中学生标准学术能力诊断性测试 2021 年 11 月测试

文科数学试卷

本试卷共 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．设 $z=\dfrac{3+2i}{1+2i}$，则 $|\bar{z}|=$

A．$\dfrac{\sqrt{62}}{5}$　　B．$\dfrac{\sqrt{63}}{5}$　　C．$\dfrac{\sqrt{65}}{5}$　　D．$\dfrac{\sqrt{61}}{5}$

2．已知集合 $S=\left\{s\middle|s=\dfrac{2}{5}n+\dfrac{1}{3},n\in \mathbf{Z}\right\}$，$T=\left\{t\middle|t=\dfrac{2n}{15}+\dfrac{1}{5},n\in \mathbf{Z}\right\}$，则 $S\cap T=$

A．$\varnothing$　　B．S　　C．T　　D．$\mathbf{Z}$

3．已知命题 p：$\exists x\in \mathbf{R}$，$\sin x+\cos x=\dfrac{3}{2}$；命题 q：$\forall x\in \mathbf{R}$，$e^{x}+e^{-x}\geq 2$，则下列命题中是真命题的是

A．$p\wedge \neg q$　　B．$\neg(p\vee q)$　　C．$\neg(p\wedge q)$　　D．$p\vee \neg q$

4．设函数 $f(x)=\dfrac{4x+1}{2x-4}$，则下列函数的对称中心为 $(1,0)$ 的是

A．$f(x-1)+2$　　B．$f(x+1)+2$　　C．$f(x+1)-2$　　D．$f(x-1)-2$

5．已知 $\sin\alpha=\dfrac{1}{3}$，则 $\sin 3\alpha=$

A．$\dfrac{20}{27}$　　B．$\dfrac{22}{27}$　　C．$\dfrac{23}{27}$　　D．$\dfrac{25}{27}$

6．已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$2a_7+3a_2=10$，则 $S_7=$

A．14　　B．15　　C．16　　D．17

7．在三角形 ABC 中，D 是 BC 边上的一点，且满足 $\angle BAD=30^\circ$，$\angle CAD=60^\circ$，$AB=4$，$AC=2\sqrt{3}$，则 $BD=$

A．$\dfrac{\sqrt{7}}{5}$　　B．$\dfrac{3\sqrt{7}}{5}$　　C．$\dfrac{2\sqrt{7}}{5}$　　D．$\dfrac{4\sqrt{7}}{5}$

8．已知圆 C：$x^2+y^2-8x-4y+19=0$，直线 l：$3x-2y-6=0$，直线 l 交圆 C 于 A，B 两点，设点 $P(2,0)$，则 $|PA|\cdot|PB|=$

A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. 5　　D. 7

9. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 Q，P 分别为正方形 CDD_1C_1 和正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心，M 为棱 AB 的中点，则异面直线 PQ 与 MB_1 所成角的余弦值为

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{5}$

10. 下列函数中在区间 $(1,+\infty)$ 上是增函数的是

A. $y=\frac{2x-1}{x-1}$　　B. $y=\ln\left(x^2-2x-3\right)$

C. $y=\left|x-\frac{1}{2}\right|+2|x-1|$　　D. $y=3^{-x^2+2x-3}$

11. 已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，过点 $(2,0)$ 的直线交抛物线于 A，B 两点，则 $\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}$ 的取值范围是

A. $\left(\frac{1}{3},2\right)$　　B. $\left[\frac{2}{3},1\right)$　　C. $\left(\frac{2}{3},1\right)$　　D. $\left[\frac{1}{3},2\right)$

12. 已知 $\omega>0$，函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$ 满足 $f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=-f(x)$，且在区间 $\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$ 上恰好存在两个极值点，则 ω 的最大值为

A. $\frac{44}{3}$　　B. $\frac{56}{3}$　　C. $\frac{46}{3}$　　D. $\frac{20}{3}$

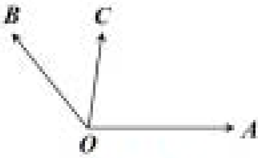
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 将 3 名北京冬奥会志愿者全部分配到花样滑冰、短道速滑 2 个项目进行培训，每名志愿者只分配到一个项目，每个项目至少分配一名志愿者，则甲、乙两名志愿者分配在一起的概率为________.

