

# 高三文科数学

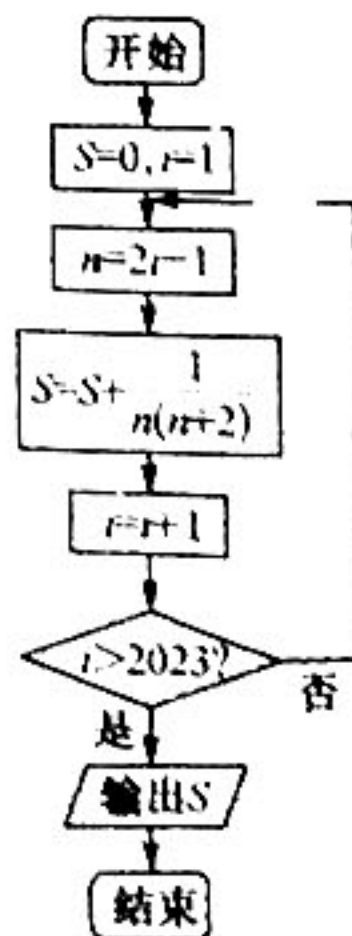
北京高考在线  
www.gaokzx.com

## 考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分，考试时间120分钟。
2. 答题前，考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本试卷主要命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数  $z$  满足  $(1-i)z=3+4i$ ，则  $z=$   
 A.  $2-\frac{3}{2}i$       B.  $-2+\frac{3}{2}i$       C.  $2+\frac{3}{2}i$       D.  $-2-\frac{3}{2}i$
2. 已知全集  $U=\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2-9x-10 < 0\}$ ，集合  $A=\{x \in \mathbb{Z} \mid (x-1)(8-x) \geq 0\}$ ， $B=\{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$ ，则  $\complement_U(A \cap B)=$   
 A.  $\{1, 2, 4, 5, 7\}$       B.  $\{0, 3, 6\}$   
 C.  $\{0, 2, 8, 9\}$       D.  $\{0, 3, 6, 9\}$
3. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，角  $\alpha$  的顶点为  $O$ ，始边与  $x$  轴的非负半轴重合，终边与圆  $x^2+y^2=9$  相交于点  $(\frac{3\sqrt{5}}{5}, t)$ ，则  $\sin(\frac{\pi}{2}+2\alpha)=$   
 A.  $-\frac{4}{5}$       B.  $-\frac{3}{5}$       C.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       D.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
4. 已知平面向量  $a, b$  满足  $|a|=2, a \cdot b=1, |a+b|=\sqrt{7}$ ，则  $a, b$  夹角的大小为  
 A.  $\frac{\pi}{2}$       B.  $\frac{\pi}{3}$       C.  $\frac{\pi}{4}$       D.  $\frac{\pi}{6}$
5. 将半径为6的半圆卷成一个无底圆锥(衔接处不重合)，则该无底圆锥的体积为  
 A.  $27\sqrt{3}\pi$       B.  $27\pi$   
 C.  $9\sqrt{3}\pi$       D.  $9\pi$
6. 执行如图所示的程序框图，则输出的  $S=$   
 A.  $\frac{2023}{4045}$   
 B.  $\frac{2022}{4047}$   
 C.  $\frac{2023}{4047}$   
 D.  $\frac{2022}{4045}$



7. 纯电动汽车是以车载电源为动力,用电动机驱动车轮行驶,符合道路交通、安全法规各项要求的车辆,它使用存储在电池中的电来发动.因其对环境影响较小,逐渐成为当今世界的乘用车的发展方向.研究发现电池的容量随放电电流的大小而改变,1898年 Peukert 提出铅酸电池的容量  $C$ 、放电时间  $t$  和放电电流  $I$  之间关系的经验公式:  $C = I^\lambda t$ , 其中  $\lambda$  为与蓄电池结构有关的常数(称为 Peukert 常数),在电池容量不变的条件下,当放电电流为 15 A 时,放电时间为 30 h;当放电电流为 50 A 时,放电时间为 7.5 h,则该蓄电池的 Peukert 常数  $\lambda$  约为(参考数据:  $\lg 2 \approx 0.301, \lg 3 \approx 0.477$ )

- A. 1.12  
C. 1.14

- B. 1.13  
D. 1.15

8. 在  $\triangle ABC$  中,角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,若  $c = 2, b = \sqrt{7}, \angle ABC = \frac{\pi}{3}$ ,  $P$  为  $\triangle ABC$  内一点,  $AP \perp BP$  且  $\angle BPC = \frac{2\pi}{3}$ , 则  $BP =$

A.  $\sqrt{2}$

B.  $\sqrt{3}$

C. 2

D. 5

9. 已知  $F$  是抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点,过点  $F$  且斜率为 2 的直线  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点,若  $|AF| \cdot |BF| = 20$ , 则  $p =$

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

10. 已知函数  $f(x) = \sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x}$ , 则下列结论错误的是

A.  $\pi$  为  $f(x)$  的一个周期

B.  $f(x)$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{2}$  对称

C.  $f(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上为增函数

D.  $f(x)$  的值域为  $[\sqrt{2}, 2]$

11. 设双曲线  $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的焦距为  $2c$ , 离心率为  $e$ , 且  $a, c, a+c$  成等比数列,  $A$  是  $E$  的一个

顶点,  $F$  是与  $A$  不在  $y$  轴同侧的焦点,  $B$  是  $E$  的虚轴的一个端点,  $PQ$  为  $E$  的任意一条不过原点且斜率为  $k (k \neq 0)$  的弦,  $M$  为  $PQ$  中点,  $O$  为坐标原点, 则下列判断错误的是

