2020北京首师大附中高二（上）第一次月考

数 学

一、选择题（共10小题）.

1．从某班50名同学中选出5人参加户外活动，利用随机数表法抽取样本时，先将50名同学按01，02，……50进行编号，然后从随机数表的第1行第5列和第6列数字开始从左往右依次选取两个数字，则选出的第5个个体的编号为（　　）（注：表为随机数表的第1行与第2行）

0347　4373　8636　9647　3661　4698　6371　6297
7424　6792　4281　1457　2042　5332　3732　1676

A．24　　B．36　　C．46　　D．47

2．一个容量为100的样本，其数据分组与各组的频数如表：

组别	(0，10]	(10，20]	(20，30]	(30，40]	(40，50]	(50，60]	(60，70]
频数	12	13	24	15	16	13	7

则样本数据落在（10，40]上的频率为（　　）

A．0.13　　B．0.52　　C．0.39　　D．0.64

3．从四双不同的鞋中任意取出4只，事件"4只全部不成对"与事件"至少有2只成对"（　　）

A．是对立事件　　B．不是互斥事件

C．是互斥但不对立事件　　D．都是不可能事件

4．甲、乙两位同学各拿出六张游戏牌，用作投骰子的奖品，两人商定：骰子朝上的面的点数为奇数时甲得1分，否则乙得1分，先积得3分者获胜得所有12张游戏牌，并结束游戏．比赛开始后，甲积2分，乙积1分，这时因意外事件中断游戏，以后他们不想再继续这场游戏，下面对这12张游戏牌的分配合理的是（　　）

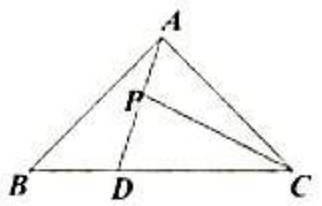
A．甲得9张，乙得3张　　B．甲得6张，乙得6张

C．甲得8张，乙得4张　　D．甲得10张，乙得2张

5．袋中装有5个红球和4个黑球，从袋中任取4个球取到1个红球得3分，取到1个黑球得1分，设得分为随机变量ξ，则ξ≥8的概率P（ξ≥8）等于（　　）

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{5}{6}$　　C．$\frac{5}{12}$　　D．$\frac{7}{12}$

6．如图，在等腰直角△ABC 中，斜边 $|\overrightarrow{BC}|=6$，且$\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{BD}$，点 P 是线段 AD 上任一点，则$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{CP}$的取值范围是（　　）

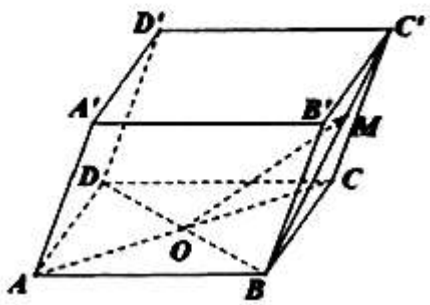


A．[0，4]　　B．$[-\frac{9}{10}，4]$　　C．$[0，\frac{9}{10}]$　　D．$[-\frac{9}{10}，+\infty)$

7．海伦公式是利用三角形的三条边的边长 a，b，c 直接求三角形面积 S 的公式，表达式为：$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$，$p=\frac{a+b+c}{2}$；它的特点是形式漂亮，便于记忆．中国宋代的数学家秦九韶在 1247 年独立提出了“三斜求积术”，虽然它与海伦公式形式上有所不同，但它与海伦公式完全等价，因此海伦公式又译作海伦﹣秦九韶公式．现在有周长为 $10+2\sqrt{7}$的△ABC 满足 $\sin A$：$\sin B$：$\sin C=2$：3：$\sqrt{7}$，则用以上给出的公式求得△ABC 的面积为（　　）

A．$8\sqrt{7}$　　B．$4\sqrt{7}$　　C．$6\sqrt{3}$　　D．12

8．如图，在平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$中，AC 与 BD 的交点为 O，点 M 在 BC'上，且 $BM=2MC'$，则下列向量中与$\overrightarrow{OM}$相等的向量是（　　）



