# 北京市八一学校 2023—2024 学年度第二学期开学摸底考

## 高 三 数 学 试 卷

2024.02

本试卷共 4 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

### 第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

1. 已知集合 $A=\{(x,y)\mid y=x^2\}, B=\{(x,y)\mid y=x\}$，则 $A\cap B=$（　）

A. $\{0,1\}$　　B. $\{(0,0)\}$　　C. $\{(1,1)\}$　　D. $\{(0,0),(1,1)\}$

2. 已知复数 $z$ 满足 $\dfrac{z}{2-\mathrm{i}}=\mathrm{i}$，则复数 $z$ 的虚部为（　）

A. 1　　B. i　　C. 2　　D. 2i

3. 已知 $f(x)=\sin x\cos x$，则 $f(x)$ 的最小值与最小正周期分别是（　）

A. $-\dfrac{1}{2}$，$\pi$　　B. $-\dfrac{1}{2}$，$2\pi$　　C. $-2$，$\pi$　　D. $-2$，$2\pi$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n=n^2-n$，则 $a_2+a_3=$（　）

A. 3　　B. 6　　C. 7　　D. 8

5. 已知实数 $a>b>0$，$m\in R$，则下列不等式中成立的是(　)

A. $\dfrac{b+m}{a+m}>\dfrac{b}{a}$　　B. $\left(\dfrac{1}{2}\right)^a<\left(\dfrac{1}{2}\right)^b$　　C. $\dfrac{m}{a}>\dfrac{m}{b}$　　D. $a^{-2}>b^{-2}$

6. 已知 $A,B$ 分别为 $x$ 轴，$y$ 轴上的动点，若以 $AB$ 为直径的圆与直线 $x+2y-2=0$ 相切，则该圆面积的最小值为(　)

A. $\dfrac{\pi}{5}$　　B. $\dfrac{2\pi}{5}$　　C. $\dfrac{4\pi}{5}$　　D. $\pi$

7. 已知 $F_1$，$F_2$ 是双曲线 $C_1: x^2-\dfrac{y^2}{8}=1$ 与椭圆 $C_2$ 的左、右公共焦点，$A$ 是 $C_1$，$C_2$ 在第一象限内的公共点，若 $|F_1F_2|=|F_1A|$，则 $C_2$ 的离心率是（　）

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{2}{5}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{3}{5}$

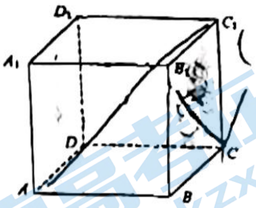
8. 设 $a\in R$，若"$x>1$"是"$ax>\ln x$"的充分不必要条件，则实数 $a$ 的取值范围是(　)

A. $(0,+\infty)$　　B. $(\frac{1}{e},+\infty)$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $(e,+\infty)$



关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

9. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，动点 $M$ 在线段 $CC_1$ 上，动点 $P$ 在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 上，且 $AP\perp$ 平面 $MBD_1$，线段 $AP$ 长度的取值范围是（　）




A. $[1,\sqrt{2}]$　　B. $[\frac{\sqrt{6}}{2},\sqrt{3}]$　　C. $[\frac{\sqrt{6}}{2},\sqrt{2}]$　　D. $[\frac{\sqrt{6}}{2},+\infty)$

10. 某中学举行了科学防疫知识竞赛.经过选拔，甲、乙、丙三位选手进入了的最后角逐他们还将进行四场知识竞赛.规定：每场知识竞赛前三名的得分依次为 $a,b,c(a>b>c$, 且 $a,b,c\in\mathbf{N}^*)$；选手总分为各场得分之和．四场比赛后，已知甲最后得分为 16 分，乙和丙最后得分都为 8 分，且乙只有一场比赛获得了第一名，则下列说法正确的是(　　)

A. 每场比赛的第一名得分 $a$ 为 4　　B.甲至少有一场比赛获得第二名

C.乙在四场比赛中没有获得过第二名　　D. 丙至少有一场比赛获得第三名

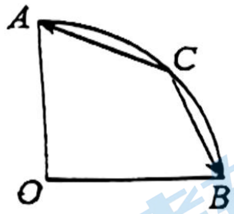
## 第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分.

11. 若 $(x-a)^5$ 的二项式展开式中 $x^2$ 的系数为 10，则 $a=$________.

12. 关于$x$的不等式$x^2-(a+1)x+a<0$ 的解集中至多包含 1 个整数，写出满足条件的一个$a$的值_____.

13. 如图，单位向量$\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$的夹角为$\frac{\pi}{2}$，点$C$在以$O$为圆心，1 为半径的弧$AB$上运动，则$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$的最小值为_____.




14. 已知函数 $f(x)$ 定义域为 $\mathbf{R}$，设 $F_f(x)=\begin{cases}f(x), & |f(x)|\le 1,\\ 1, & |f(x)|>1.\end{cases}$ 若 $f(x)=e^{a-|x|}-1$，且对任意 $x\in\mathbf{R}$，$F_f(x)=f(x)$，则实数 $a$ 的取值范围为_____.

15. 画法几何的创始人法国数学家加斯帕尔·蒙日发现：与椭圆相切的两条垂直切线的交点的轨迹是以椭圆中心为圆心的圆，我们通常把这个圆称为该椭圆的蒙日圆、已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，$F_1$，$F_2$ 分别为椭圆的左、右焦点，$A,B$ 为椭圆上两个动点．直线 $l$ 的方程为 $bx+ay-a^2-b^2=0$.给出下列四个结论：

①$C$ 的蒙日圆的方程为 $x^2+y^2=3b^2$；

②在直线 $l$ 上存在点 $P$，椭圆 $C$ 上存在 $A,B$，使得 $PA\perp PB$；

③记点 $A$ 到直线 $l$ 的距离为 $d$，则 $d-|AF_2|$ 的最小值为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}b$；

④若矩形 $MNGH$ 的四条边均与 $C$ 相切，则矩形 $MNGH$ 面积的最大值为 $6b^2$．

其中所有正确结论的序号为_______.



