2021北京西城初三二模

数　　学

2021.5

考生须知	1.本试卷共8页，共三道大题，28道小题，满分100分。考试时间120分钟。 2.在试卷和答题卡上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。 3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4.在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5.考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1.“沿着高速看中国”，镶嵌于正阳门前的“中国公路零公里点”标志牌见证了中国高速公路从“零”出发的跨越式发展。截至2020年底，我国高速公路总里程已达160000公里。将160000用科学记数法表示应为

（A）0.16×10^6　　（B）1.6×10^6　　（C）1.6×10^5　　（D）16×10^4

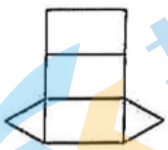
2.下列图形中，是中心对称图形的是

3.以下变形正确的是

（A）$\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{4}$　　（B）$3\sqrt{2}=\sqrt{3\times2}$

（C）$\left(\sqrt{2}\right)^3=3\sqrt{2}$　　（D）$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{8}{2}}$

4.若右图是某几何体的表面展开图，则这个几何体是



（A）正三棱柱　　（B）正方体

（C）圆柱　　（D）圆锥

5.半径为2cm，圆心角为90°的扇形的面积等于

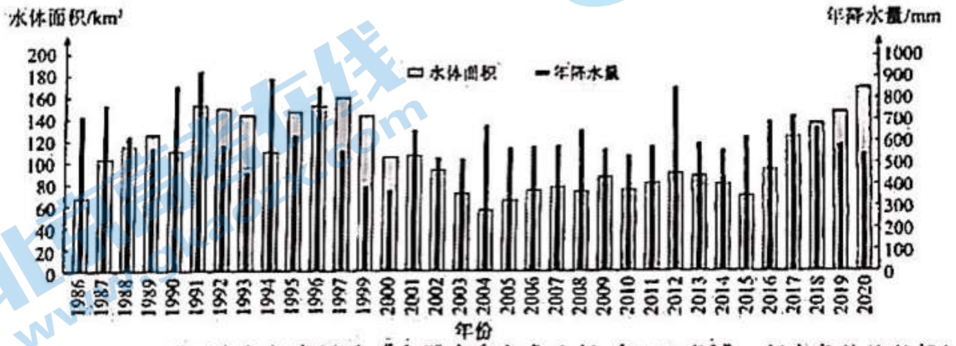
（A）$1cm^2$　　（B）πcm^2　　（C）$2\pi cm^2$　　（D）$4\pi cm^2$

6.若相似三角形的相似比为1：4，则面积比为

（A）1：16　　（B）16：1　　（C）1：4　　（D）1：2

7.密云水库是首都北京重要水源地，水源地生态保护对保障首都水源安全及北京市生态和城市可持续发展具有不可替代的作用。以下是1986-2020年密云水库水体面积和年降水量变化图。

1986-2020年密云水库水体面积和年降水量变化图



（以上数据来源于《全国生态气象公报（2020年）》，部分年份缺数据）

对于现有数据有以下结论：

①2004年的密云水库水体面积最小，仅约为20 km^2；

②2015-2020年，密云水库的水体面积呈持续增加趋势，表明水资源储备增多；

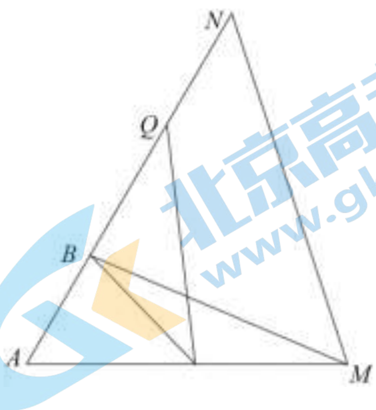
③在1986-2020年中，2020年的密云水库水体面积最大，约为170 km^2；

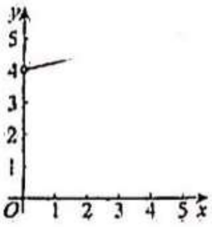
④在1986-2020年中，密云水库年降水量最大的年份，水体面积也最大。

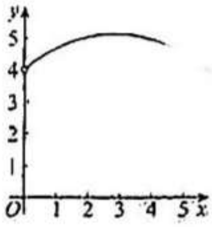
其中结论正确的是

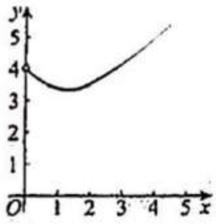
（A）②③　　（B）②④　　（C）①②③　　（D）？？？

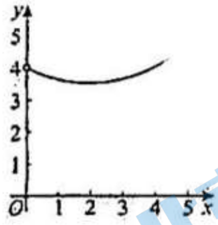
8.如图，$\angle MAN=60^\circ$，点B在射线AN上，$AB=2$。点P在射线AM上运动（点P不与点A重合），连接BP。以点B为圆心，BP为半径作弧交射线AN于点Q，连接PQ.若 $AP=x$，$PQ=y$，则下列图象中，能表示y与x的函数关系的图大致是




（A）


（B）


（C）


（D）

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

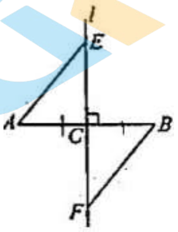
9.若 $\sqrt{x+3}$ 在实数范围内有意义，则实数x的取值范围是____.

10.分解因式：$x^3-10x^2+25x=$______.

11.50件外观相同的产品中 2件不合格，现从中随机抽取1件进行检测，抽到不合格产品的概率是______.

12.在平面直角坐标系xOy中，直线 $y=x+2$ 与x轴的交点的坐标为___.

13.如图，直线l为线段AB的垂直平分线，垂足为C，直线l上的两点E，F位于AB异侧（E，F两点不与点C重合），只需添加一个条件即可证明$\triangle ACE\cong\triangle BCF$，这个条件可以是_____.



14.图1是用一种彭罗斯瓷砖平铺成的图案，它的基础部分是“风筝”和“飞镖”两部分。图2中的“风筝”和“飞镖”是由图3所示的特殊菱形制作而成，在菱形$ABCD$中，$\angle BAD=72°$，在对角线AC上截取 $AE=AB$，连接BE，DE，可将菱形分割为“风筝”（凸四边形$ABED$）和“飞镖”（凹四边形$BCDE$）两部分，则图2中的α=_____°

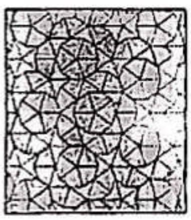


图 1

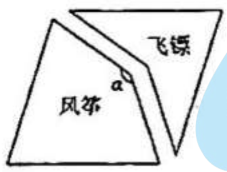


图 2

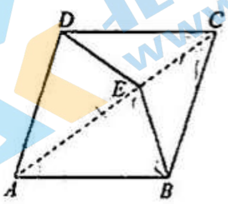
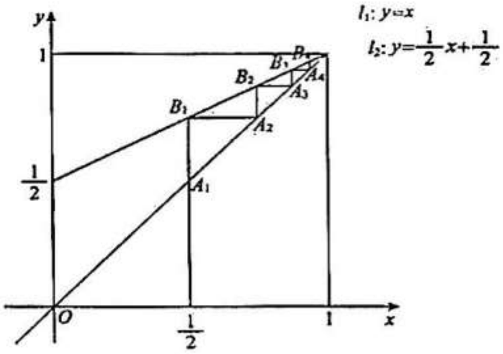


图 3

15.从1，2，3，4，5中选择四个数字组成四位数$\overline{abcd}$，其中a，b，c，d分别代表千位、百位、十位、个位数字，若要求这个四位数同时满足以下条件：①$\overline{abcd}$是偶数；②$a>b>c$；③$a+c=b+d$，请写出一个符合要求的数_____。