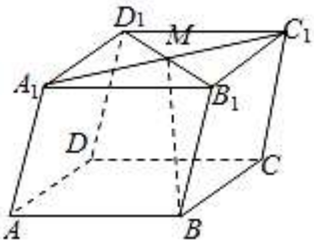
A．$-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{7}{6}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$　　B．$-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{6}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AA'}$

C．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$　　D．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AA'}$

9．在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，记点 A（1，2，3）在 xOz 平面内的正投影为点 B，则$|OB|=$（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\sqrt{10}$　　C．$\sqrt{13}$　　D．$\sqrt{14}$

10．如图：在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点．若$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$，则下列向量中与$\overrightarrow{BM}$相等的向量是（　　）



A. $-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　B. $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　C. $-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　D. $\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。11-15 题均为空间向量的题目

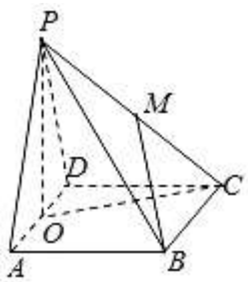
11．空间两点 M（﹣1，﹣2，4），N（1，﹣1，2）间的距离 MN 为______.

12．在棱长为 a 的正方体 $ABCD﹣A_1B_1C_1D_1$ 中，向量 $\overrightarrow{BA_1}$ 与向量 $\overrightarrow{AC}$ 所成的角为______.

13．已知平面 α 的一个法向量 $\vec{n}=(0,\ -\frac{1}{2},\ -\sqrt{2})$，$A\in\alpha$，$P\notin\alpha$，且 $\overrightarrow{PA}=(-\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1}{2},\ \sqrt{2})$，则直线 PA 与平面 α 所成的角为______.

14．已知直线 l 与平面 α 垂直，直线 l 的一个方向向量为 $\vec{u}=(1,\ 3,\ z)$，向量 $\vec{v}=(3,\ -2,\ 1)$ 与平面 α 平行，则 z ＝______.

15．已知四棱锥 $P﹣ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，$PA=PD=\sqrt{5}$，平面 $ABCD$⊥平面 PAD，M 是 PC 的中点，O 是 AD 的中点，则直线 BM 与平面 PCO 所成角的正弦值是______.



三、解答题共 6 小题，共 85 分.16、17 题为统计；18、19 题为概率；20、21 题为空间向量与立体几何

16．中国女排一直是国人的骄傲，2019 年女排世界杯于 9 月 14 日﹣9 月 29 日在日本举行，中国女排 10 连胜提前夺冠，获世界杯第五冠、三大赛第十冠．中国女排用胜利点燃国人的激情，女排精神成为了拼搏、不服输的代表．某校受此影响，也举办了校园排球联赛，每班各自选出 12 人代表队，最后甲、乙两班进入决赛，如下茎叶图所示的是对每名队员上场时间做的统计，根据茎叶图回答问题：

（I）计算甲、乙两班队员上场的平均时间，并根据茎叶图分析哪班队员上场时间更均衡（不需要计算）；

（II）赛后学校在上场时间超过 50 分钟（包括 50 分钟）的队员中随机抽取 2 人评为最佳运动员，则两人中至少有一人来自乙班的概率是多少？

甲		乙
2	0	7
1	1	3
9 2	2	1 2
7 5 4 3 0	3	0 8 9
1	4	4 5
1 0	5	0 2 3

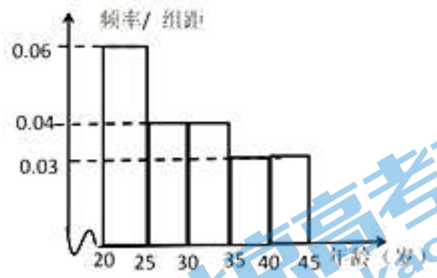
17．2019 年下半年以来，各地区陆续出台了“垃圾分类”的相关管理条例，实行“垃圾分类”能最大限度地减少垃圾处置量，实现垃圾资源利用，改善垃圾资源环境，某部门在某小区年龄处于[20，45]岁的人中随机地抽取 x 人，进行了“垃圾分类”相关知识掌握和实施情况的调查，并把达到“垃圾分类”标准的人称为“环保族”，得到如图示各年龄段人数的频率分布直方图和表中的统计数据．