关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

三、解答题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16. （本小题满分 13 分）在$\triangle ABC$中，$\sqrt{3}\sin A+\cos A=\sqrt{3}, b=2\sqrt{3}$.再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求：

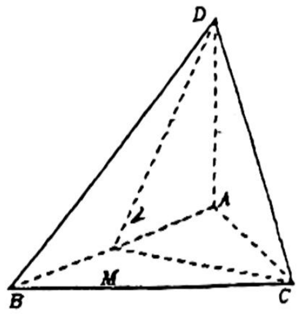
（Ⅰ） $\tan 2A$ 的值；

（Ⅱ）$c$ 和面积 $S$ 的值.

条件①：$a=2, b^2>a^2+c^2$；条件②：$\sqrt{3}a=2c, c>3$.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

17. （本小题满分 14 分）如图，在四面体 $ABCD$ 中，$AD\perp$ 平面 $ABC$，点 $M$ 为棱 $AB$ 的中点，$AB=AC=2$，$BC=2\sqrt{2}, AD=2$.




（Ⅰ）证明：$AC\perp BD$；

（Ⅱ）求平面 $BCD$ 和平面 $DCM$ 夹角的余弦值；

（Ⅲ）在线段 $BD$ 上是否存在一点 $P$，使得直线 $PC$ 与平面 $DCM$ 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$？若存在，求 $\dfrac{BP}{BD}$ 的值；若不存在，请说明理由.

18. （本小题满分 13 分）为迎接2022年冬奥会，北京市组织中学生开展冰雪运动的培训活动，并在培训结束后对学生进行了考核. 记 $X$ 表示学生的考核成绩，并规定 $X\geq 85$ 为考核优秀. 为了了解本次培训活动的效果，在参加培训的学生中随机抽取了30 名学生的考核成绩，并作成如下茎叶图：

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 0 | 1 | 1 | 6 | | | |
| 6 | 0 | 1 | 4 | 3 | 3 | 5 | 8 |
| 7 | 2 | 3 | 7 | 6 | 8 | | 1 |
| 8 | 1 | 1 | 4 | 5 | 2 | 9 | |
| 9 | 0 | 2 | 1 | 3 | 0 | | |

（Ⅰ）从参加培训的学生中随机选取 1 人，请根据图中数据，估计这名学生考核为优秀的概率；

（Ⅱ）从图中考核成绩满足 $X\in[70,79]$ 的学生中任取 3 人，设 $Y$ 表示这 3 人中成绩满足 $|X-85|\leq 10$ 的人数，求 $Y$ 的分布列和数学期望；

（Ⅲ）根据以往培训数据，规定当 $P\left(\left|\dfrac{X-85}{10}\right|\leq 1\right)\geq 0.5$ 时培训有效. 请你根据图中数据，判断此次冰雪培训活动是否有效，并说明理由.

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

19. （本小题满分 15 分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的上、下顶点为$B_2,B_1$，左、右焦点为$F_1,F_2$，四边形$B_1F_1B_2F_2$是面积为 2 的正方形.

（Ⅰ）求椭圆$C$的方程；

（Ⅱ）已知圆$x^2+y^2=\frac{2}{3}$的切线$l$与椭圆$C$相交于$D,E$两点，判断以$DE$为直径的圆是否经过定点？如果是，求出定点的坐标；如果不是，请说明理由.

20. （本小题满分 15 分）已知函数$f(x)=\frac{ax-x^2}{e^x}$.

（Ⅰ）当$a=-1$时，求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

（Ⅱ）当$a>0$时，求证：$f(x)>-\frac{2}{e}$对任意的$x\in(0,+\infty)$成立.

21.（本小题满分 15 分）已知无穷集合$A,B$，且$A\subseteq\mathbf{N},B\subseteq\mathbf{N}$，$A+B=\{a+b|a\in A,b\in B\}$，定义：满足$\mathbf{N}^*\subset(A+B)$时，则称集合$A,B$互为“完美加法补集”

（Ⅰ）已知集合$A=\{a|a=2m+1,m\in\mathbf{N}\}$，$B=\{b|b=2n,n\in\mathbf{N}\}$.判断 2019 和 2020 是否属于集合$A+B$，并说明理由；

（Ⅱ）设集合$A=\{x|x=\varepsilon_0+\varepsilon_2\times2^2+\varepsilon_4\times2^4+\cdots+\varepsilon_{2i}\times2^{2i}+\cdots+\varepsilon_{2s}\times2^{2s},\varepsilon_{2i}=0,1;i=0,1,\cdots,s,s\in\mathrm{N}\}$，

$B=\{x|x=\varepsilon_1\times2^1+\varepsilon_3\times2^3+\cdots+\varepsilon_{2i-1}\times2^{2i-1}+\cdots+\varepsilon_{2s-1}\times2^{2s-1},\varepsilon_{2i-1}=0,1;\ i=1,\cdots,s,s\in\mathrm{N}^*\}$.