16.如图，在平面直角坐标系xOy中，已知直线l_1：$y=x$，直线l_2：$y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$.直线$x=\frac{1}{2}$交$l_1$于点$A_1$，交$l_2$于点$B_1$，过点$B_1$作$y$轴的垂线交$l_1$于点$A_2$，过点$A_2$作$x$轴的垂线，交$l_2$于点$B_2$，过点$B_2$及作$y$轴的垂线交$l_1$于点$A_3$，…，按此方式进行下去，则$B_1$的坐标为___，$B_n$的坐标为____（用含$n$的式子表示，$n$为正整数）。



三、解答题（本题共68分，第17-19题，每小题5分，第20题6分，第21-23题，每小题5分，第24-26题，每小题6分，第27-28题，每小题7分）

解答题应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.计算： $4\sin 45^\circ-\sqrt{8}+(\pi\text{-}4)^\circ+\left|1\text{-}\sqrt{2}\right|$

18.解不等式： $\frac{x+1}{2}\leqslant\frac{x-1}{3}+x$

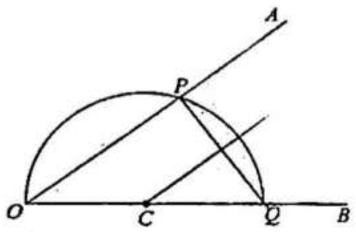
19.已知 $a^2+2a-1=0$ ，求代数式 $\left(a-\frac{4}{a}\right)\div\frac{a-2}{a^2}$ 的值.

20.已知关于x的方程 $(k-1)x^2-2x+1=0$ 有两个实数根.

（1）求k的取值范围;

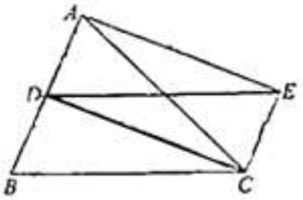
（2）当k取最大整数时，求此时方程的根.

21.下面是小华设计的“作$\angle AOB$的角平分线”的尺规作图过程，请帮助小华完成尺规作图并填空（保留作图痕迹）.



步骤	做法	推断
第一步	在 OB 上任取一点 C，以点 C 为圆心，OC 为半径作半圆，分别交射线 OA，OB 于点 P，点 Q，连接 PQ	$\angle OPQ$=_①_° 理由是_②_
第二步	过点C作PQ的垂线，交PQ于点D，交 PQ 于点E	$PD=DQ, PE=$ _③_
第三步	作射线 OE	射线 OE 平分$\angle AOB$
射线 OE 为所求作。		

22.如图，在$\triangle ABC$中， $AC=BC$ ，CD为$\triangle ABC$的角平分线， $AE//DC$，$AE=DC$ ，连接CE.



（1）求证：四边形ADCE为矩形：

（2）连接DE，若 $AB=10$，$CD=12$，求DE的长.

23.在平面直角坐标系xOy中，直线l： $y=kx-k+2(k>0)$，函数 $y=\dfrac{2k}{x}(x>0)$ 的图象为F，

（1）若 $A(2,1)$ 在函数 $y=\dfrac{2k}{x}$ 的图象F上，求直线l对应的函数解析式；

（2）横、纵坐标都是整数的点叫做整点，记直线l： $y=kx-k+2(k>0)$，图象F和直线 $y=\dfrac{1}{2}$ 围成的区域（不含边界）为图形G.

①在（1）的条件下，写出图形G内的整点的坐标；

②若图形G内有三个整点，直接写出k的取值范围.

24.某大学共有9000名学生，为了解该大学学生的阅读情况，小华设计调查问卷，用随机抽样的方式调查了150名学生，并对相关数据进行了收集、整理、描述和分析。下面是其中的部分信息：

a.所调查的150名学生最常用的一种阅读方式统计图如图1。

b.选择手机阅读为最常用的一种阅读方式的学生中，平均每天阅读时长统计表如表1：

图1 最常用阅读方式统计图

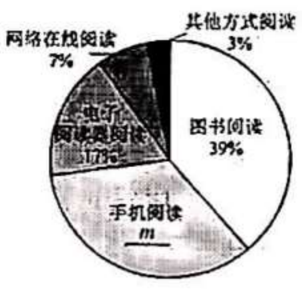


表1 使用手机阅读的学生平均每天阅读时长统计表

平均每天阅读时长x（单位：分钟）	人数
0≤x＜30	6
30≤x＜60	N
60≤x＜90	17
x≥90	9

c.使用手机阅读的学生中，平均每天阅读时长在60≤x＜90这一组的具体数据如下：

60　60　66　68　68　69　70　70　72　72　72　73　75　80　83　84　85

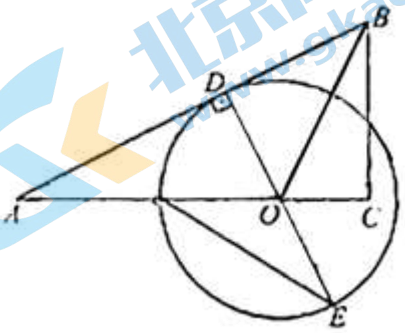
根据以上信息解答下列问题：

（1）图1中m=____，表1中n=_____；

（2）使用手机阅读的学生中，平均每天阅读时长的中位数是___，平均每天阅读时长在60≤x＜90这一组的数据的众数是____；

（3）根据所调查的这150名学生的阅读情况，估计该校使用手机阅读的学生中，平均每天阅读时长少于半小时的人数。

25.如图，在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，点O在AC上，$\angle OBC=\angle A$，点D在AB上，以点O为圆心，OD为半径作圆，交DO的延长线于点E，交AC于点F，$\angle E=\frac{1}{2}\angle BOC$.



（1）求证：AB为$\odot O$的切线；

（2）若$\odot O$的半径为3，$\tan\angle OBC=\frac{1}{2}$，求$BD$的长.

26.在平面直角坐标系xOy中，$M(a,y_1)$，$N(a+t,y_2)$为抛物线$y=x^2+x$上两点，其中$t>0$.

（1）求抛物线与x轴的交点坐标；

（2）若$t=1$，点M，点N在抛物线上运动，过点M作y轴的垂线，过点N作x轴的垂线,两条垂线交于点Q，当△MNQ为等腰直角三角形时，求a的值；

（3）记抛物线在M，N两点之间的部分为图象G（包含M，N两点），若图象G上最高点与最低点的纵坐标之差为1，直接写出t的取值范围。

27.如图，在△ABC中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，点P为△ABC外一点，点P与点C位于直线AB异侧，且$\angle APB=45°$，过点C作$CD\perp PA$，垂足为D.

（1）当$\angle ABP=90°$时，在图1中补全图形，并直接写出线段AP与CD之间的数最关系；

（2）如图2，当$\angle ABP>90°$时，

①用等式表示线段AP与CD之间的数量关系，并证明；

②在线段AP上取一点K，使得$\angle ABK=\angle ACD$，画出图形并直接写出此时$\frac{KP}{BP}$的值.

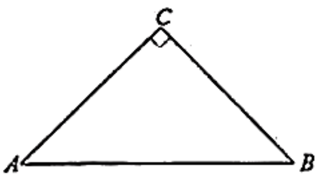


图 1

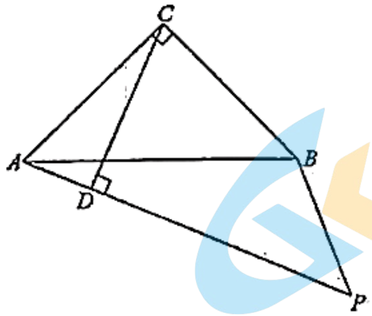


图 2

28.对于平面内的点M，如果点P，点Q与点M所构成的$\triangle MPQ$是边长为1的等边三角形，则称点P，点Q为点M的一对“关联点”。进一步地，在$\triangle MPQ$中，若顶点M，P，Q按顺时针排列，则称点P，点Q为点M的一对“顺关联点”，若顶点M，P，Q按逆时针排列，则称点P，点Q为点M的一对“逆关联点”.