（1）求 x，y，z 的值；

（2）根据频率分布直方图，估计这 x 人年龄的平均值（同一组数据用该区间的中点值代替，结果按四舍五入保留整数）；

（3）从年龄段在[25，35]的“环保族”中采取分层抽样的方法抽取 9 人进行专访，并在这 9 人中选取 2 人作为记录员，求选取的 2 名记录员中至少有一人年龄在[30，35]中的概率．

组数	分组	“环保族”人数	占本组频率
第一组	[20，25）	45	0.75
第二组	[25，30）	25	y
第三组	[30，35）	20	0.5
第四组	[35，40）	z	0.2
第五组	[40，45）	3	0.1



18．将一颗骰子先后抛掷 2 次，观察向上的点数，事件 A：“两数之和为 8”，事件 B：“两数之和是 3 的倍数”，事件 C：“两个数均为偶数”．

（I）写出该试验的基本事件空间 Ω，并求事件 A 发生的概率；

（II）求事件 B 发生的概率；

（III）事件 A 与事件 C 至少有一个发生的概率．

19．某中学根据学生的兴趣爱好，分别创建了“书法”、“诗词”、“理学”三个社团，据资料统计新生通过考核选拔进入这三个社团成功与否相互独立．2015 年某新生入学，假设他通过考核选拔进入该校的“书法”、“诗词”、“理学”三个社团的概率依次为 m、$\frac{1}{3}$、n，已知三个社团他都能进入的概率为 $\frac{1}{24}$，至少进入一个社团的概率为 $\frac{3}{4}$，且 $m>n$．

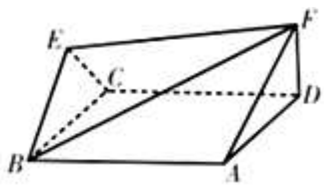
（1）求 m 与 n 的值；

（2）该校根据三个社团活动安排情况，对进入“书法”社的同学增加校本选修学分 1 分，对进入“诗词”社的同学增加校本选修学分 2 分，对进入“理学”社的同学增加校本选修学分 3 分．求该新同学在社团方面获得校本选修课学分分数不低于 4 分的概率．

20．如图所示，菱形 $ABCD$ 与正三角形 BCE 的边长均为 2，它们所在的平面互相垂直，$DF\perp$ 平面 $ABCD$ 且 $DF=\sqrt{3}$．

（1）求证：$EF /\!/$ 平面 $ABCD$；

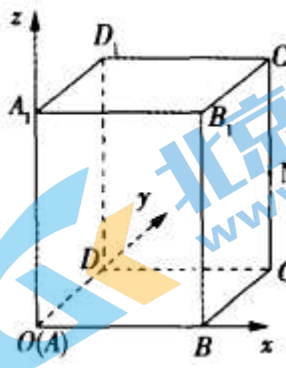
（2）若 $\angle ABC=\angle BCE$，求二面角 $A-BF-E$ 的余弦值．



21．如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$|AB|=4$，$|AD|=3$，$|AA_1|=5$，N 为棱 CC_1 的中点，分别以 AB，AD，AA_1 所在直线为 x 轴 y 轴、z 轴建立空间直角坐标系．

（1）求点 A，B，C，D，A_1，B_1，C_1，D_1 的坐标；

（2）求点 N 的坐标．



2020 北京首师大附中高二（上）第一次月考数学

参考答案

一、单项选择题（共 10 小题）.

1. 【分析】由题知从随机数表的第 1 行第 5 列和第 6 列数字开始，依次选取相应的个体，就可得出答案.

解：由题知从随机数表的第 1 行第 5 列和第 6 列数字开始，由表可知依次选取 43，36，47，46，24.

故选：A.

2. 【分析】由频率分布表计算样本数据落在（10，40]上的频率值.

解：由频率分布表知，样本数据落在（10，40]上的频率为：

$\frac{13+24+15}{100}=0.52$.

故选：B.