（i）求证：集合$A,B$互为“完美加法补集”；

（ii）记$A(n)$和$B(n)$分别表示集合$A,B$中不大于$n(n\in\mathbf{N}^*)$的元素个数，写出满足$A(n)B(n)=n+1$的元素$n$的集合.（只需写出结果，不需要证明）

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

# 北京市八一学校 2023—2024 学年度第二学期开学考

## 高 三 数 学 试 卷 2024.02

本试卷共 4 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

**第一部分**（选择题 共 40 分）

**一、选择题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.**

1. 已知集合 $A=\{(x,y)\mid y=x^2\}, B=\{(x,y)\mid y=x\}$，则 $A\cap B=$（ ）D

A. $\{0,1\}$ B. $\{(0,0)\}$ C. $\{(1,1)\}$ D. $\{(0,0),(1,1)\}$

2. 已知复数 $z$ 满足 $\dfrac{z}{2-\mathrm{i}}=\mathrm{i}$，则复数 $z$ 的虚部为（ ）A

A. 1 B. $\mathrm{i}$ C. 2 D. $2\mathrm{i}$

3. 已知 $f(x)=\sin x\cos x$，则 $f(x)$ 的最小值与最小正周期分别是（ ）A

A. $-\dfrac{1}{2}$，$\pi$ B. $-\dfrac{1}{2}$，$2\pi$ C. $-2$，$\pi$ D. $-2$，$2\pi$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n=n^2-n$，则 $a_2+a_3=$（ ）B

A. 3 B. 6 C. 7 D. 8

5. 已知实数 $a>b>0$，$m\in R$，则下列不等式中成立的是( )$B$

A. $\dfrac{b+m}{a+m}>\dfrac{b}{a}$ B. $(\frac{1}{2})^a<(\frac{1}{2})^b$ C. $\dfrac{m}{a}>\dfrac{m}{b}$ D. $a^{-2}>b^{-2}$

6. 已知 $A,B$ 分别为 $x$ 轴，$y$ 轴上的动点，若以 $AB$ 为直径的圆与直线 $x+2y-2=0$ 相切，则该圆面积的最小值为( )A

A. $\dfrac{\pi}{5}$ B. $\dfrac{2\pi}{5}$ C. $\dfrac{4\pi}{5}$ D. $\pi$

7. 已知 $F_1,F_2$ 是双曲线 $C_1: x^2-\dfrac{y^2}{8}=1$ 与椭圆 $C_2$ 的左、右公共焦点，$A$ 是 $C_1,C_2$ 在第一象限内的公共点，若 $|F_1F_2|=|F_1A|$，则 $C_2$ 的离心率是( )D

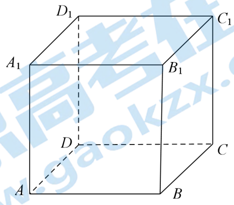
A. $\dfrac{1}{3}$ B. $\dfrac{2}{5}$ C. $\dfrac{2}{3}$ D. $\dfrac{3}{5}$

8. 设 $a\in R$，若"$x>1$"是"$ax>\ln x$"的充分不必要条件，则实数 $a$ 的取值范围是( )$B$

A. $(0,+\infty)$ B. $(\frac{1}{e},+\infty)$ C. $(1,+\infty)$ D. $(e,+\infty)$

关注北京高考在线官方微信： 京考一点通 （微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

9. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，动点 $M$ 在线段 $CC_1$ 上，动点 $P$ 在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 上，且 $AP\perp$ 平面 $MBD_1$． 线段 $AP$ 长度的取值范围是 （ ）C ．




A. $[1,\sqrt{2}]$　　B. $[\frac{\sqrt{6}}{2},\sqrt{3}]$　　C. $[\frac{\sqrt{6}}{2},\sqrt{2}]$　　D. $[\frac{\sqrt{6}}{2}+\infty)$

10. 某中学举行了科学防疫知识竞赛.经过选拔，甲、乙、丙三位选手进入了的最后角逐.他们还将进行四场知识竞赛.规定：每场知识竞赛前三名的得分依次为 $a,b,c(a>b>c,$ 且 $a,b,c\in\mathbf{N}^*)$；选手总分为各场得分之和．四场比赛后，已知甲最后得分为 16 分，乙和丙最后得分都为 8 分，且乙只有一场比赛获得了第一名，则下列说法正确的是(　)C

A. 每场比赛的第一名得分 $a$ 为 4　　B.甲至少有一场比赛获得第二名

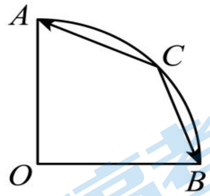
C.乙在四场比赛中没有获得过第二名　　D. 丙至少有一场比赛获得第三名

## 第二部分（非选择题　共 110 分）

**二、填空题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分.**

11. 若 $(x-a)^5$ 的二项式展开式中 $x^2$ 的系数为 10，则 $a=$_________． -1

12. 关于$x$的不等式$x^2-(a+1)x+a<0$ 的解集中至多包含 1 个整数，写出满足条件的一个$a$的_____$[-1,3]$




13. 如图，单位向量$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$的夹角为$\frac{\pi}{2}$，点$C$在以$O$为圆心，1 为半径的弧$AB$上运动，则$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$的最小值为_____． $1-\sqrt{2}$

14. 已知函数 $f(x)$ 定义域为 $\mathbf{R}$，设 $F_f(x)=\begin{cases} f(x), & |f(x)|\le 1, \\ 1, & |f(x)|>1. \end{cases}$ 若 $f(x)=\mathrm{e}^{a-|x|}-1$，且对任意 $x\in\mathbf{R}$，$F_f(x)=f(x)$，则实数 $a$ 的取值范围为_____.$(-\infty,\ln 2]$