已知A（1，0）.

（1）在$O(0,0)$，$B(0,1)$，$C(2,0)$，$D\left(\frac{3}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$中，点$A$的一对关联点是____，它们为点$A$的一对_____关联点（填“顺”或“逆”）；

（2）以原点O为圆心作半径为1的圆，已知直线l：$y=\sqrt{3}x+b$.

①若点P在$\odot O$上，点Q在直线l上，点P，点Q为点A的一对关联点，求b的值；

②若在$\odot O$上存在点R，在直线l上存在两点$T(x_1，y_1)$和$S(x_2，y_2)$，其中$x_1>x_2$，且点T，点S为点R的一对顺关联点，求b的取值范围。

北京市西城区九年级模拟测试

数学试卷答案及评分参考

2021.5

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	D	A	B	A	A	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $x \geqslant -3$.　　10. $x(x-5)^2$.　　11. $\frac{1}{25}$.　　12. $(-2,0)$.

13. 答案不唯一，如：$CE=CF$.　　14. 144.

15. 答案不唯一，如：4312.

16. $(\frac{1}{2},\frac{3}{4})$，$(1-\frac{1}{2^n},1-\frac{1}{2^{n+1}})$.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-19 题，每小题 5 分，第 20 题 6 分，第 21-23 题，每小题 5 分，第 24-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

17.（本小题满分 5 分）

解：原式 $=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{2}+1+(\sqrt{2}-1)$ ………………………… 4 分

$=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1$

$=\sqrt{2}$. ………………………… 5 分

18.（本小题满分 5 分）

$\frac{x+1}{2}\leqslant\frac{x-1}{3}+x$.

解：去分母，得 $3(x+1)\leqslant 2(x-1)+6x$. ………………………… 1 分

去括号，得 $3x+3\leqslant 2x-2+6x$. ………………………… 2 分

移项，得 $3x-2x-6x\leqslant -2-3$. ………………………… 3 分

合并，得 $-5x\leqslant -5$. ………………………… 4 分

系数化为 1，得 $x\geqslant 1$.

∴ 原不等式的解集为 $x\geqslant 1$. ………………………… 5 分

19.（本小题满分 5 分）

解：$(a-\frac{4}{a})\div\frac{a-2}{a^2}$

$=\frac{a^2-4}{a}\times\frac{a^2}{a-2}$

$=\frac{(a+2)(a-2)}{a}\times\frac{a^2}{a-2}$

$=a(a+2)$

$=a^2+2a$. ……………………………………………………………………………… 3 分

∵ $a^2+2a-1=0$，

∴ $a^2+2a=1$.

∴ 原式$=a^2+2a=1$. ……………………………………………………………5 分

20.（本小题满分 6 分）

解：（1）∵ 关于 x 的方程$(k-1)x^2-2x+1=0$有两个实数根，

∴ $k-1\neq0$且$\Delta\geqslant0$.

$\Delta=(-2)^2-4\times(k-1)\times1=4-4(k-1)=8-4k$.

∴ $k\neq1$且$8-4k\geqslant0$.

∴ $k\leqslant2$且$k\neq1$. ……………………………………………………………3 分

（2）当 k 取最大整数时，$k=2$.

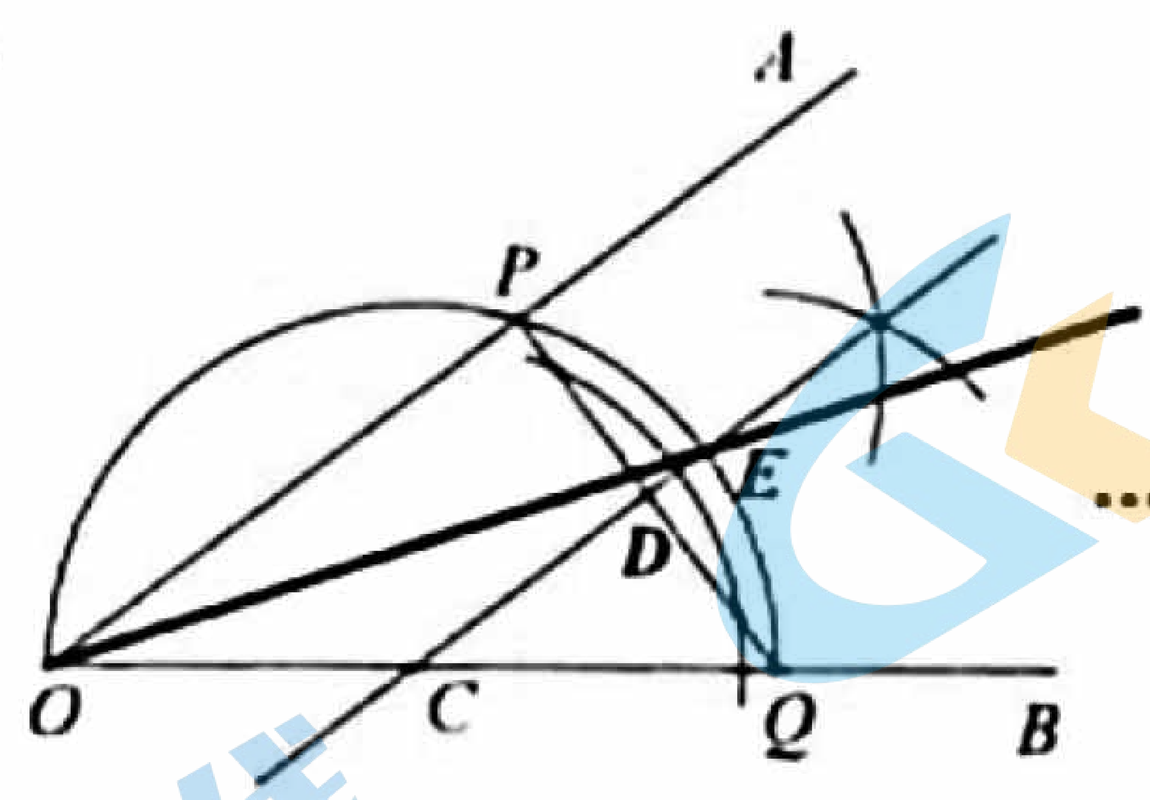
此时，方程为$x^2-2x+1=0$.

解得 $x_1=x_2=1$.

∴ 当$k=2$时，方程的根为$x_1=x_2=1$. ………………………………………6 分

21.（本小题满分 5 分）

解：补全的图形如图 1 所示.



……………………………… 2 分

图 1

① 90；……………………………………………………………………………3 分

② 直径所对的圆周角是直角；…………………………………………………4 分

③ $\overset{\frown}{EQ}$. …………………………………………………………………………5 分

22.（本小题满分 5 分）

（1）证明：如图 2.

$\because$ $AE /\!/ DC$，$AE=DC$，

$\therefore$ 四边形 $ADCE$ 为平行四边形. ………………………………………… 1 分

$\because$ 在$\triangle ABC$ 中，$AC=BC$，CD 为$\triangle ABC$ 的角平分线，

$\therefore$ $CD \perp AB$.