14. 已知变量满足 $\begin{cases} y\le 2, \\ x+y\ge 1, \\ x-y\le 1, \end{cases}$ 则 $z=\frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ 的最小值为________.

15. 已知函数 $f(x)=e^x-\frac{1}{3}ax^3\ (a\in\mathbf{R})$，若函数 $f(x)$ 存在唯一的极小值点，则实数 a 的取值范围是________.

16. 如图所示，在同一个平面内，向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$ 满足：$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|$，$\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC}$ 的夹角为 α，且 $\tan\alpha=7$，$\overrightarrow{OC}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角为 $45°$，若 $\overrightarrow{OC}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}\ (m,n\in\mathbf{R})$，则 $\frac{m}{n}=$________.



（第 16 题图）

三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

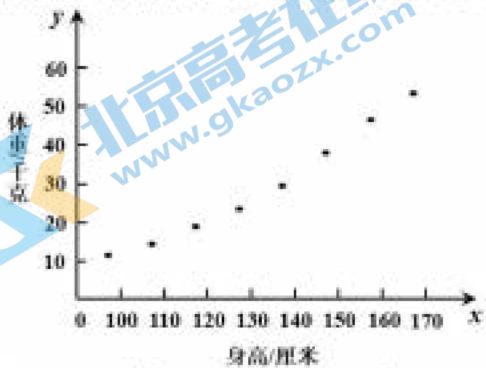
（一）必考题：共 60 分．

17．（12 分）设$\{a_n\}$是公比为实数的等比数列，$a_1=1$，$4a_3^2-a_4\cdot a_5+a_4^2=0$．

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）记S_n为$\{a_n\}$的前n项和，若$4a_m^2-S_m=57$，求m的值．

18．（12 分）为了更好的指导青少年健康饮食，某机构调查了本地区不同身高的未成年男性，得到他们的体重的平均值，并对数据做了初步处理，得到下面的散点图及一些统计量的值．



$\overline{x}$	135
$\overline{y}$	35.7
$\overline{\omega}$	3.4
$\overline{u}$	18750
$\sum_{i=1}^{8}\left(x_i-\overline{x}\right)^2$	4000
$\sum_{i=1}^{8}\left(\omega_i-\overline{\omega}\right)^2$	1.6
$\sum_{i=1}^{8}\left(u_i-\overline{u}\right)^2$	3×10^8
$\sum_{i=1}^{8}\left(y_i-\overline{y}\right)^2$	1296
$\sum_{i=1}^{8}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)$	2375
$\sum_{i=1}^{8}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(\omega_i-\overline{\omega}\right)$	76
$\sum_{i=1}^{8}\left(u_i-\overline{u}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)$	6×10^5

（其中$\omega_i=\ln y_i$，$u_i=x_i^2$）

（1）根据散点图判断回归方程① $y=a\cdot b^x$；② $y=a+bx^2$ 都可以作为这个地区未成年男性体重y千克与身高x厘米的回归方程，请结合相关系数判断哪一个回归方程更合适，并说明理由；

（2）根据（1）的判断结果及表中的数据写出体重y千克与身高x厘米的回归方程；

（3）若体重超过相同身高男性体重平均值的1.2倍为偏胖，低于0.8倍为偏瘦．现该地区有一名身高170厘米的未成年男性，根据（2）的结果请你给出一个合理建议，指出他的体重应该控制在多少千克的范围内？

参考数据：$\sqrt{3}\approx1.732$．

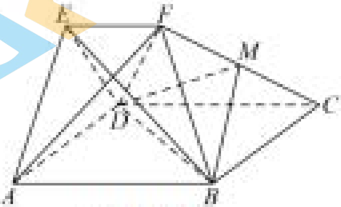
参考公式：样本$(x_i,y_i)(i=1,2,3,\cdots,n)$的相关系数$r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}}$，其回

归直线方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的斜率和截距的估计值分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

19．（12分）在如图所示的五面体中，四边形 $ABCD$ 是正方形，平面 $ADE\perp$ 平面 $ABCD$，$AB=ED=2EF=2$，$\angle EAD=60^\circ$，M 为棱 FC 的中点.