15. 画法几何的创始人法国数学家加斯帕尔·蒙日发现：与椭圆相切的两条垂直切线的交点的轨迹是以椭圆中心为圆心的圆，我们通常把这个圆称为该椭圆的蒙日圆．已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$F_1$，$F_2$ 分别为椭圆的左、右焦点，$A,B$ 为椭圆上两个动点．直线 $l$ 的方程为 $bx+ay-a^2-b^2=0$. 给出下列四个结论：①$C$ 的蒙日圆的方程为 $x^2+y^2=3b^2$；

②在直线 $l$ 上存在点 $P$，椭圆 $C$ 上存在 $A,B$，使得 $PA\perp PB$；

③记点 $A$ 到直线 $l$ 的距离为 $d$，则 $d-|AF_2|$ 的最小值为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}b$；

④若矩形 $MNGH$ 的四条边均与 $C$ 相切，则矩形 $MNGH$ 面积的最大值为 $6b^2$．
其中所有正确结论的序号为_______． 124

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

三、解答题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16. （本小题满分 13 分）在$\triangle ABC$中，$\sqrt{3}\sin A+\cos A=\sqrt{3}, b=2\sqrt{3}$.再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求：

（Ⅰ） $\tan 2A$的值；

（Ⅱ） $c$和面积$S$的值.

条件①：$a=2, b^2>a^2+c^2$；条件②：$\sqrt{3}a=2c, c>3$.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

**解：**因为$\sqrt{3}\sin A+\cos A=\sqrt{3}$,

所以$2\sin(A+\frac{\pi}{6})=\sqrt{3}$,

即$\sin(A+\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

又$0<A<\pi$,

所以$\frac{\pi}{6}<A+\frac{\pi}{6}<\frac{7\pi}{6}$,

所以$A+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$, 或$A+\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}$,

得$A=\frac{\pi}{6}$或$A=\frac{\pi}{2}$.——5 分

若选择条件①：

（Ⅰ）因为$a=2, b=2\sqrt{3}$，

所以$a<b, A$不是最大角，得$A=\frac{\pi}{6}$，——6 分

所以 $\tan 2A=\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$.——7 分

（Ⅱ）由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，可得$\frac{2}{\sin\frac{\pi}{6}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sin B}$.

所以$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

因为$b^2>a^2+c^2$，

所以$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}<0$，

所以$\frac{\pi}{2}<B<\pi$,

所以$B=\frac{2\pi}{3}, C=\frac{\pi}{6}$,

所以$c=a=2,\ S=\frac{1}{2}ab\sin C=\sqrt{3}$. ——13 分

若选择条件②：

（Ⅰ）因为$\sqrt{3}a=2c, c>3$，

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

所以 $a=\frac{2c}{\sqrt{3}}>\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}=b$, 且 $a>c$，

所以 $A$ 是最大角，得 $A=\frac{\pi}{2}$，

所以　$\tan 2A=\tan\pi=0.$

（Ⅱ）由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$（或直接利用 $c=a\sin C$），及 $\sqrt{3}a=2c$， $A=\frac{\pi}{2}$，

可得 $\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

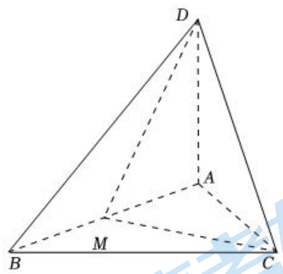
因为 $0<C<\frac{\pi}{2}$,

所以 $C=\frac{\pi}{3}, B=\frac{\pi}{6}$,

又 $\frac{b}{c}=\tan B$,，

所以 $c=\frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=6$， $S=\frac{1}{2}bc=6\sqrt{3}.$

17. （本小题满分 14 分）如图，在四面体 $ABCD$ 中， $AD\perp$ 平面 $ABC$，点 $M$ 为棱 $AB$ 的中点， $AB=AC=2$， $BC=2\sqrt{2}$, $AD=2$.




（Ⅰ）证明： $AC\perp BD$；

（Ⅱ）求平面 $BCD$ 和平面 $DCM$ 夹角的余弦值；

（Ⅲ）在线段 $BD$ 上是否存在一点 $P$，使得直线 $PC$ 与平面 $DCM$ 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$？若存在，求 $\frac{BP}{BD}$ 的值；若不存在，请说明理由.

**解：**（Ⅰ）因为 $AD\perp$ 平面 $ABC$， $AC\subset$ 平面 $ABC$，所以 $AD\perp AC$，

因为 $AB=AC=2, BC=2\sqrt{2}$，所以 $AB^2+AC^2=BC^2$，

所以 $AB\perp AC$.

又因为 $AD\cap AB=A$， $AD$， $AB\subset$ 平面 $ABD$，

所以 $AC\perp$ 平面 $ABD$，

因为 $BD\subset$ 平面 $ABD$，

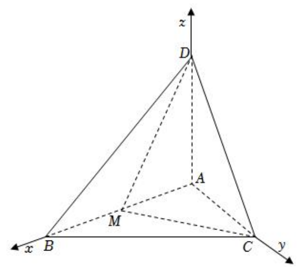
所以 $AC\perp BD$.　　　　　　　　……4 分

（Ⅱ）因为 $AD\perp$ 平面 $ABC$， $AB\subset$ 平面 $ABC$，所以 $AD\perp AB$.