3. 【分析】利用对立事件、互斥事件的定义直接求解.

解：从四双不同的鞋中任意取出 4 只，

事件“4 只全部不成对”与事件“至少有 2 只成对”是对立事件.

故选：A.

4. 【分析】由题意知本题是一个古典概型试验发生的事件是投骰子，为了决出胜负，最多再赛两局，用“甲”表示甲胜，用“乙”表示乙胜，于是这两局有四种可能：（甲，甲），（甲，乙），（乙，甲），（乙，乙）. 其中甲获胜有 3 种，而乙只有 1 种，从而得到甲乙获胜的概率.

解：由题意，为了决出胜负，最多再赛两局，用“甲”表示甲胜，用“乙”表示乙胜，于是这两局有四种可能：（甲，甲），（甲，乙），（乙，甲），（乙，乙）.

其中甲获胜有 3 种，而乙只有 1 种，

所以甲得到的游戏牌为 $12\times\frac{3}{4}=4$，乙得到游戏牌为 $12\times\frac{1}{4}=3$；

故选：A.

5. 【分析】由题意得得分小于 8 分的只有两种情况：取到 1 红 3 黑，计 6 分，取到 4 黑，计 4 分，根据互斥事件概率得：则 $\xi\geq8$ 的概率 $P（\xi\geq8）=1-[P（\xi=6）+P（\xi=4）]$.

解：袋中装有 5 个红球和 4 个黑球，从袋中任取 4 个球，

取到 1 个红球得 3 分，取到 1 个黑球得 8 分，设得分为随机变量 ξ，

取到 1 红 3 黑，计 6 分，取到 4 黑，计 3 分，

则 ξ≥8 的概率 P（ξ≥8）=1 - [P（ξ=6）+P（ξ=3）]=1 - $\frac{C_5^1C_4^3+C_8^4}{C_9^4}=\frac{5}{6}$.

故选：B.

6. 【分析】设 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AD}$，用 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ 表示出 $\overrightarrow{AP}$，$\overrightarrow{CP}$，得到 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{CP}$ 关于 λ 的函数，根据 λ 的范围计算函数的值域得出答案.

解：$AB=AC=3\sqrt{2}$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}$（$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$）$=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，

$\therefore\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{CP}=$（$\frac{5\lambda}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{\lambda}{3}\overrightarrow{AC}$）$\cdot$[$\frac{2\lambda}{3}\overrightarrow{AB}+$（$\frac{\lambda}{3}-3$）$\overrightarrow{AC}$]$=\frac{\lambda}{3}$（$\frac{\lambda}{3}-1$）$\overrightarrow{AC}^2+\frac{4\lambda^2}{9}\overrightarrow{AB}^2=10\lambda^2-6\lambda$，

∴当 $\lambda=\frac{3}{10}$ 时，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{CP}$ 取得最小值 $-\frac{9}{10}$，当 λ=1 时，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{CP}$ 取得最大值 4.

故选：B.

7. 【分析】由正弦定理得三角形三边之比，由周长求出三边，代入公式即可.

解：∵sin$A$：sin$B$：sin$C$=2：3：$\sqrt{7}$，∴a：b：c=2：3：$\sqrt{5}$，

∵△ABC 周长为 $10+2\sqrt{7}$，即 $a+b+c=10+2\sqrt{7}$，

∴△ABC 的面积 $S=\sqrt{(5+\sqrt{2})(1+\sqrt{7})(\sqrt{7}-1)(5-\sqrt{7})}=6\sqrt{3}$.

故选：C.

8. 【分析】利用向量的加减法运算的三角形法则，结合数乘运算，即可解决问题.

解：在△OBM 中，$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BM}$，

而 $\overrightarrow{OB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD})$，$\overrightarrow{BM}=\frac{5}{3}\overrightarrow{BC'}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD'}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'})$，

故选：C.

9. 【分析】根据题意，求出 B 的坐标，进而由空间两点间距离公式分析可得答案.

解：根据题意，点 A（1，2，3）在 xOz 平面内的正投影为点 B，则 B 的坐标为（1，0，7），

则$|OB|=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$　；

故选：B.