（1）证明：AF // 平面 MBD；

（2）求三棱锥 $E-FDB$ 的体积.



（第19题图）

20．（12分）设抛物线 C：$x^2=2py(p>0)$，其焦点为 F，准线为 l，点 P 为 C 上的一点，过点 P 作直线 l 的垂线，垂足为 M，且 $|MF|=|FP|$，$\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FP}=2$.

（1）求抛物线 C 的方程；

（2）设点 Q 为 C 外的一点且 Q 点不在坐标轴上，过点 Q 作抛物线 C 的两条切线，切点分别为 A，B，过点 Q 作 Y 轴的垂线，垂足为 S，连接 AS，BS，证明：直线 AS 与直线 BS 关于 Y 轴对称.

21．（12分）已知函数 $f(x)=\sin x\cdot\tan x$.

（1）设 $g(x)=f(x)+3\cos x$ 且 $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，求函数 $g(x)$ 的最小值；

（2）当 $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 时，证明：$f(x)\geq x^2$.

（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．作答时请写清题号．

22．（10分）[选修4—4：坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=t+1\\y=2t+2\end{cases}$（$t$ 为参数），以极点为平面直角坐标系的原点，极轴为 x 轴的正半轴，建立平面直角坐标系，已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho\cos^2\theta+8\cos\theta-\rho=0$.

（1）求直线 l 的极坐标方程；　　（2）若直线 l 与曲线 C 交于 A，B 两点，求 $|AB|$ 的值.

23．（10分）[选修4—5：不等式选讲]

已知函数 $f(x)=|3x-a|-|x-a|(a>0)$.

（1）当 $a=1$ 时，解不等式 $f(x)\leq 0$；

（2）若 $f(x)+|a-1|\geq 0$ 对于任意实数 x 都成立，求 a 的取值范围.

中学生标准学术能力诊断性测试 2021 年 11 月测试

文科数学 参考答案

一、选择题：本题共 **12** 小题，每小题 **5** 分，共 **60** 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	B	C	C	C	A	D	D	A	C	B	A

二、填空题：本题共 **4** 小题，每小题 **5** 分，共 **20** 分．

13. $\frac{1}{3}$　　14. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　15. $\left(0,\frac{e^2}{4}\right]$　　16. $\frac{5}{7}$

三、解答题：本题共 **6** 小题，共 **70** 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 **17~21** 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 **22**、**23** 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 **60** 分．

17. （12 分）

解：

（1）设数列$\{a_n\}$的公比为$q\neq 0$，则$a_3=q^2$，$a_4=q^3$，$a_5=q^4$

$\therefore 4q^4-q^7+q^6=0$，$\therefore q^3-q^2-4=0$ ……………………3 分

又$(q-2)(q^2+q+2)=0$，$\because q^2+q+2\neq 0$无实数根

$\therefore q-2=0$，$\therefore q=2$

$\therefore a_n=2^{n-1}$ ……………………6 分

（2）$\because a_m=2^{m-1}$，$S_m=\frac{1-2^m}{1-2}=2^m-1$

$\therefore 4\times 2^{2m-2}-2^m+1=57$ ……………………9 分

令$2^m=x$，$\therefore x^2-x-56=0$

$\therefore x=8$或$x=-7$（舍去）

$\therefore 2^m=8$，$\therefore m=3$ ……………………12 分

18. （12 分）

解：

（1）若选择回归方程 $y=a\cdot b^x$，则 $\ln y=\ln a+x\ln b$

设 $\ln y=\omega$，则 $\omega=(\ln b)x+\ln a$

由表中数据可得：

$$r_1=\frac{\sum_{i=1}^{8}(x_i-\bar{x})(\omega_i-\bar{\omega})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{8}(x_i-\bar{x})^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{8}(\omega_i-\bar{\omega})^2}}=\frac{76}{\sqrt{4000}\times\sqrt{1.6}}=\frac{76}{80}=0.95$$ ……………………2 分