又因为 $AD\perp AC$， $AB\perp AC$，

如图，以 $A$ 为坐标原点，$AB$ 为 $x$ 轴，$AC$ 为 $y$ 轴，$AD$ 为 $z$ 轴，建立空间直角　坐标系，则 $A(0,0,0)$， $M(1,0,0)$， $B(2,0,0)$， $C(0,2,0)$， $D(0,0,2)$，

$\overrightarrow{MC}=(-1,2,0)$， $\overrightarrow{MD}=(-1,0,2)$，




$\overrightarrow{BC}=(-2,2,0)$， $\overrightarrow{BD}=(-2,0,2)$，

设 $\vec{n}=(a,b,c)$ 是平面 $DCM$ 的法向量，

关注北京高考在线官方微信： 京考一点通（微信号:bjgkzx）， 获取更多试题资料及排名分析信息。

则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{MC}=-a+2b=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{MD}=-a+2c=0\end{cases}$，令$c=1$，得$\vec{n}=(2,1,1)$，

设平面 BCD 的法向量为$\vec{m}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{BC}=-2x+2y=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{BD}=-2x+2z=0\end{cases}$，令$z=1$，则$\vec{m}=(1,1,1)$，

设平面 BCD 和平面 DCM 夹角为$\theta$，则

$\cos\theta=|\cos<\vec{m},\vec{n}>|=|\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}|=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，

所以平面 BCD 和平面 DCM 夹角的余弦值为$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. ……9 分

（III）设点$P$满足，$\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BD}\ (0\leqslant\lambda\leqslant1)$，

则$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{BD}=(2-2\lambda,0,2\lambda)$，

$\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AP}=(2-2\lambda,-2,2\lambda)$.

若直线$PC$与平面$DCM$所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{6}}{6}$，

则$\dfrac{\sqrt{6}}{6}=|\cos<\overrightarrow{CP},\vec{n}>|=\dfrac{|2-2\lambda|}{\sqrt{8-8\lambda+8\lambda^2}\times\sqrt{6}}$，

化简得$\lambda^2=-1$，所以$\lambda$无解.

所以在线段$BD$上不存在点$P$，使得直线$PC$与平面$DCM$所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. ……14 分

18. （本小题满分 13 分）为迎接 2022 年冬奥会，北京市组织中学生开展冰雪运动的培训活动，并在培训结束后对学生进行了考核. 记$X$表示学生的考核成绩，并规定$X\geq85$为考核优秀. 为了了解本次培训活动的效果，在参加培训的学生中随机抽取了 30 名学生的考核成绩，并作成如下茎叶图：

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 0 | 1 | 1 | 6 | | | | |
| 6 | 0 | 1 | 4 | 3 | 3 | 5 | 8 | |
| 7 | 2 | 3 | 7 | 6 | 8 | 7 | 1 | 7 |
| 8 | 1 | 1 | 4 | 5 | 2 | 9 | | |
| 9 | 0 | 2 | 1 | 3 | 0 | | | |

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

(Ⅰ)从参加培训的学生中随机选取 1 人，请根据图中数据，估计这名学生考核为优秀的概率；

(Ⅱ)从图中考核成绩满足 $X\in[70,79]$ 的学生中任取 3 人，设 $Y$ 表示这 3 人中成绩满足 $|X-85|\le 10$ 的人数，求 $Y$ 的分布列和数学期望；

(Ⅲ)根据以往培训数据，规定当 $P\left(\left|\dfrac{X-85}{10}\right|\le 1\right)\ge 0.5$ 时培训有效．请你根据图中数据，判断此次冰雪培训活动是否有效，并说明理由．

解：(Ⅰ)设该名学生考核成绩优秀为事件 $A$，由茎叶图中的数据可以知道，30 名同学中，有 7 名同学考核优秀　　所以所求概率 $P(A)$ 约为 $\dfrac{7}{30}$　——3 分

(Ⅱ) $Y$ 的所有可能取值为 $0,1,2,3$　　——4 分

因为成绩 $X\in[70,80]$ 的学生共有 8 人，其中满足 $|X-75|\le 10$ 的学生有 5 人 所以

$P(Y=0)=\dfrac{C_3^3}{C_8^3}=\dfrac{1}{56}$，　$P(Y=1)=\dfrac{C_3^2C_5^1}{C_8^3}=\dfrac{15}{56}$ $P(Y=2)=\dfrac{C_3^1C_5^2}{C_8^3}=\dfrac{30}{56}$ $P(Y=3)=\dfrac{C_5^3}{C_8^3}=\dfrac{10}{56}$

随机变量 $Y$ 的分布列为

| $Y$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $P$ | $\dfrac{1}{56}$ | $\dfrac{15}{56}$ | $\dfrac{30}{56}$ | $\dfrac{10}{56}$ |

——9 分

$E(Y)=0\times\dfrac{1}{56}+1\times\dfrac{15}{56}+2\times\dfrac{30}{56}+3\times\dfrac{10}{56}=\dfrac{15}{8}$　—— 11 分

(Ⅲ) 根据表格中的数据，满足 $\left|\dfrac{X-85}{10}\right|\le 1$ 的成绩有 $16$ 个

所以 $P\left(\left|\dfrac{X-85}{10}\right|\le 1\right)=\dfrac{16}{30}=\dfrac{8}{15}>0.5$　所以可以认为此次冰雪培训活动有效．　— 13 分

19. （本小题满分 15 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的上、下顶点为 $B_2,B_1$，左、右焦点为 $F_1,F_2$，四边形 $B_1F_1B_2F_2$ 是面积为 2 的正方形．

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

（Ⅰ）求椭圆 $C$ 的方程；

（Ⅱ）已知圆 $x^2+y^2=\frac{2}{3}$ 的切线 $l$ 与椭圆 $C$ 相交于 $D,E$ 两点，判断以 $DE$ 为直径的圆是否经过定点？如果是，求出定点的坐标；如果不是，请说明理由.