10. 【分析】利用向量的运算法则：三角形法则、平行四边形法则表示出$\overrightarrow{BM}$.

解：$\because \overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{B_1M}$

$=\vec{c}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$

$=\vec{c}+\frac{1}{8}(-\vec{a}+\vec{b})$

故选：A.

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。11-15 题均为空间向量的题目

11. 【分析】直接利用距离公式求解即可.

解：空间两点 M（－1，－2，4），N（1，－1，3）间的距离 $MN=\sqrt{(-1-1)^2+(-2+1)^6+(4-2)^2}=\sqrt{4+1+5}=3$.

故答案为：3.

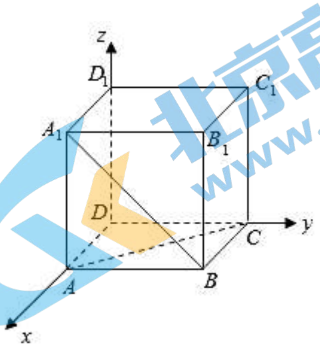
12. 【分析】先建立空间直角坐标系，求出向量$\overrightarrow{BA_1}$与$\overrightarrow{AC}$的坐标，然后利用空间向量的夹角公式进行运算即可.

解：建立如图所示的空间直角坐标系

则 A（a，0，0），B（a，a，0），C（0，a，0），A_1（a，0，a）

$\therefore \cos<\overrightarrow{BA_1},\ \overrightarrow{AC}>=\frac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BA_7}}{|\overrightarrow{AC}|\times|\overrightarrow{BA_1}|}=\frac{-a^2}{\sqrt{2}a\times\sqrt{2}a}=-\frac{1}{7}$

故答案为：120°



13. 【分析】设直线 PA 与平面 α 所成的角为 θ，则 $\sin\theta=|\cos\alpha|=\frac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{PA}|}{|\vec{n}||\overrightarrow{PA}|}$，即可得出.

解：设直线 PA 与平面 α 所成的角为 θ，则 $\sin\theta=|\cos\alpha|=\frac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{PA}|}{|\vec{n}||\overrightarrow{PA}|}=\frac{|0-\frac{1}{4}-2|}{\sqrt{0+\frac{3}{4}+2}\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{1}{7}+2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴直线 PA 与平面 α 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$.

故答案为：$\frac{\pi}{3}$.

14. 【分析】由直线 l 与平面 α 垂直，得到直线 l 的方向向量与平面 α 的方向向量垂直，由此能求出结果.

解：直线 l 与平面 α 垂直，

∵直线 l 的一个方向向量为 $\vec{u}=(1,\ 3,\ z)$，向量 $\vec{v}=(3,\ -2,\ 8)$ 与平面 α 平行，

解得 $z=3$.

故答案为：3.

15. 【分析】以 O 为原点，OA 为 x 轴，过 O 作 AB 平行线为 y 轴，OP 为 z 轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出直线 BM 与平面 PCO 所成角的正弦值.

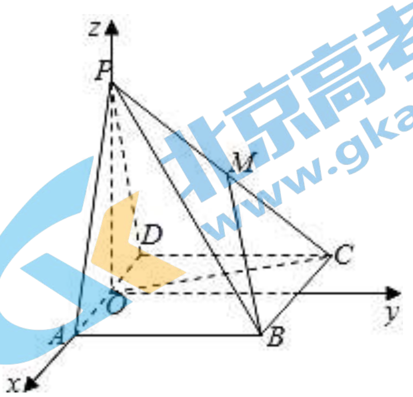
解：以 O 为原点，OA 为 x 轴，过 O 作 AB 平行线为 y 轴，OP 为 z 轴，建立空间直角坐标系，

B（1，2，0），P（0，6，2），C（－1，2，0），M（$-\frac{1}{5}$，1，1），O（0，0，0），

设平面 PCO 的法向量 $\vec{n}=(x,\ y,\ z)$，

设直线 BM 与平面 PCO 所成角为 θ，

故答案为：$\frac{3\sqrt{85}}{85}$



三、解答题共 6 小题，共 85 分.16、17 题为统计；18、19 题为概率；20、21 题为空间向量与立体几何

16. 【分析】（1）由茎叶图中数据直接求平均数.