A.  $E$  的一条渐近线的斜率为  $\sqrt{e}$

B.  $AB \perp BF$

C.  $k_{OM} \cdot k_{PQ} = e (k_{OM}, k_{PQ}$  分别为直线  $OM, PQ$  的斜率)

D. 若  $OP \perp OQ$ , 则  $\frac{1}{|OP|^2} + \frac{1}{|OQ|^2} = e$  恒成立

12. 若  $0 < b < a < \frac{\pi}{2}$ , 则

A.  $be^a - e^b < ae^b - e^a$

B.  $e^b + \frac{1}{e^a} + 2a > e^a + \frac{1}{e^b} + 2b$

C.  $a \sin b + b < b \sin a + a$

D.  $\sin b \cos a > \sin a$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y=3, \\ 2x+y \leq 6, \\ x \geq 1, \end{cases}$  则  $z = 3x + 2y$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

14. 已知直线  $l: x \cos \theta + y \sin \theta = 2$  与圆  $C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$  相切, 则满足条件的直线  $l$  的条数为 \_\_\_\_\_.

15. 已知函数  $f(x) = a^x + 3x + 1 (a > 0$  且  $a \neq 1)$ , 若曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线与直线  $x + 2y - 1 = 0$  垂直, 则函数  $f(x)$  在区间  $[-1, 2]$  上的最大值为 \_\_\_\_\_.

16. 在正三棱锥  $P-ABC$  中,  $AB = 6, PA = 4\sqrt{3}$ , 若球  $O$  与三棱锥  $P-ABC$  的六条棱均相切, 则球  $O$  的表面积为 \_\_\_\_\_.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1, a_2 = 2, a_n \geq 0$ , 且对  $\forall n \in \mathbf{N}^*$ ,  $a_n^2 + a_{n+2}^2 = 2a_{n+1}^2$  恒成立.

(1)求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2)令  $b_n = \frac{1}{a_{n+1}a_{n+2}(a_{n+1} + a_{n+2})}$ , 若数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 求证:  $S_n < 1$ .

18. (本小题满分 12 分)

2023 年春节期间的科幻电影《流浪地球 2》上映, 获得较好的评价, 也取得了很好的票房成绩. 某平台为了解观众对该影片的评价情况(评价结果仅有“好评”“差评”), 从平台所有参与评价的观众中随机抽取 400 人进行调查, 数据如下表所示(单位: 人):

	好评	差评	合计
男性		80	200
女性	90		
合计			400

(1)把  $2 \times 2$  列联表补充完整, 并判断是否有 99.5% 的把握认为“对该部影片的评价与性别有关”?

(2)从随机抽取的 400 人中所有给出“好评”的观众中采用按男女分层抽样的方法随机抽取 7 人参加平台和影片出品方组织的活动, 为了方便活动, 现从 7 人中随机选出 2 人作为正、副领队, 求所选出的正、副领队是一男一女的概率.

参考公式:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a + b + c + d$ .

参考数据:

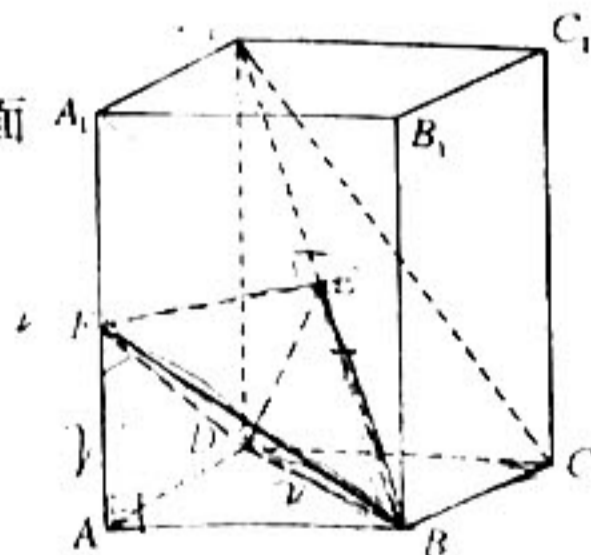
$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k_0$	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (本小题满分 12 分)

在直四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 四边形  $ABCD$  为平行四边形, 平面  $D_1BC \perp$  平面  $D_1BD$ .

(1)求证:  $BC \perp BD$ ;

(2)若  $AA_1 = 2BD = 2BC = 4$ ,  $E, F$  分别为  $BD_1, AA_1$  的中点, 求  $E$  到平面  $BDF$  的距离.



20. (本小题满分 12 分)

已知  $F$  为椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点,  $M$  为右顶点,  $N$  为上顶点, 离心率为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ , 直线  $l$  与  $C$  相切于点  $A$ , 与  $y$  轴相交于点  $B$  (异于点  $A$ ),  $|OA| = |OB|$  ( $O$  为坐标原点), 且  $\triangle OAB$  的面积为  $\sqrt{3}$ .

(1) 求  $\frac{|NF|}{|MN|}$ ;

(2) 求  $C$  的方程.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \ln x + ax^2$ .

(1) 若  $a = -\frac{1}{2}$ , 求  $f(x)$  的极值;

(2) 若  $f(x)$  在区间  $[1, e]$  上有两个零点, 求实数  $a$  的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + t^2, \\ y = 3t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴

为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\rho(\cos \theta - 2\sin \theta) - 3 = 0$ .

(1) 求  $C$  的普通方程和直线  $l$  的直角坐标方程;

(2) 已知点  $P(3, 0)$ ,  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 求  $\frac{|PA|}{|PB|} + \frac{|PB|}{|PA|}$  的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知  $a, b, c$  均为正数, 且  $2a + b + c = 1$ .

证明: (1) 若  $b = c$ , 则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 8$ ;

(2)  $2ab + 2ac + bc \leq \frac{1}{3}$ .

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