**解：**（Ⅰ）已知得 $2b=2c$，$a^2=2$，则 $b=c=1$，则所求方程为：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$.——4 分

（Ⅱ）$(i)$ 当直线 $l$ 的斜率不存在时，

因为直线 $l$ 与圆 $M$ 相切，故其中的一条切线方程为 $x=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

代入椭圆方程可得，可得 $D(\frac{\sqrt{6}}{3},\frac{\sqrt{6}}{3})$，$E(\frac{\sqrt{6}}{3},-\frac{\sqrt{6}}{3})$，

则以 $DE$ 为直径的圆的方程为 $(x-\frac{\sqrt{6}}{3})^2+y^2=\frac{2}{3}$.

$(ii)$ 当直线 $l$ 的斜率为 0 时，

因为直线 $l$ 与圆 $M$ 相切，所以其中的一条切线方程为 $y=-\frac{\sqrt{6}}{3}$.

代入椭圆方程可得，可得 $D(\frac{\sqrt{6}}{3},-\frac{\sqrt{6}}{3})$，$E(-\frac{\sqrt{6}}{3},-\frac{\sqrt{6}}{3})$，

则以 $DE$ 为直径的圆的方程为 $x^2+(y+\frac{\sqrt{6}}{3})^2=\frac{2}{3}$.

显然以上两圆都经过点 $O(0,0)$.

$(iii)$ 当直线 $l$ 的斜率存在且不为零时，设直线 $l$ 的方程为 $y=kx+m$.

代入椭圆方程消去 $y$，得 $(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-2=0$，

设 $D(x_1,y_1)$，$E(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\frac{-4km}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{2m^2-2}{2k^2+1}$.

所以 $y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2=\frac{m^2-2k^2}{2k^2+1}$.

所以 $\overline{OD}\cdot\overline{OE}=x_1x_2+y_1y_2=\frac{3m^2-2k^2-2}{2k^2+1}$①，

因为直线 $l$ 和圆 $M$ 相切，

所以圆心到直线 $l$ 的距离 $d=\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，整理，得 $m^2=\frac{2}{3}(1+k^2)$，②

将②代入①，得 $\overline{OD}\cdot\overline{OE}=0$，显然以 $DE$ 为直径的圆经过原点 $O(0,0)$，

综上可知，以 $DE$ 为直径的圆过定点 $(0,0)$.　…………15 分

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

20. （本小题满分 15 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{ax-x^2}{e^x}$.

（Ⅰ）当 $a=-1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）当 $a>0$ 时，求证：$f(x)>-\dfrac{2}{e}$ 对任意的 $x\in(0,+\infty)$ 成立.

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=\dfrac{ax-x^2}{e^x}$

所以 $f'(x)=\dfrac{x^2-(a+2)x+a}{e^x}$

当 $a=-1$ 时，$f'(x)=\dfrac{x^2-x-1}{e^x}$

所以 $f'(1)=\dfrac{-1}{e}$，而 $f(1)=\dfrac{-2}{e}$

曲线 $y=f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y-(-\dfrac{2}{e})=-\dfrac{1}{e}(x-1)$

化简得到 $y=-\dfrac{1}{e}x-\dfrac{1}{e}$ ——6 分

（Ⅱ）法一：

因为 $f'(x)=\dfrac{x^2-(a+2)x+a}{e^x}$，令 $f'(x)=\dfrac{x^2-(a+2)x+a}{e^x}=0$

得 $x_1=\dfrac{a+2-\sqrt{a^2+4}}{2}>0, x_2=\dfrac{a+2+\sqrt{a^2+4}}{2}>0$

当 $a>0$ 时，$x$，$f'(x)$，$f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 的变化情况如下表：

| $x$ | $(0,x_1)$ | $x_1$ | $(x_1,x_2)$ | $x_2$ | $(x_2,+\infty)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | + | 0 | − | 0 | + |
| $f(x)$ | ↗ | 极大值 | ↘ | 极小值 | ↗ |

所以 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上的最小值为 $f(0),f(x_2)$ 中较小的值，

而 $f(0)=0>-\dfrac{2}{e}$，所以只需要证明 $f(x_2)>-\dfrac{2}{e}$

因为 $x_2^2-(a+2)x_2+a=0$，所以 $f(x_2)=\dfrac{ax_2-x_2^2}{e^{x_2}}=\dfrac{a-2x_2}{e^{x_2}}$

设 $F(x)=\dfrac{a-2x}{e^x}$，其中 $x>0$

所以 $F'(x)=\dfrac{-2-(a-2x)}{e^x}=\dfrac{2x-(a+2)}{e^x}$

令 $F'(x)=0$，得 $x_3=\dfrac{a+2}{2}$，

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

当 $a>0$ 时，$x$，$F'(x)$，$F(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 的变化情况如下表：

| $x$ | $(0,x_3)$ | $x_3$ | $(x_3,+\infty)$ |
|---|---|---|---|
| $F'(x)$ | $-$ | 0 | $+$ |
| $F(x)$ | ↘ | 极小值 | ↗ |

所以 $F(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的最小值为 $F(\frac{a+2}{2})=\frac{-2}{e^{1+\frac{a}{2}}}$，而 $F(\frac{a+2}{2})=\frac{-2}{e^{1+\frac{a}{2}}}>\frac{-2}{e}$

注意到 $x_2>0$，所以 $f(x_2)=F(x_2)>-\frac{2}{e}$，问题得证 ——14 分

**法二：**

因为“对任意的 $x>0$，$\frac{ax-x^2}{e^x}>-\frac{2}{e}$”等价于“对任意的 $x>0$，$\frac{ax-x^2}{e^x}+\frac{2}{e}>0$”

即“$x>0$，$\frac{2e^x+e(ax-x^2)}{e^{x+1}}>0$”，故只需证“$x>0$，$2e^x+e(ax-x^2)>0$”