（2）列举法写出从 5 人中选出 2 人的所有情况，再找出至少有一人来自乙班的选法情况，相比即可求概率.

解：（I）甲班队员上场的平均时间 $\overline{x}=\frac{2+11+22+29+30+33+34+35+37+41+50+5}{12}=31.25$，

乙班队员上场的平均时间 $\overline{x}=\frac{7+13++21+22+30+38+39+44+45+50+52+5}{12}=34.5$.

（II）上场时间超过 50 分钟的队员甲班有两人为 A，B，乙班有 3 人为 C，D，E.

故两人中至少有一人来自乙班的概率 $P=\frac{9}{10}$.

17. 【分析】（1）由频率分布直方图和频数分布表能求出 x，y，z.

（2）根据频率分布直方图，能估计这 x 人年龄的平均值.

（3）从年龄段在[25，35]的“环保族”中采取分层抽样的方法抽取 9 人进行专访，[25，30）中选 5 人，[30，35]中选 4 人，在这 9 人中选取 2 人作为记录员，基本事件总数 $n=C_9^2=36$，选取的 2 名记录员中至少有一人年龄在[30，35]包含的基本事件个数 $m=C_5^1C_4^1+C_4^2=26$，由此能求出选取的 2 名记录员中至少有一人年龄在[30，35]中的概率.

解：（1）由题意得：$\begin{cases} x=\frac{\frac{45}{0.75}}{0.06\times5}=200 \\ y=\frac{25}{200\times0.04\times5}=0.625 \\ z=200\times0.03\times5\times0.2=5 \end{cases}$.

（2）根据频率分布直方图，估计这 x 人年龄的平均值为：

（3）从年龄段在[25，35]的“环保族”中采取分层抽样的方法抽取 9 人进行专访，

在这 9 人中选取 2 人作为记录员，

选取的 2 名记录员中至少有一人年龄在[30，35]包含的基本事件个数：

∴选取的 2 名记录员中至少有一人年龄在[30，35]中的概率 $p=\frac{m}{n}=\frac{26}{36}=\frac{13}{18}$.

18. 【分析】（I）将一颗骰子先后抛掷 2 次，观察向上的点数，利用列举法能求出 Ω，再求出事件 A“两数之和为 8 包含的基本事件有 5，由此能求出事件 A 发生的概率.

（*II*）利用列举法求出事件 *B*：“两数之和是 3 的倍数”包含的基本事件个数，由此能求出事件 *B* 发生的概率．

（*III*）利用列举法求出事件 *A* 与事件 *C* 至少有一个发生包含的基本事件个数，由此能求出事件 *A* 与事件 *C* 至少有一个发生的概率．

解：（*I*）将一颗骰子先后抛掷 2 次，观察向上的点数，

Ω＝{（1，1），（1，2），（1，7），（1，4），（1，5），（1，6），

（3，1），（3，2），（4，3），（3，4），（3，5），（5，6），

（5，1），（5，2），（5，2），（5，4），（5，5），（5，3），

事件 *A*：“两数之和为 8”，事件 *A* 包含的基本事件有：

∴事件 *A* 发生的概率为 *P*（*A*）$=\frac{5}{36}$．

事件 *B* 包含的基本事件有 12 个，分别为：

∴事件 *B* 发生的概率 *P*（*B*）$=\frac{12}{36}=\frac{1}{6}$．

（2，2），（2，4），（8，6），（3，5），（4，2），（4，4），（4，6），（5，3），（3，2），（6，4），（6，6），

∴事件 *A* 与事件 *C* 至少有一个发生的概率为 *P*（*A*∪*C*）$=\frac{11}{36}$．

19．【分析】（1）由相互独立事件概率乘法公式和对立事件概率计算公式列出方程组，能求出结果．

（2）由题令该新同学在社团方面获得校本选修课学分的分数为 X_i，获得样本等候课学分分数不低于 4 分为事件 *A*，利用相互独立事件概率乘法公式和互斥事件概率计算公式能求出结果．

