

人大附中 2023 届高三再入境摸底练习

数 学

命题人：王鼎 薛坤 审题人：侯立伟 于金华

说明：本试卷 21 道题，共 150 分；考试时间 120 分钟；请在答题卡上填写个人信息，并将条形码贴在答题卡的相应位置上。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置。）

- 已知全集 $U = \mathbb{R}$ ， $A = \{x | x \leq 0\}$ ， $B = \{x | x \geq 2\}$ ，则集合 $\complement_U(A \cup B)$ 等于（ ）

A. $\{x | x \geq 0 \text{ 或 } x \leq 2\}$ B. $\{x | x \leq 2\}$
 C. $\{x | 0 < x < 2\}$ D. $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$
- 复数 $z = \frac{5i}{1-2i}$ 的共轭复数的模是（ ）

A. $2\sqrt{5}$ B. $\sqrt{5}$
 C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- 若 $(1-2x)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ ，则 $a_1 + a_2 + a_3 =$ （ ）

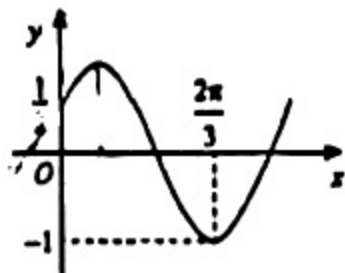
A. 1 B. 2
 C. -1 D. -2
- 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2， S 是正方体内部及表面上的点构成的集合，设集合 $T = \{P \in S | AP \leq 1\}$ ，则 T 表示的几何体的体积为（ ）

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$
 C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{4\pi}{3}$
- 已知 $\triangle ABC$ 中， $AB=3$ ， $AC=4$ ， $BC=5$ ，点 P 在平面 ABC 内， $CP=1$ ，则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的最大值为（ ）

A. 1 B. 2
 C. 3 D. 4
- 净水机常采用分级过滤，其中第一级过滤一般由孔径为 5 微米的 PP 棉滤芯（聚丙烯熔喷滤芯）构成，其结构是多层式，主要用于去除铁锈、泥沙、悬浮物等各种大颗粒杂质。假设每一层 PP 棉滤芯可以过滤掉三分之一的大颗粒杂质，过滤前水中大颗粒杂质含量为 25mg/L ，若要满足过滤后水中大颗粒杂质含量不超过 2.5mg/L ，则 PP 棉滤芯层数最少为（ ）（参考数据： $\lg 2 \approx 0.30$ ， $\lg 3 \approx 0.48$ ）

A. 5 B. 6
 C. 7 D. 8
- 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$ ， $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，则其图象（ ）

A. 关于点 $(\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称 B. 关于点 $(-\frac{\pi}{3}, 0)$ 对称
 C. 关于点 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称 D. 关于点 $(-\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称



8. 已知点 $P(a, 6-a)$, 点 Q 在圆 $C: x^2 + (y-2)^2 = 2$ 上, 则 $|PQ|$ 的取值范围为 ()
- A. $[\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$ B. $[\sqrt{2}, +\infty)$
C. $[2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$ D. $[2\sqrt{2}, +\infty)$
9. 已知 $\{a_n\}$ 是无穷等比数列, 则“存在 $n \in \mathbb{N}^*$, 使得 $a_{n+1} > a_n > a_1$ ”是“对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 均有 $a_{n+1} > a_n$ ”的 ()
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
10. 已知 $f(x)$, $g(x)$ 分别为定义域为 $\mathbb{R}$ 的偶函数和奇函数, 且 $f(x) + g(x) = e^x$, 若关于 x 的不等式 $2f(x) - ag^2(x) \geq 0$ 在 $(0, \ln 2)$ 上恒成立, 则实数 a 的最大值是 ()
- A. $\frac{37}{9}$ B. $\frac{38}{9}$
C. $\frac{39}{9}$ D. $\frac{40}{9}$

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分. 请把结果填在答题纸上的相应位置.)

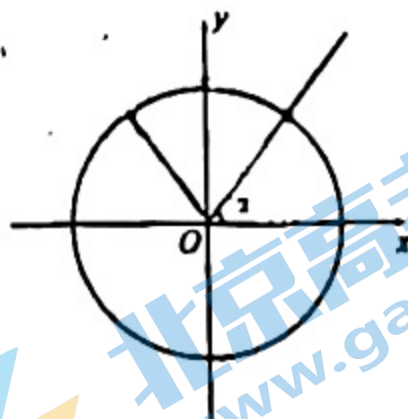
11. 函数 $y = \sqrt{\log_2 x} + \frac{1}{x-2}$ 的定义域为_____

12. 双曲线 $x^2 + my^2 = 1$ 的一条渐近线方程为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 则 m 的值为_____.

13. 角 α, β 的始边均为 x 轴非负半轴, 终边关于原点对称.

如图, 角 α 的终边与单位圆交于点 $P\left(\frac{3}{5}, y_0\right)$ ($y_0 > 0$),

则 $\sin \beta =$ _____, $\tan(\alpha + \beta) =$ _____.



14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x^2+1}, & x < a, \\ -x^2 + 4x + \frac{1}{2}, & x \geq a, \end{cases}$

①若 $f(x)$ 的最大值为 $\frac{5}{2}$, 则 a 的一个取值为_____

②记函数 $f(x)$ 的最大值为 $g(a)$, 则 $g(a)$ 的值域为_____.