设 $g(x)=2e^x+e(ax-x^2)$

所以 $g'(x)=2e^x+e(a-2x)$

设 $h(x)=g'(x)$，$h'(x)=2e^x-2e$

令 $h'(x)=0$，得 $x_3=1$

当 $a>0$ 时，$x$，$h'(x)$，$h(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 的变化情况如下表：

| $x$ | $(0,1)$ | 1 | $(1,+\infty)$ |
|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | $-$ | 0 | $+$ |
| $h(x)$ | ↘ | 极小值 | ↗ |

…………..11 分

所以 $h(x)$ $(0,+\infty)$ 上的最小值为 $h(1)$，而 $h(1)=2e+e(a-2)=ea>0$

所以 $x>0$ 时，$g'(x)=2e^x+e(a-2x)>0$，所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增

所以 $g(x)>g(0)$

而 $g(0)=2>0$，所以 $g(x)>0$，问题得证

**法三：**

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

“对任意的 $x>0$，$f(x)>-\frac{2}{e}$”等价于“$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的最小值大于 $-\frac{2}{e}$”

因为 $f'(x)=\frac{x^2-(a+2)x+a}{e^x}$，令 $f'(x)=0$

得 $x_1=\frac{a+2-\sqrt{a^2+4}}{2}>0, x_2=\frac{a+2+\sqrt{a^2+4}}{2}>0$

当 $a>0$ 时，$x$，$f'(x)$，$f(x)$ 在在 $(0,+\infty)$ 上的变化情况如下表：

| $x$ | $(0,x_1)$ | $x_1$ | $(x_1,x_2)$ | $x_2$ | $(x_2,+\infty)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | + | 0 | − | 0 | + |
| $f(x)$ | ↗ | 极大值 | ↘ | 极小值 | ↗ |

所以 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上的最小值为 $f(0),f(x_2)$ 中较小的值，

而 $f(0)=0>-\frac{2}{e}$，所以只需要证明 $f(x_2)>-\frac{2}{e}$

因为 $x_2^2-(a+2)x_2+a=0$，所以 $f(x_2)=\frac{ax_2-x_2^2}{e^{x_2}}=\frac{a-2x_2}{e^{x_2}}>\frac{-2x_2}{e^{x_2}}$

注意到 $x_2=\frac{a+2+\sqrt{a^2+4}}{2}$ 和 $a>0$，所以 $x_2=\frac{a+2+\sqrt{a^2+4}}{2}>2$

设 $F(x)=\frac{-2x}{e^x}$，其中 $x>2$

所以 $F'(x)=\frac{-2(1-x)}{e^x}=\frac{2(x-1)}{e^x}$

当 $x>2$ 时，$F'(x)>0$，所以 $F(x)$ 单调递增，所以 $F(x)>F(2)=-\frac{4}{e^2}$

而 $-\frac{4}{e^2}-(-\frac{2}{e})=\frac{2e-4}{e^2}>0$

所以 $f(x_2)>F(x_2)>-\frac{2}{e}$，问题得证

**法四：**

因为 $a>0$，所以当 $x>0$ 时，$f(x)=\frac{ax-x^2}{e^x}>\frac{-x^2}{e^x}$

设 $F(x)=\frac{-x^2}{e^x}$，其中 $x>0$

所以 $F'(x)=\frac{x(x-2)}{e^x}$

所以 $x$，$F'(x)$，$F(x)$ 的变化情况如下表：

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

| $x$ | $(0,2)$ | $2$ | $(2,+\infty)$ |
|---|---|---|---|
| $F'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $F(x)$ | ↘ | 极小值 | ↗ |

所以 $F(x)$ 在 $x=2$ 时取得最小值 $F(2)=-\frac{4}{\mathrm{e}^2}$，而 $-\frac{4}{\mathrm{e}^2}-(-\frac{2}{\mathrm{e}})=\frac{2\mathrm{e}-4}{\mathrm{e}^2}>0$

所以 $x>0$ 时，$F(x)>-\frac{2}{\mathrm{e}}$

所以

$f(x)>F(x)>-\frac{2}{\mathrm{e}}$

21. （本小题满分 15 分）已知无穷集合 $A,B$，且 $A\subseteq\mathbf{N},B\subseteq\mathbf{N}$，记 $A+B=\{a+b|a\in A,b\in B\}$，定义：满足 $\mathbf{N}^*\subseteq(A+B)$ 时，则称集合 $A,B$ 互为“完美加法补集”．

（Ⅰ）已知集合 $A=\{a|a=2m+1,m\in\mathbf{N}\}$，$B=\{b|b=2n,n\in\mathbf{N}\}$．判断 2019 和 2020 是否属于集合 $A+B$，并说明理由；

（Ⅱ）设集合

$$A=\{x|x=\varepsilon_0+\varepsilon_2\times2^2+\varepsilon_4\times2^4+\cdots+\varepsilon_{2i}\times2^{2i}+\cdots+\varepsilon_{2s}\times2^{2s},\varepsilon_{2i}=0,1;i=0,1,\cdots,s,s\in\mathrm{N}\},$$

$$B=\{x|x=\varepsilon_1\times2^1+\varepsilon_3\times2^3+\cdots+\varepsilon_{2i-1}\times2^{2i-1}+\cdots+\varepsilon_{2s-1}\times2^{2s-1},\varepsilon_{2i-1}=0,1;\ i=1,\cdots,s,s\in\mathrm{N}^*\}.$$