若选择回归方程 $y=a+bx^2$，设 $x^2=u$，则 $y=bu+a$

由表中数据可得：

$$r_2=\frac{\sum_{i=1}^{8}(u_i-\bar{u})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{8}(u_i-\bar{u})^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{8}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{6\times10^5}{\sqrt{3\times10^8}\times\sqrt{1296}}\approx0.96$$ ……………………4 分

$\because r_2>r_1$，所以选择回归方程 $y=a+bx^2$ 更合适……………………………………5 分

（2）由（1）可得回归方程为 $y=a+bx^2$，设 $x^2=u$，则 $y=bu+a$

$$\therefore \hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{8}(u_i-\bar{u})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{8}(u_i-\bar{u})^2}=\frac{6\times10^5}{3\times10^8}=0.002$$ ……………………………………………8 分

则 $\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{u}=35.7-0.002\times18750=-1.8$

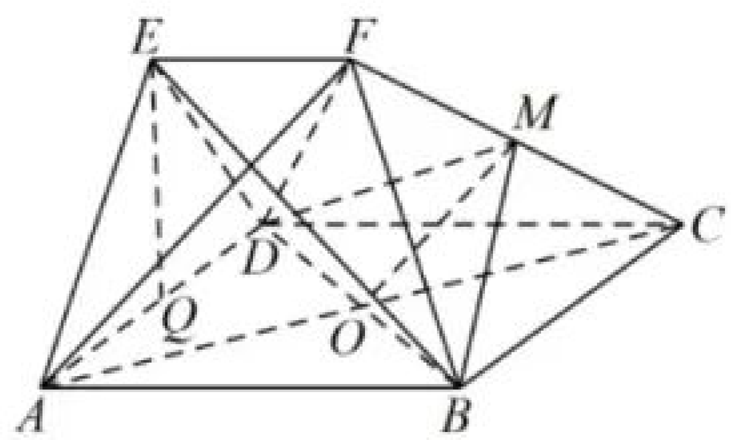
$\therefore \hat{y}=-1.8+0.002u$

所以体重 y 千克与身高 x 厘米的回归方程 $\hat{y}=-1.8+0.002x^2$ ……………………10 分

（3）由（2）可得当身高为 170 厘米时体重为 $-1.8+0.002\times170^2=56$ 千克

又 $56\times0.8=44.8$ 千克，$56\times1.2=67.2$ 千克

所以体重应该控制在 44.8 千克到 67.2 千克之间较为合适……………………………12 分



19.（12 分）

证明：

（1）连接 AC 交 BD 于 O，连接 OM

$\because AO=OC$，$CM=MF$

$\therefore OM$ 为$\triangle ACF$ 的中位线……3 分

$\therefore OM \parallel AF$，又$OM$ 在平面BMD内，AF 不在平面BMD内

$\therefore AF \parallel$ 平面MBD……5 分

（2）$\because AB \parallel DC$，$\therefore AB \parallel$ 平面$EFCD$

又平面$ABFE \cap$平面$EFCD=EF$，$\therefore AB \parallel EF$，$\therefore EF \parallel DC$