$\therefore$ $\angle ADC=90^\circ$. ……………………………… 2 分

$\therefore$ 四边形 $ADCE$ 为矩形. ………………… 3 分

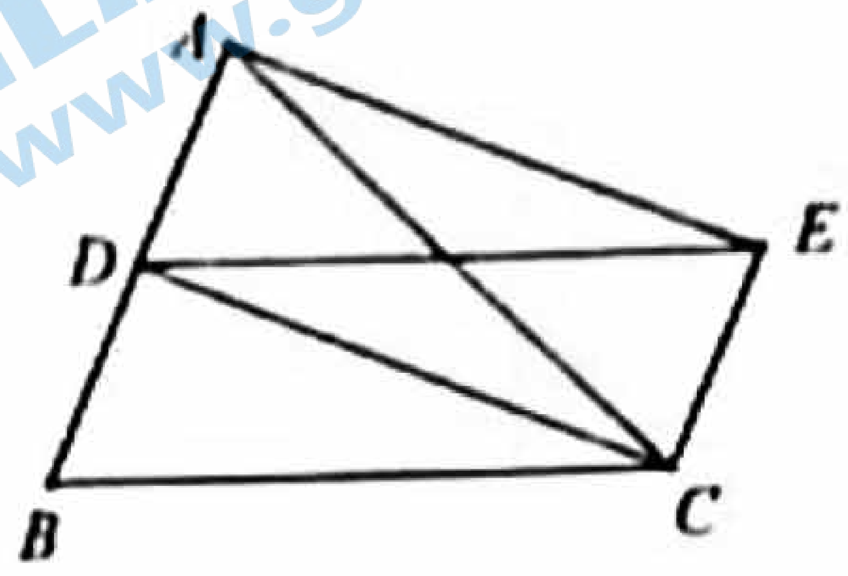


图 2

（2）解：$\because$ $AC=BC$，CD 为$\triangle ABC$ 的角平分线，$AB=10$，

$\therefore$ $AD=\frac{1}{2}AB=5$.

在 Rt$\triangle ACD$ 中，$\angle ADC=90^\circ$，$AD=5$，$CD=12$，

$\therefore$ $AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$.

$\because$ 四边形 $ADCE$ 为矩形，

$\therefore$ $DE=AC=13$. ……………………………… 5 分

23.（本小题满分 5 分）

解：（1）$\because$ $A(2,1)$ 在函数 $y=\frac{2k}{x}$（$x>0$）的图象 F 上，

$\therefore$ $2k=1\times 2$.

解得 $k=1$. ……………………………………… 1 分

$\therefore$ 直线 l 对应的函数解析式为 $y=x+1$，

……………………………………… 2 分

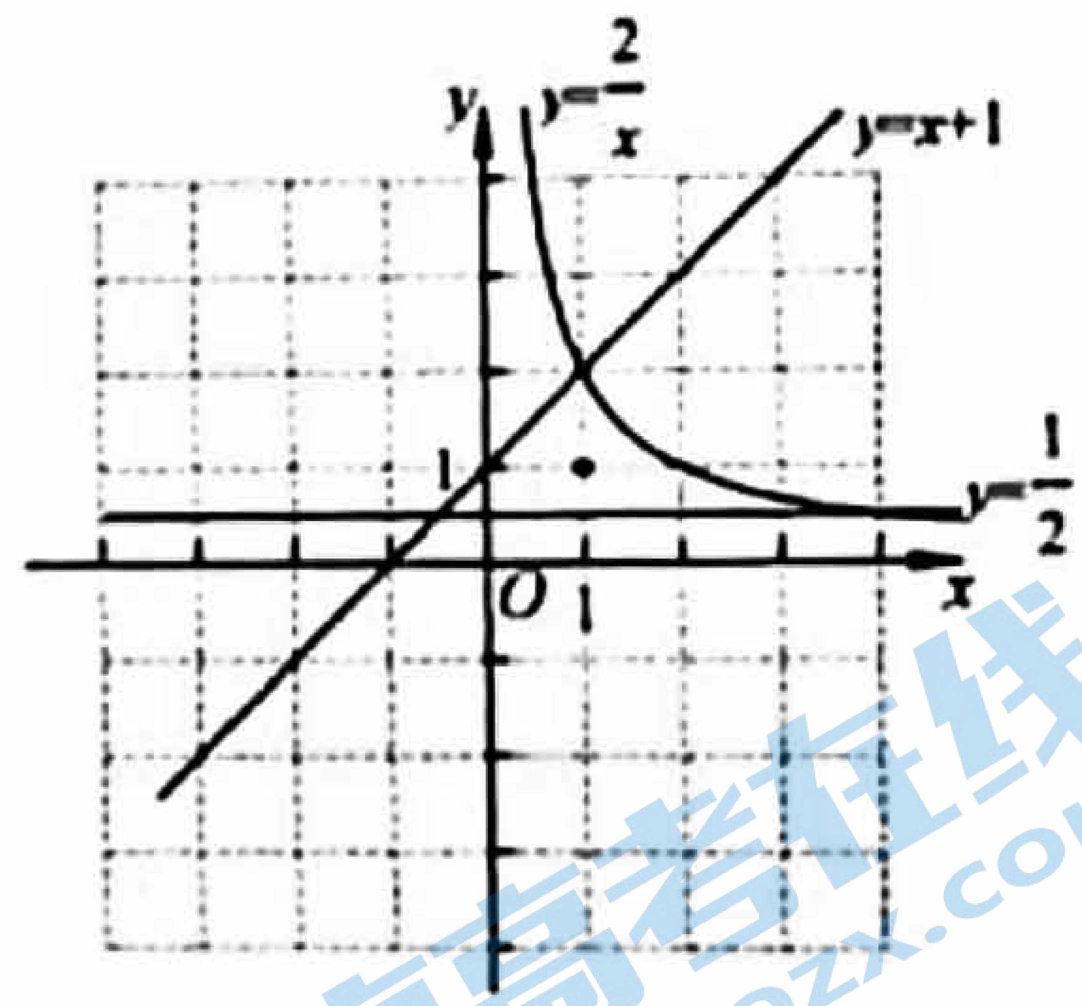


图 3

（2）①$(1,1)$（如图 3）. ……………………………… 3 分

②$\frac{1}{4}\leqslant k<\frac{1}{3}$ 或 $\frac{3}{2}<k\leqslant 2$（如图 4、图 5）. ………………………………………… 5 分