15. 对正整数 $n = a_0 \cdot 9^0 + a_1 \cdot 9^1 + \cdots + a_{k-1} \cdot 9^{k-1} + a_k \cdot 9^k$, 其中 $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 8\}$ ($i = 0, 1, 2, \dots, k$), 记 $\omega(n) = a_0 + a_1 + \cdots + a_k$. 设 $T_m = \omega(1) + \omega(2) + \cdots + \omega(9m)$ ($m = 1, 2, 3, \dots, 8$), 给出下面四个结论:

① $\omega(12) = 3$,

② $\omega(9^n - 1) = 8n$,

③ $\omega(9n+1) = \omega(n) + 1$,

④ 数列 $\left\{\frac{T_m}{m}\right\}$ 为等差数列.

其中所有正确结论的序号是_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。请在答题纸上的相应位置作答。）

16.（本小题 13 分）

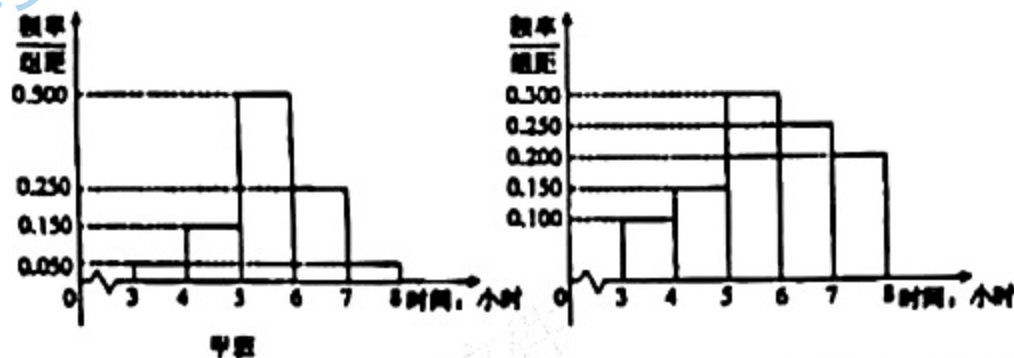
已知 $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x$. 在 $\triangle ABC$ 中, $f(B) = f(C)$, $b \neq c$.

(I) 求角 A 的大小;

(II) 若 $\sin C = \frac{3}{5}$, $c = 2\sqrt{3}$, 求 $\sin B$ 的值及 AB 边上的高.

17.（本小题 14 分）

在全民抗击新冠肺炎疫情期间,北京市开展了“停课不停学”活动,此活动为学生提供了多种网络课程资源以供选择使用.活动开展一个月后,某学校随机抽取了高三年级的甲、乙两个班级进行网络问卷调查,统计学生每天的学习时间.这两个班级各有 40 名学生,均提供了有效数据,将样本数据整理得到如下频率分布直方图:



(I) 已知该校高三年级共有 600 名学生,根据统计数据,估计该校高三年级每天学习时间不超过 4 小时的学生人数;

(II) 从甲、乙两个班级每天学习时间不超过 4 小时的学生中随机抽取 3 人,记从乙班抽到的学生人数为 X , 求 X 的分布列和数学期望;

(III) 记甲、乙两个班级学生每天学习时间的方差分别为 D_1, D_2 , 试比较 D_1, D_2 的大小.(只需写出结论)

18.（本小题 14 分）

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, M 为 PD 的中点, E 为 AM 的中点,点 F 在线段 PB 上.

(I) 取 DM 中点 G , 设平面 EFG 与直线 PC 交于点 H , 再从以下两个条件中选择一个作为已知, 求 $\frac{PH}{HC}$:

条件①: $PF = 3FB$; 条件②: $EF \parallel$ 平面 $ABCD$.

(II) 若平面 $PCD \perp$ 底面 $ABCD$, $\angle PDC = 90^\circ$, $\angle BAD = 45^\circ$, $AB = BC = CD = DA = 1$, $PD = 2$, 求平面 PAD 与平面 PBC 所成锐二面角的余弦值.



19. (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{a}{x}$.

(I) 若曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = 1$ 相切, 求实数 a 的值;

(II) 若函数 $f(x)$ 有且只有 1 个零点, 求 a 的取值范围.

20. (本小题 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的长轴长为 $2\sqrt{3}$, 且过点 $A(1, 1)$.

(I) 求 C 的方程和离心率;

(II) 过点 $(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$ 作直线 l 交椭圆 C 于点 D, E (不与点 A 重合), $\angle DAE$ 是否为定值?

若是, 求出该定值; 若不是, 求其取值范围.

21. (本小题 15 分)

已知有限整数数列 $A: a_1, a_2, \dots, a_n$, 其和集定义为

$$H(A) = \{x | x = |a_k + a_{k+1}|, k = 1, 2, \dots, n-1\}.$$

(I) 对下列数列 A , 分别求其和集 $H(A)$;

① $A: 1, -2, 3$;

② $A: 1, -2, 4$;

(II) 若 $n = 2023$, $H(A) = \{1, 2, 2^2, \dots, 2^{2021}\}$, 求 $|a_{2023} - a_1|$ 的最大值和最小值;

(III) 若 $n = 8$, $0 = |a_1| < |a_2| < \dots < |a_8|$, $H(A) = \{1, 3, 3^2, \dots, 3^6\}$, 求满足条件的 A 的个数.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜



北京高考资讯