又$EF=\frac{1}{2}DC=1$，所以四边形$EFCD$为梯形

$\therefore S_{\Delta EDF}=\frac{1}{2}S_{\Delta FDC}=S_{\Delta MDC}$

$\therefore V_{E-FBD}=V_{B-FED}=V_{B-MDC}=V_{M-BDC}$……8 分

取棱AD的中点Q，并连接EQ

$\because \triangle ADE$为正三角形，$\therefore EQ \perp AD$

又平面$AED \perp$平面$ABCD$，且平面$AED \cap$平面$ABCD=AD$

$\therefore EQ \perp$平面$ABCD$，且$EQ=\sqrt{3}$

又$EF \parallel$平面$ABCD$

所以点F到平面$ABCD$的距离等于点E到平面$ABCD$的距离，而点M到平面$ABCD$的距离又等于点F到平面$ABCD$的距离的一半，即为$\frac{\sqrt{3}}{2}$……10 分

又$S_{\Delta BDC}=\frac{1}{2}\times 2\times 2=2$

$\therefore V_{M-BDC}=\frac{1}{3}\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore V_{B-EDF}=\frac{\sqrt{3}}{3}$……12 分

20.（12 分）

解：

（1）$\because |PM|=|PF|=|FM|$

$\therefore \triangle PFM$为等边三角形，$\therefore \angle FMP=\angle PFM=60^\circ$……1 分

又$\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FP}=|FM|\cdot|FP|\cos\angle PFM=|FM|^2\cos 60^\circ=2$，$\therefore |FM|=2$……3 分

设直线 l 交 Y 轴于 N 点，则在 $\mathrm{Rt}\triangle MNF$ 中 $\angle NMF=30^\circ$，$|NF|=1=p$

$\therefore C$ 的方程为 $x^2=2y$ ……………………………………………………………………4 分

（2）设点 $Q(a,b)(a\neq 0,b\neq 0)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$

又 C 的方程为 $x^2=2y$ 可化为 $y=\dfrac{x^2}{2}$，$\therefore y'=x$

所以过点 A 且与 C 相切的直线的斜率为 x_1，过点 B 且与 C 相切的直线的斜率为 x_2，

所以直线 QA 的方程为 $y-y_1=x_1(x-x_1)$

直线 QB 的方程为 $y-y_2=x_2(x-x_2)$ ……………………………………………………6 分

又直线 QA 与 QB 均过点 Q，$\therefore b-y_1=x_1(a-x_1)$，$b-y_2=x_2(a-x_2)$

又 $x_1^2=2y_1$，$x_2^2=2y_2$，$\therefore y_1=ax_1-b$，$y_2=ax_2-b$

所以直线 AB 的方程为 $y=ax-b$ ……………………………………………………8 分

联立方程 $y=ax-b$ 和 $x^2=2y$ 得方程组 $\begin{cases}x^2=2y,\\ y=ax-b,\end{cases}$ 消去 y 得 $x^2-2ax+2b=0$

$\because b\neq 0 \therefore x_1\neq 0,x_2\neq 0$

$\therefore x_1x_2=2b$ ……………………………………………………………………………10 分

又 $S(0,b)$，则直线 AS 的斜率 $k_1=\dfrac{y_1-b}{x_1}$；直线 BS 的斜率 $k_2=\dfrac{y_2-b}{x_2}$

$\therefore k_1+k_2=\dfrac{(x_1+x_2)\left(\dfrac{x_1x_2}{2}-b\right)}{x_1x_2}$ $\therefore \dfrac{x_1x_2}{2}-b=0$，$\therefore k_1+k_2=0$

所以直线 AS 与直线 BS 关于 Y 轴对称……………………………………………… 12 分

21. （12 分）

解：

（1）$\because g(x)=\sin x\cdot\tan x+3\cos x$，又 $g'(x)=\dfrac{-\sin x\cdot\cos 2x}{\cos^2 x}$

当 $g'(x)>0$ 时，又 $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\therefore \sin x>0$，$\therefore \cos 2x<0$，$\therefore x\in\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right)$

当 $g'(x)<0$ 时，$\cos 2x>0$，$\therefore\ x\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right]$ ……………………………………3 分