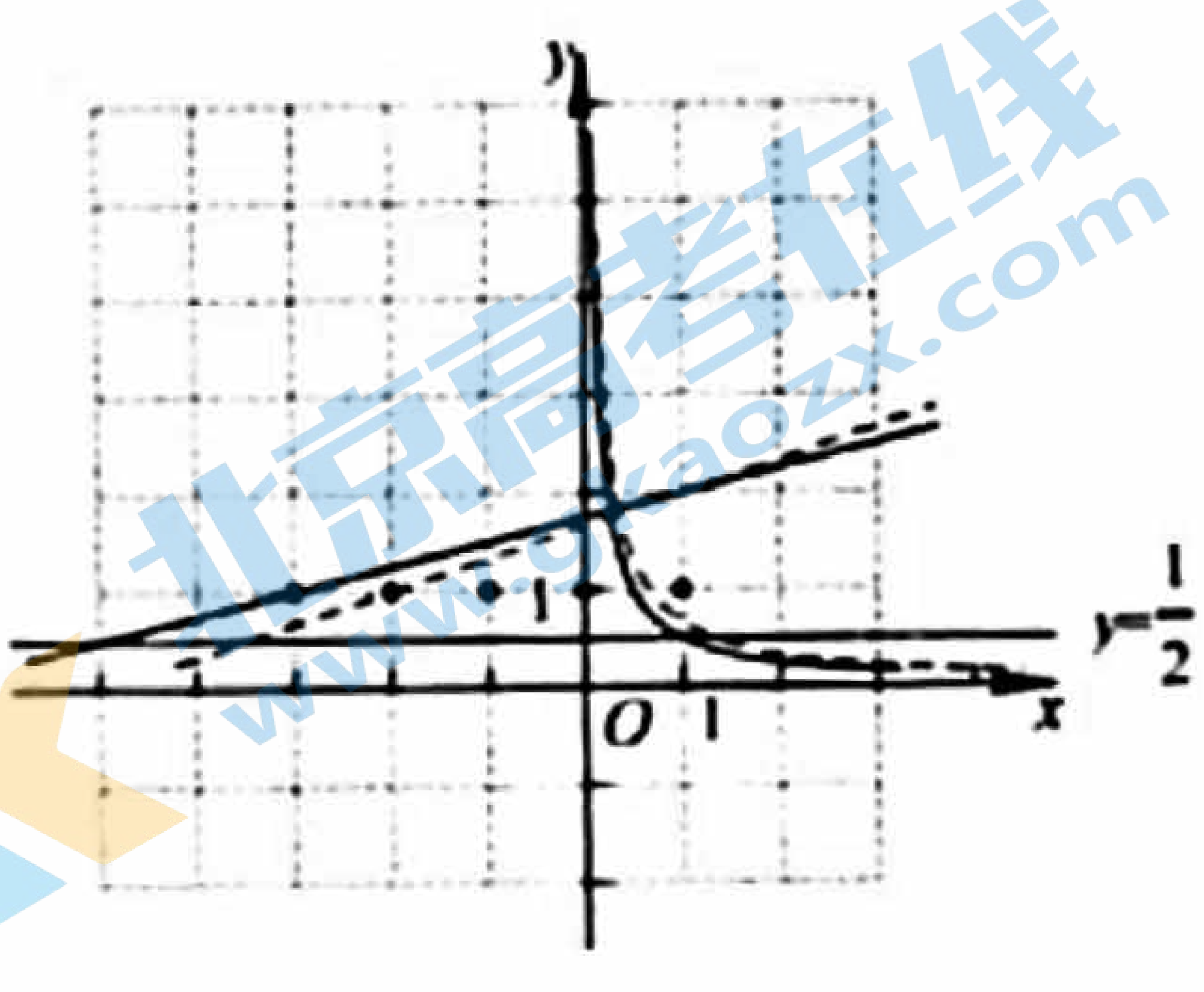


图 4

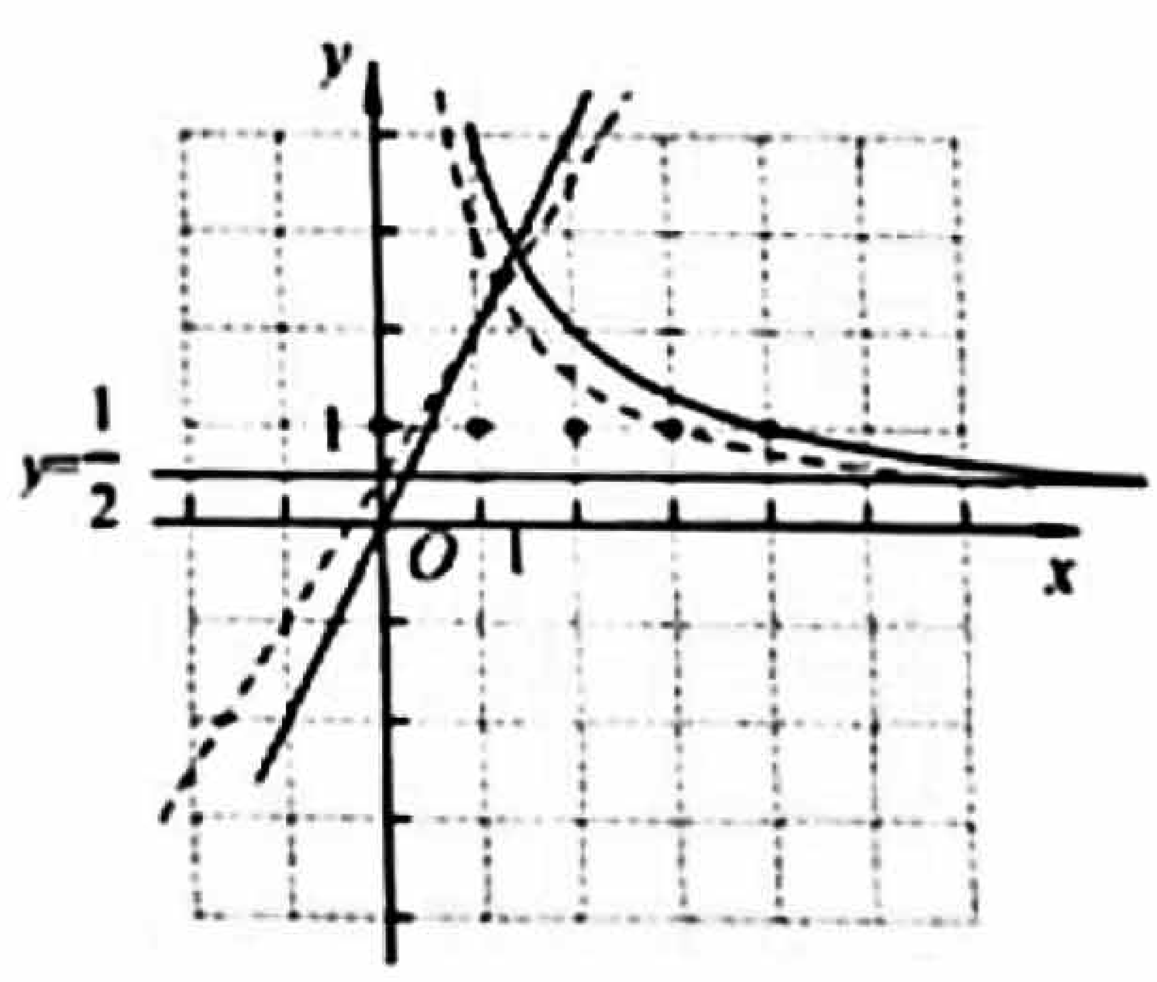


图 5

24．（本小题满分 6 分）

解：（1）34%，19； ······························ 2 分

（2）60，72； ······························ 4 分

（3）估计该校使用手机阅读的学生中，平均每天阅读时长少于半小时的人数为

$9\ 000\times\frac{6}{150}=360$． ······························ 6 分

25．（本小题满分 6 分）

（1）证明：如图 6．

∵ $\angle E=\frac{1}{2}\angle BOC$，$\angle E=\frac{1}{2}\angle DOF$，

∴ $\angle BOC=\angle DOF$．

在 Rt△OBC 中，$\angle C=90°$，

∴ $\angle OBC+\angle BOC=90°$．

∵ $\angle OBC=\angle A$，

∴ $\angle A+\angle DOF=90°$．

∴ $\angle ODA=90°$．

∴ $OD\perp AB$．

∴ AB 为⊙O 的切线． ······························ 3 分

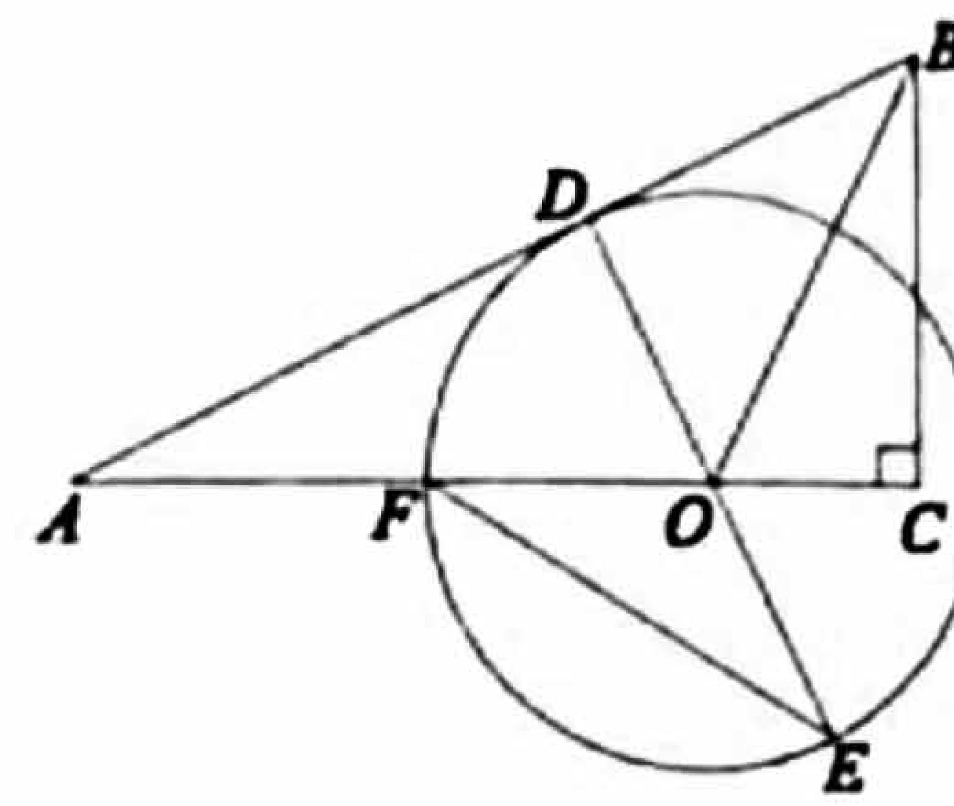


图 6

（2）解：∵ $\angle OBC=\angle A$，$\tan\angle OBC=\frac{1}{2}$，

∴ $\tan A=\frac{1}{2}$．

在 Rt△AOD 中，$\angle ODA=90°$，$OD=3$，$\tan A=\frac{1}{2}$，

∴ $AD=2OD=6$，$OA=\sqrt{OD^2+AD^2}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$．

在 Rt△OBC 中，$\angle OCB=90°$，设 $OC=k$，则 $BC=2k$．

