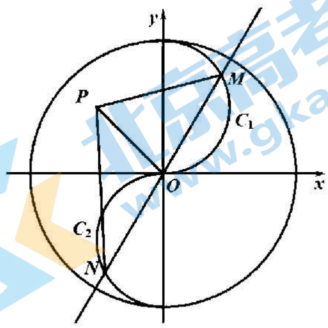
因为分界线C_1的圆心在y轴上，且直径为4，

则其直角坐标方程为$x^2+(y-2)^2=4$，即$x^2+y^2-4y=0\ (x\geq 0)$，

可得其极坐标方程为$\rho^2-4\rho\sin\theta=0\,(0\leq\theta\leq\frac{\pi}{2})$，

即$\rho=4\sin\theta\,(0\leq\theta\leq\frac{\pi}{2})$. ……………………… 5分

(2) 由太极图的对称性可知，M，N两点关于极点对称，



所以$S_{\Delta PMN}=2S_{\Delta OPM}=2\times\frac{1}{2}|OP||OM|\sin\angle POM$，

设直线l的极坐标方程为$\theta=\alpha$ $(0\leq\alpha\leq\frac{\pi}{2})$，

则$M(4\sin\alpha,\alpha)$，$\angle POM=\frac{3}{4}\pi-\alpha$，

所以$S_{\Delta PMN}=2S_{\Delta OPM}=2\times\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times4\sin\alpha\cdot\sin(\frac{3}{4}\pi-\alpha)$

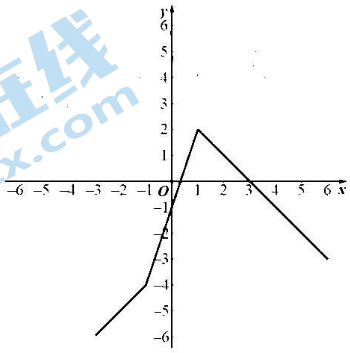
$$=8\sqrt{2}\sin\alpha(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha)$$
$$=4\sin2\alpha+4(1-\cos2\alpha)$$
$$=4\sqrt{2}\sin(2\alpha-\frac{\pi}{4})+4,$$ ……………………… 8分

因为$0 \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2}$，则$-\dfrac{\pi}{4} \le 2\alpha - \dfrac{\pi}{4} \le \dfrac{3\pi}{4}$，

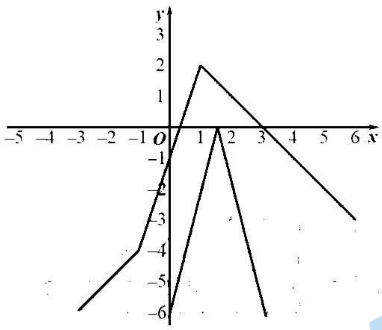
所以当$2\alpha - \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{2}$，即$\alpha = \dfrac{3\pi}{8}$时，$\Delta PMN$面积的最大值为$4\sqrt{2}+4$. ………………… 10 分

23. 【解析】(1) $f(x)=|x+1|-|2x-2|=\begin{cases} x-3, x \le -1, \\ 3x-1, -1<x<1, \\ -x+3, x \ge 1, \end{cases}$ ………………… 3 分

其图象如下图所示：



………………… 5 分



(2) 由 (1) 知函数$f(x)$与x轴的交点为$(\dfrac{1}{3},0)$和$(3,0)$，

结合函数$f(x)$和$g(x)$的图象可以知道，

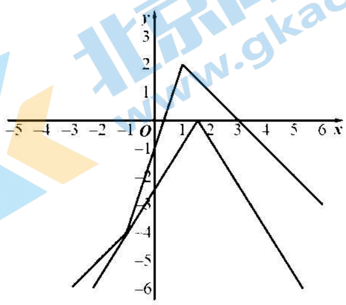
当$a \le -3$时，只需$\dfrac{1}{3} \le b \le 3$，

则$f(x) \ge g(x)$在R上恒成立，

此时$b-a \ge \dfrac{1}{3}+3=\dfrac{10}{3}$， ………………… 7 分

当$-3<a \le -1$时，过点$(-1,-4)$且斜率为$-a$的直线方程为$y=-ax-a-4$，

令$y=0$，则$x=-\dfrac{4}{a}-1$，要$f(x) \ge g(x)$在R上恒成立，



则$-\dfrac{4}{a}-1 \le b \le 3$，

此时$b-a \ge -\dfrac{4}{a}-1-a=-\dfrac{4}{a}-a-1 \ge 2\sqrt{(-\dfrac{4}{a}) \times (-a)}-1=3$，

当且仅当$a=-2$时等号成立.

综上：$b-a$的最小值为3. ………………… 10 分