所以函数 $g(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增，在 $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ 上单调递减

$\therefore\ g(x)$ 的最小值为 $g\left(\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}$ ……………………………………………………5 分

（2）不等式 $f(x)\ge x^2$ 等价于 $f(x)-x^2\ge 0$

令 $h(x)=f(x)-x^2=\sin x\cdot\tan x-x^2$

$$\therefore\ h'(x)=\sin x\left(\frac{1}{\cos^2 x}+1\right)-2x\ge\sin x\cdot\frac{2\cos x}{\cos^2 x}-2x$$

$$=\frac{2\sin x}{\cos x}-2x=2(\tan x-x)$$ ………………………………………………8 分

令 $k(x)=\tan x-x$，$\therefore\ k'(x)=\frac{1}{\cos^2 x}-1$

又 $0<\cos^2 x<1$，$\therefore\ \frac{1}{\cos^2 x}>1$

$\therefore\ k'(x)>0$，所以函数 $k(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增

又 $k(0)=0$，$\therefore\ k(x)>0$ ……………………………………………………………11 分

$\therefore\ h'(x)>0$，所以函数 $h(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增

又 $h(0)=0$，$\therefore\ h(x)\ge 0$

所以原不等式成立………………………………………………………………12 分

（二）选考题：共 **10** 分，请考生在第 **22**、**23** 题中任选一道题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22．[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

解：

（1）对方程 $\begin{cases}x=t+1,\\ y=2t+2,\end{cases}$ 消去参数 t 可得 $y=2(x-1)+2=2x$ ……………………2 分

将 $y=\rho\sin\theta$，$x=\rho\cos\theta$ 代入方程 $y=2x$

可得直线 l 的极坐标方程为 $\tan\theta=2$ …………………………………………5 分

（2）将极坐标方程 $\rho\cos^2\theta+8\cos\theta-\rho=0$ 的两边同乘以 ρ

可得 $\rho^2\cos^2\theta+8\rho\cos\theta-\rho^2=0$，又 $\rho^2=x^2+y^2$，$\rho\cos\theta=x$

$\therefore$ C 的直角坐标方程为 $x^2+8x-x^2-y^2=0$ 即 $y^2=8x$ ……………………………8 分

联立方程 $y^2=8x$ 和 $y=2x$ 得方程组 $\begin{cases} y=2x, \\ y^2=8x, \end{cases}$ 解之得 $x=0$ 或 $x=2$

$\therefore$ $A(0,0)$，$B(2,4)$，$\therefore$ $|AB|=2\sqrt{5}$ ……………………………………………10 分

23．[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

解：

（1）$f(x)\le 0$ 等价于 $|3x-1|\le|x-1|$

将不等式两边平方可得 $(3x-1)^2\le(x-1)^2$ ……………………………………3 分

解不等式 $2x^2-x\le 0$ 得 $x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$ ………………………………………………5 分

（2）解：$\because f(x)=\begin{cases} 2x & x\ge a, \\ 4x-2a & \frac{a}{3}<x<a, \\ -2x & x\le\frac{a}{3}, \end{cases}$ ……………………………………6 分

当 $x\ge a$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $2a$

当 $\frac{a}{3}<x<a$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $-\frac{2a}{3}$

当 $x\le\frac{a}{3}$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $-\frac{2a}{3}$

又 $-\frac{2a}{3}<2a$，所以函数 $f(x)$ 的最小值为 $-\frac{2a}{3}$ ……………………………………8 分

所以不等式 $f(x)+|a-1|\ge 0$ 成立只需 $-\frac{2a}{3}+|a-1|\ge 0$ ……………………………9 分

即 $|a-1|\ge\frac{2a}{3}$，$\therefore a-1\ge\frac{2a}{3}$ 或 $a-1\le-\frac{2a}{3}$

$\therefore a\ge 3$ 或 $0<a\le\frac{3}{5}$ …………………………………………………………10 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。