在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\tan A=\frac{1}{2}$，$BC=2k$，

∴ $AC=2BC=4k$．

∴ $AC=OA+OC=3\sqrt{5}+k=4k$．

解得 $k=\sqrt{5}$．

∴ $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{(4k)^2+(2k)^2}=2\sqrt{5}k=2\sqrt{5}\times\sqrt{5}=10$．

∴ $BD=AB-AD=10-6=4$． ······························ 6 分

26.（本小题满分 6 分）

解：(1) ∵ $x^2+x=0$时，$x_1=0$，$x_2=-1$，

∴ 抛物线与 x 轴的交点坐标为(0,0)，(−1,0)．……………………………………2 分

(2) 当 $t=1$ 时，M，N 两点的坐标分别为 $M(a,a^2+a)$，$N(a+1,a^2+3a+2)$．

∵ $\triangle MNQ$ 为等腰直角三角形，$\angle MQN=90^\circ$，

∴ $NQ=MQ$．

∵ $MQ=|(a+1)-a|=1$，$NQ=|(a^2+3a+2)-(a^2+a)|=|2a+2|$．

∴ $|2a+2|=1$．

解得 $a=-\dfrac{3}{2}$ 或 $a=-\dfrac{1}{2}$．……………………………………4 分

(3) $0<t\leq 2$．……………………………………………………………6 分

27.（本小题满分 7 分）

(1) 解：补全图形如图 7 所示．……………………… 1 分

$AP=2CD$．……………………………… 2 分

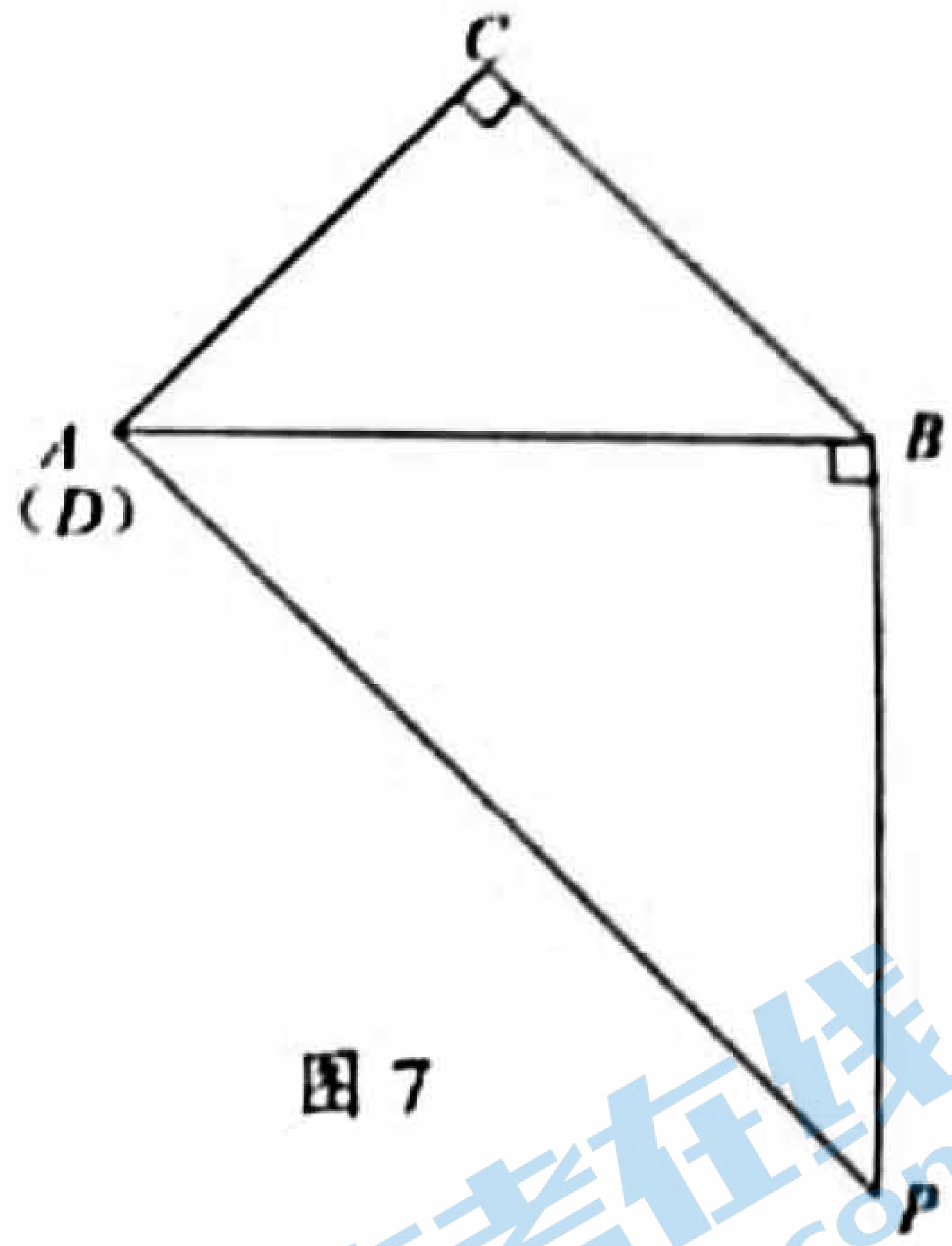


图 7

(2) ①$AP=2CD$．

证明：如图 8，作 $BE\perp AP$ 于点 E，作 $CF\perp BE$ 交 EB 的延长线于点 F，则$\angle F=\angle FED=\angle BEP=90^\circ$．