解：（1）由题意列出方程组，得：

$\begin{cases}\frac{1}{3}mn=\frac{1}{24}\\ 1-(1-m)(1-\frac{7}{3})(1-n)=\frac{3}{4}\\ m>n\end{cases}$，解得 $m=\frac{1}{7}$，$n=\frac{1}{4}$．

获得样本等候课学分分数不低于 4 分为事件 *A*，

$P(X_5)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{24}$，

$P(A)=P(X_4)+P(X_5)+P(X_6)=\frac{1}{12}+\frac{1}{24}+\frac{1}{24}=\frac{1}{6}$．

20. 【分析】（1）过点 E 作 $EH\perp BC$，连接 HD，先证明 $EH\perp$平面 $ABCD$，再证明 $EF/\!/FD$，再证明结论；

（2）以 H 为原点，HB，HA，HE 为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系，求出平面 BAF 和平面 BEF 的法向量，利用夹角公式求出即可．

解：（1）过点 E 作 $EH\perp BC$，连接 HD，$EH=\sqrt{3}$，

因为平面 $ABCD\perp$平面 BCE，$EH\subset$平面 BCE，

所以 $EH\perp$平面 $ABCD$，

所以 $FD/\!/EH$，$FD=EH$，故平行四边形 $EHDF$，

由 $EF\not\subset$平面 $ABCD$，$HD\subset$平面 $ABCD$，

（2）连接 HA，根据题意，$AH\perp BC$，

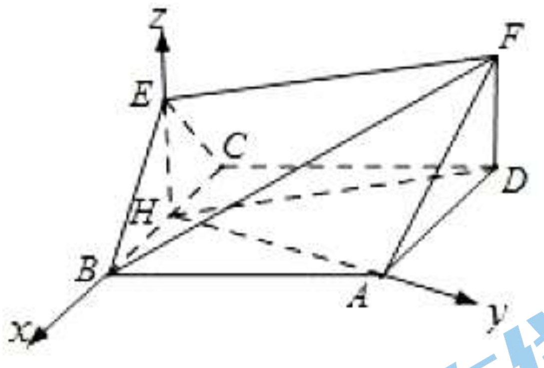
则 A（0，$\sqrt{3}$，0），B（3，0，0），E（0，$\sqrt{3}$，$\sqrt{3}$），F（7，$\sqrt{3}$，$\sqrt{3}$），

设平面 BAF 的法向量为 $\vec{m}=(x，y，z)$，

设平面 BEF 的法向量为 $\vec{n}=(a，b，c)$，

由 $\cos<\vec{m}，\vec{n}>=\frac{3+2+6}{8}=\frac{7}{8}$，

所以二面角 $A-FB-E$ 的余弦值为 $-\frac{7}{8}$．



21. 【分析】（1）利用空间直角坐标系的性质能求出点 A，B，C，D，A_1，B_1，C_1，D_1 的坐标．

（2）利用中点坐标公式能求出点 N 的坐标．

解：（1）∵在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$|AB|=3$，$|AD|=3$，$|AA_1|=5$，N 为棱 CC_1 的中点，

分别以 AB，AD，AA_1 所在直线为 x 轴 y 轴、z 轴建立空间直角坐标系．

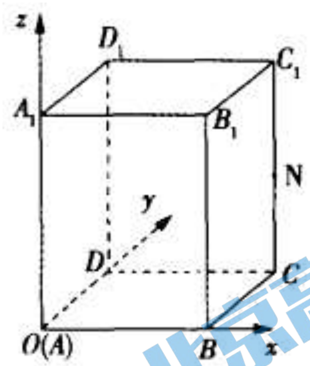
∵B 在 x 轴的正半轴上，且$|OB|=4$，∴B（4，0，6），

∵C 在坐标平面 xoy 内，且 $BC\perp AB$，$CD\perp AD$，∴C（4，3，0），

与点 C 的坐标相比，点 C_1 的坐标只有竖坐标与点 C 不同，

（7）由（1）知 C（4，3，0），C_4（4，3，5），

∴CC_1 的中点坐标为 N（4，7，$\frac{5}{2}$）．



关于我们