（ⅰ）求证：集合 $A,B$ 互为“完美加法补集”；

（ⅱ）记 $A(n)$ 和 $B(n)$ 分别表示集合 $A,B$ 中不大于 $n(n\in\mathbf{N}^*)$ 的元素个数，写出满足 $A(n)\ B(n)=n+1$ 的元素 $n$ 的集合.（只需写出结果，不需要证明）

**答案：**

**解：**（Ⅰ）由 $a=2m+1$，$b=2n$ 得 $a+b=2(m+n)+1$ 是奇数，

当 $a=2\times1009+1$，$b=2\times0=0$ 时，$a+b=2019$，

所以 $2019\in A+B$，

$2020\notin A+B$．　　　　　　　　　　　　………4 分

（Ⅱ）（ⅰ）首先证明：对于任意自然数 $p$ 可表示为唯一一数组

$(\varepsilon_0,\ \varepsilon_1,\ \varepsilon_2,\cdots,\ \varepsilon_i,\cdots,\ \varepsilon_k)$，

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

其中 $\varepsilon_i=0,1;i=0,1,\cdots,k,k\in\mathbf{N}$，

使得

$p=\varepsilon_0+\varepsilon_1\times2^1+\varepsilon_2\times2^2+\cdots+\varepsilon_i\times2^i+\varepsilon_{i+1}\times2^{i+1}+\cdots+\varepsilon_k\times2^k$， $\varepsilon_i=0,1;i=0,1,\cdots,k,k\in\mathbf{N}$，

由于

$0\le\varepsilon_0+\varepsilon_1\times2^1+\varepsilon_2\times2^2+\cdots+\varepsilon_i\times2^i+\varepsilon_{i+1}\times2^{i+1}+\cdots+\varepsilon_k\times2^k\le2^1+2^2+\cdots+2^i+\cdots+2^k=2^{k+1}-1$

这种形式的自然数 $p$ 至多有 $2^{k+1}$ 个，且最大数不超过 $2^{k+1}-1$.

由 $\varepsilon_i=0,1;i=0,1,\cdots,k,k\in\mathbf{N}$，每个 $\varepsilon_i$ 都有两种可能，

所以这种形式的自然数 $p$ 共有 $\underbrace{2\times2\times\cdots\times2}_{k+1\text{个}2}=2^{k+1}$ 个结果.

下证 $p=\varepsilon_0+\varepsilon_1\times2^1+\varepsilon_2\times2^2+\cdots+\varepsilon_i\times2^i+\varepsilon_{i+1}\times2^{i+1}+\cdots+\varepsilon_k\times2^k$

$=\varepsilon_0'+\varepsilon_1'\times2^1+\varepsilon_2'\times2^2+\cdots+\varepsilon_i'\times2^i+\varepsilon_{i+1}'\times2^{i+1}+\cdots+\varepsilon_k'\times2^k$

其中 $\varepsilon_i=0,1$； $\varepsilon_i{}'=0,1$； $i=0,1,\cdots,k,k\in\mathbf{N}$，则 $\varepsilon_i'=\varepsilon_i$

假设存在 $\varepsilon_i'\ne\varepsilon_i$ 中，取 $i$ 最大数为 $j$，则

$|(\varepsilon_0+\varepsilon_1\times2^1+\varepsilon_2\times2^2+\cdots+\varepsilon_i\times2^i+\varepsilon_{i+1}\times2^{i+1}+\cdots+\varepsilon_k\times2^k)-(\varepsilon_0'+\varepsilon_1'\times2^1+\varepsilon_2'\times2^2+\cdots+\varepsilon_i'\times2^i+\varepsilon_{i+1}'\times2^{i+1}+\cdots+\varepsilon_k'\times$

$=\left|(\varepsilon_0'-\varepsilon_0)+(\varepsilon_1'-\varepsilon_1)\times2^1+\cdots+(\varepsilon_j'-\varepsilon_j)\times2^j\right|$

$\ge\left|(\varepsilon_j'-\varepsilon_j)\times2^i\right|-\left|(\varepsilon_0'-\varepsilon_0)+(\varepsilon_1'-\varepsilon_1)\times2^1+\cdots+(\varepsilon_{j-1}'-\varepsilon_{j-1})\times2^{j-1}\right|$

$\ge\left|(\varepsilon_j'-\varepsilon_j)\times2^j\right|-(\left|\varepsilon_0'-\varepsilon_0\right|+\left|\varepsilon_1'-\varepsilon_1\right|\times2^1+\cdots+\left|\varepsilon_{j-1}'-\varepsilon_{j-1}\right|\times2^{j-1})$

$\ge2^j-(1+2^1+\cdots+2^{j-1})=1$

所以 $0\ge1$ 不可能.

综上，任意正整数 $p$ 可唯一表示为

$p=\varepsilon_0+\varepsilon_1\times2^1+\varepsilon_2\times2^2+\cdots+\varepsilon_i\times2^i+\varepsilon_{i+1}\times2^{i+1}+\cdots+\varepsilon_k\times2^k$

$=(\varepsilon_0+\varepsilon_2\times2^2+\cdots)+(\varepsilon_1\times2^1+\varepsilon_3\times2^3+\cdots)$

显然 $(\varepsilon_0+\varepsilon_2\times2^2+\cdots)\in A,(\varepsilon_1\times2^1+\varepsilon_3\times2^3+\cdots)\in B$，

满足 $\mathbf{N}^*\subseteq(A+B)$，所以集合 $A,B$ 互为“完美加法补集”． ………12 分

（ii） $\{n|n=2^k-1,k\in\mathbf{N}^*\}$. ………15 分

关注北京高考在线官方微信： 京考一点通 （微信号:bjgkzx）， 获取更多试题资料及排名分析信息。

# 关于我们

**北京高考在线**创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

微信搜一搜

京考一点通