∵ $CD\perp PA$ 于点 D，

∴ $\angle ADC=\angle CDE=90^\circ$．

∴ 四边形 $CDEF$ 为矩形．

∴ $\angle DCF=90^\circ$．

∴ $\angle 2+\angle 3=90^\circ$．

∵ $\angle ACB=90^\circ$，

∴ $\angle 1+\angle 3=90^\circ$．

∴ $\angle 1=\angle 2$．

∵ $AC=BC$，$\angle ADC=\angle F=90^\circ$，

∴ $\triangle CAD\cong\triangle CBF$．

∴ $CD=CF$，$AD=BF$．

∴ 四边形 $CDEF$ 为正方形．

∴ $DE=EF=CD$．

∵ $\angle APB=45^\circ$，$\angle BEP=90^\circ$，

可得 $\angle PBE=\angle APB=45^\circ$．

∴ $EP=BE$．

∴ $AP=AD+DE+EP=BF+DE+BE=EF+DE=2CD$．……………5 分

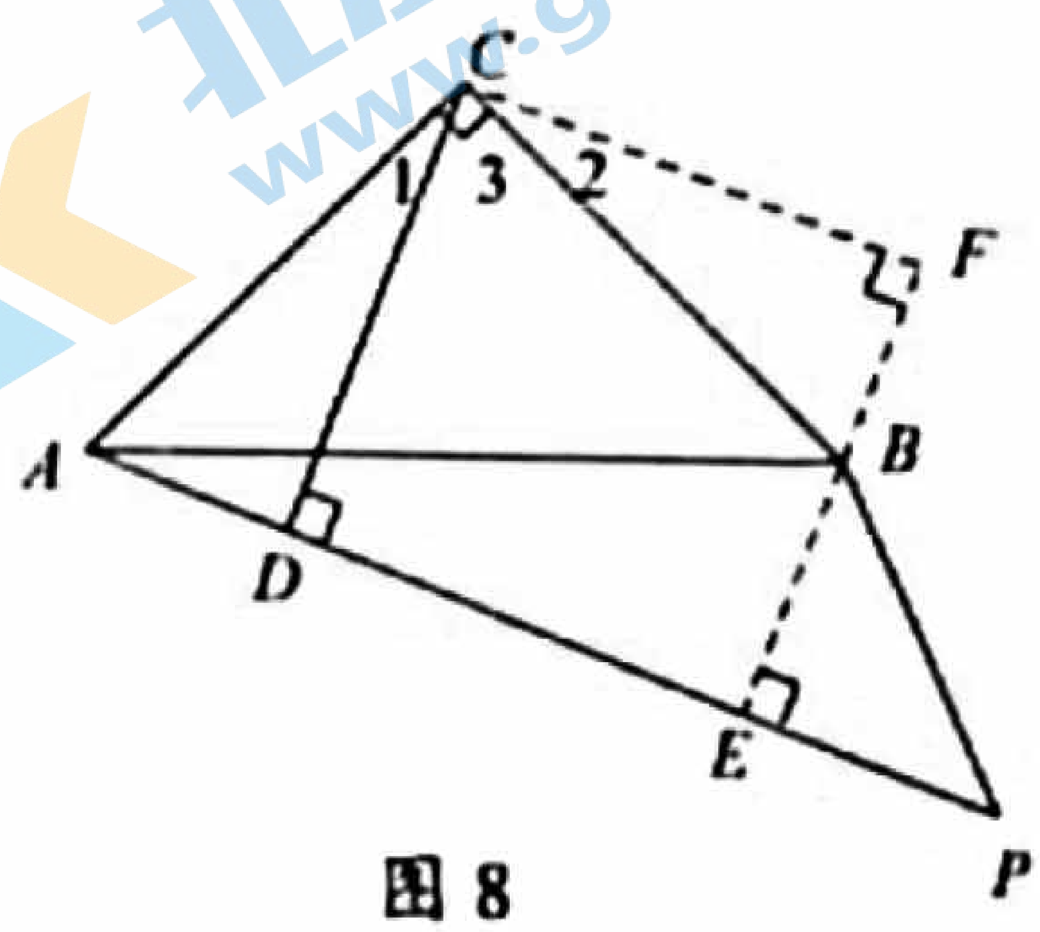


图 8

②画图见图 9. ……………………………………6 分

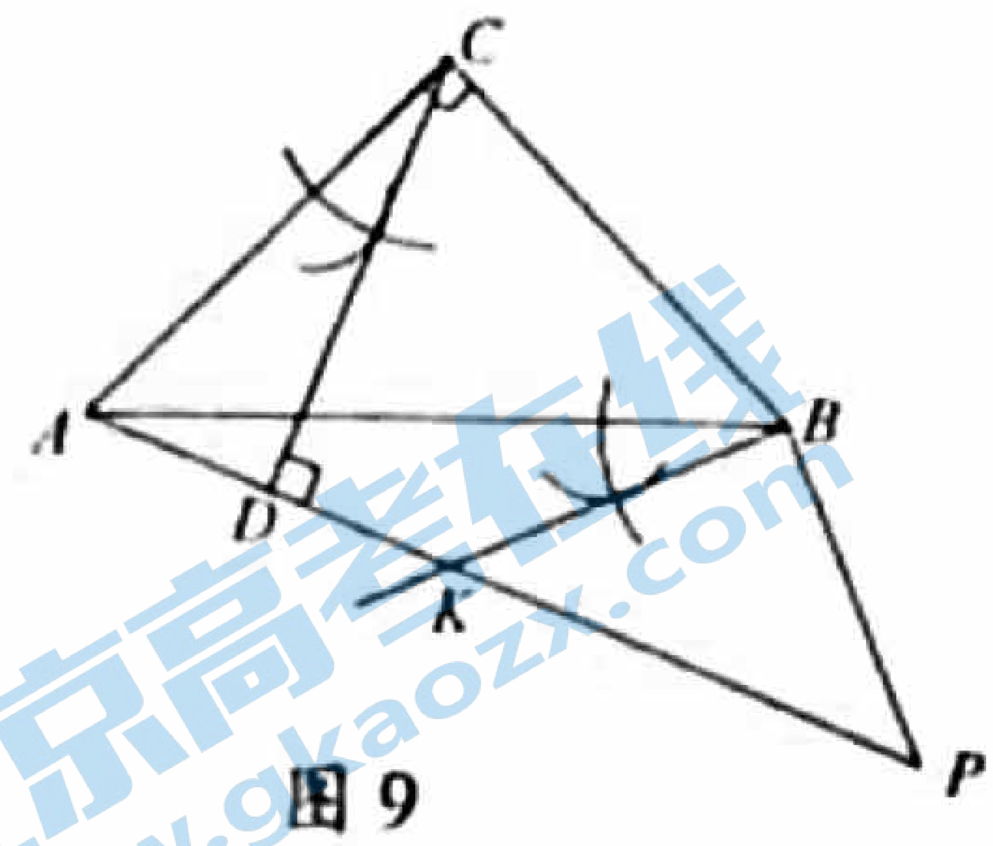


图 9

$\sqrt{2}$. …………………………………………7 分

28.（本小题满分 7 分）

解：(1) C，D，顺（或 D，C，逆）；………………2 分

(2) ①如图 10.

∵ 点 P，点 Q 为点 A 的一对关联点，

∴ $\triangle APQ$ 为等边三角形，$AP=AQ=PQ=1$.

∵ 直线 l：$y=\sqrt{3}x+b$，

∴ 直线 l 与 x 轴正方向的夹角为 60°.

∵ 点 P 在半径为 1 的⊙O 上，点 Q 在直线 l 上，

可得 $P_1(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$P_2(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$.

∴ $Q_1(0,0)$，$Q_2(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$Q_3(\frac{3}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$.

当 $Q_1(0,0)$ 时，$b=0$；

当 $Q_2(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$ 时，$\frac{3\sqrt{3}}{2}+b=\frac{\sqrt{3}}{2}$，解得 $b=-\sqrt{3}$；

当 $Q_3(\frac{3}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$ 时，$\frac{3\sqrt{3}}{2}+b=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，解得 $b=-2\sqrt{3}$.

综上所述，$b=0$，$-\sqrt{3}$ 或 $-2\sqrt{3}$. ……………………………………5 分

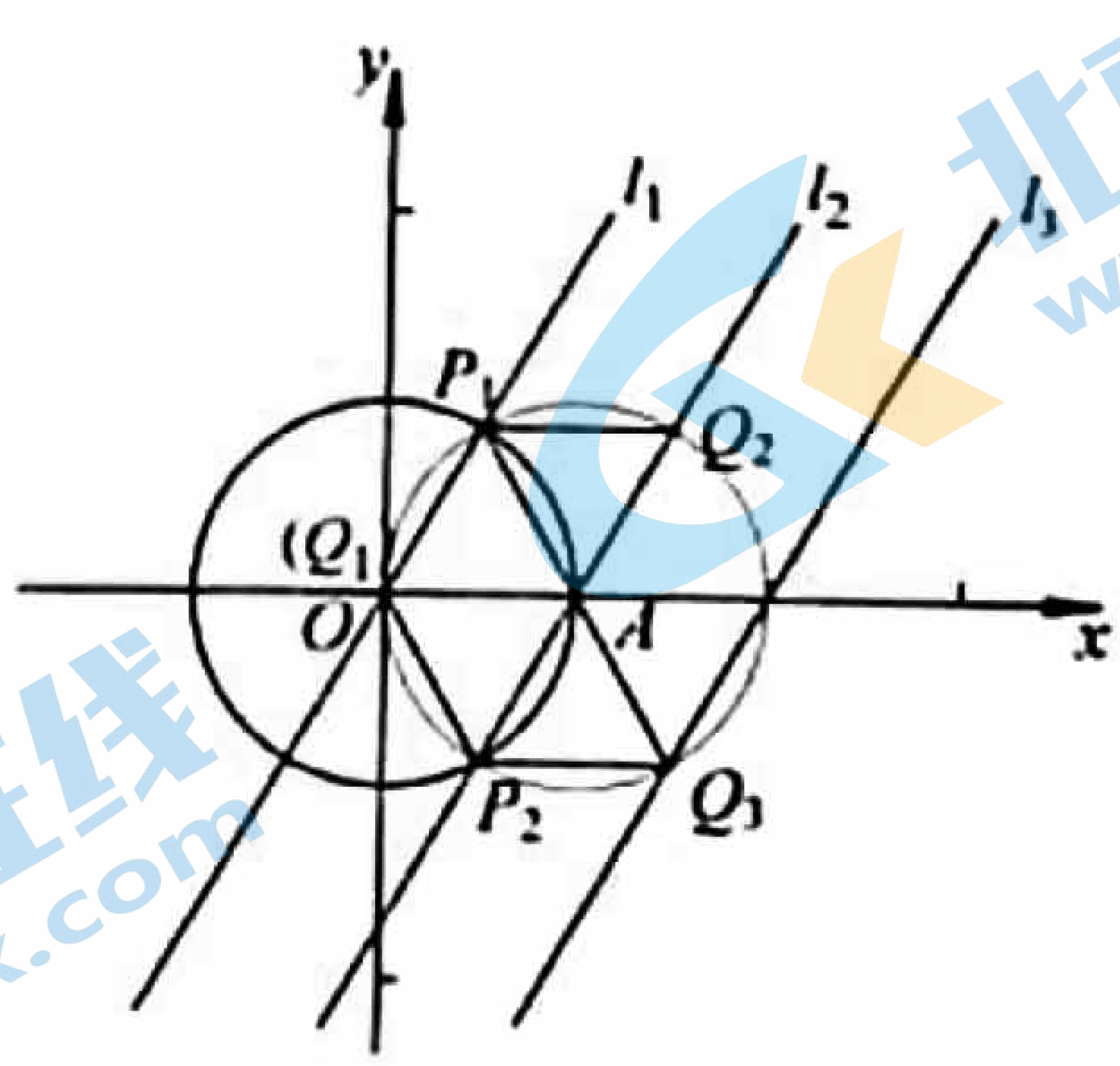


图 10

②如图 11.

由题意，可得$\triangle RTS$为正三角形，$RT=1$，$RT/\!/x$轴，点T和点S在直线l：$y=\sqrt{3}x+b$上.

作$RH\perp ST$于点H，则$RH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

当b取最大值时，$R_1H_1\perp l_1$，$OH_1=OR_1-R_1H_1=1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

此时$b_1=2OH_1=2-\sqrt{3}$.

当b取最小值时，$R_2H_2\perp l_2$，$OH_2=OR_2+R_2H_2=1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

此时$b_2=-2OH_2=-(2+\sqrt{3})=-2-\sqrt{3}$.

综上所述，b的取值范围为$-2-\sqrt{3}\leqslant b\leqslant 2-\sqrt{3}$. ································ 7 分

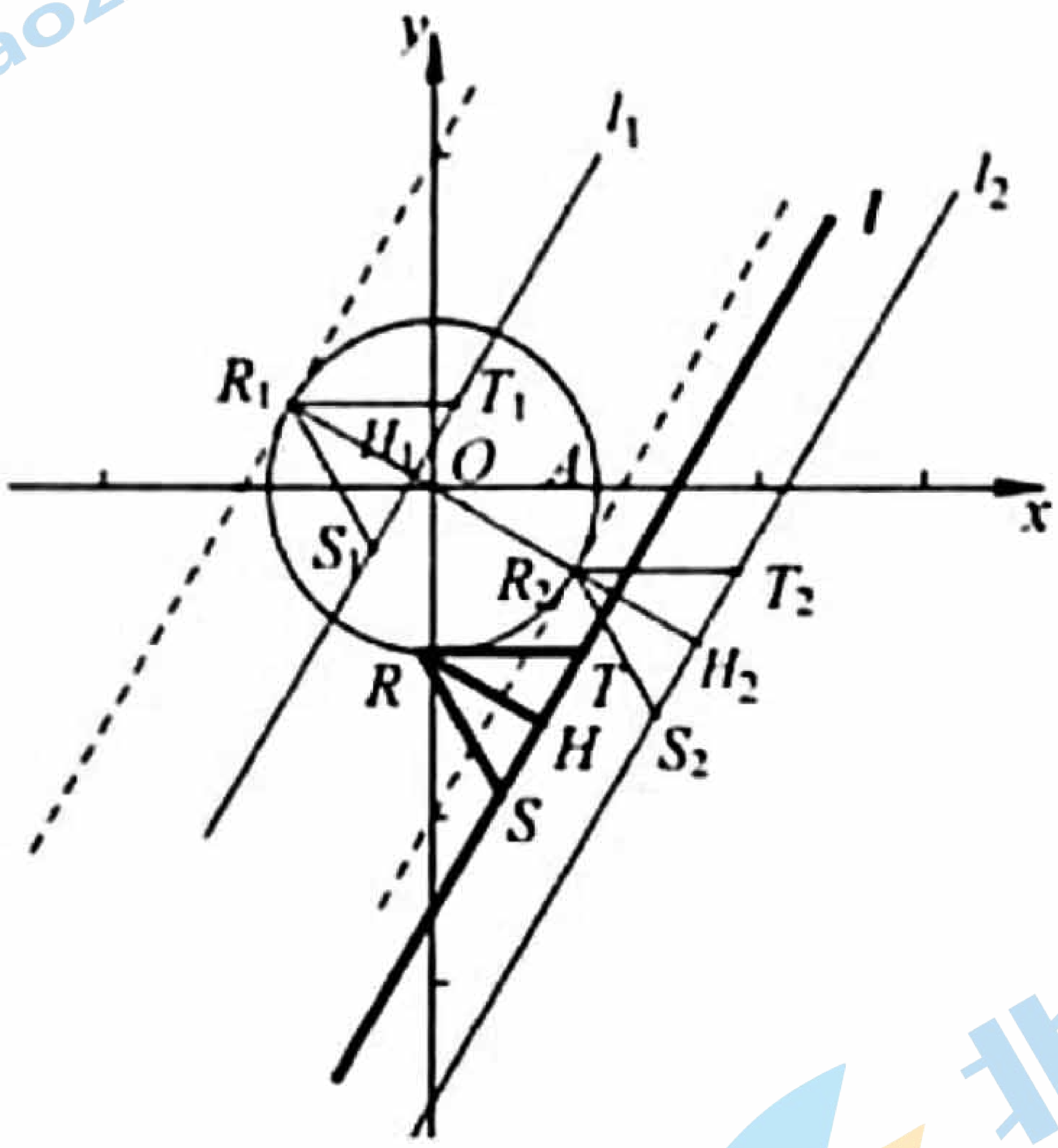


图 11