

考生须知

1. 本试卷共 8 页，三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 请将条形码粘贴在答题卡相应位置处。
3. 试卷所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。请使用 2B 铅笔填涂，用黑色字迹签字笔或钢笔作答。
4. 考试结束后，请将试卷和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如果 $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$ ，那么 $\frac{x+y}{y}$ 的值是

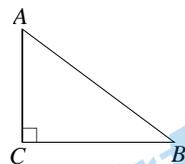
- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

2. 已知 $\odot O$ 的半径为 4，如果点 P 在 $\odot O$ 内，那么 OP 的长可能是

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果 $AC = 3$ ， $BC = 4$ ，那么 $\sin A$ 的值是

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

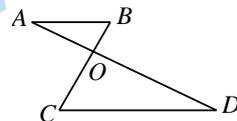


4. 如果将抛物线 $y = x^2$ 向上平移 3 个单位长度，得到新的抛物线的表达式是

- A. $y = (x+3)^2$ B. $y = (x-3)^2$ C. $y = x^2 + 3$ D. $y = x^2 - 3$

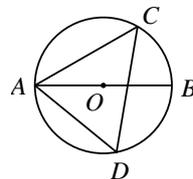
5. 如图， AD ， BC 相交于点 O ，且 $AB \parallel CD$ 。如果 $AO = CO = 2$ ， $BO = 1$ ，那么 OD 的值是

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6



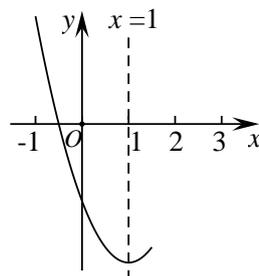
6. 如图，线段 AB 是 $\odot O$ 的直径，如果 $\angle CAB = 30^\circ$ ，那么 $\angle ADC$ 的度数是

- A. 45° B. 50° C. 55° D. 60°



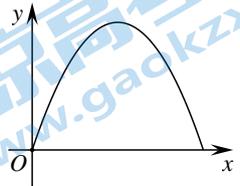
7. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，那么下列结论正确的是

- A. $ac < 0$
 B. $b = 2a$
 C. $b^2 - 4ac < 0$
 D. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的近似解为 $x_1 \approx -0.5$ ， $x_2 \approx 3.2$



8. 下面的四个选项中都有两个变量，其中变量 y 与变量 x 之间的函数关系可以用如图所示的图象表示的是

- A. 圆的面积 y 与它的半径 x ;
- B. 正方形的周长 y 与它的边长 x ;
- C. 用长度一定的铁丝围成一个矩形，矩形的面积 y 与一边长 x ;
- D. 小明从家骑车去学校，路程一定时，匀速骑行中所用时间 y 与平均速度 x ;



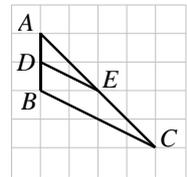
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 如果 $\tan \alpha = 1$ ，那么锐角 $\alpha =$ _____ 度.

10. 如果一个扇形的圆心角为 90° ，半径为 2，那么该扇形的面积为 _____（结果保留 π ）.

11. 在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象经过点 $A(1, y_1)$ ， $B(3, y_2)$ ，那么 y_1 与 y_2 的大小关系是 y_1 _____ y_2 （填“>”，“=”或“<”）.

12. 如图所示的网格是正方形网格， A, B, C, D, E 是网格线的交点，那么 $\triangle ADE$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积之比是 _____.

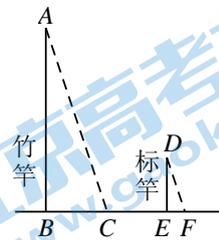


13. 写出一个二次函数，其图象满足：①开口向下；②当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而增大. 这个二次函数的表达式可以是 _____.

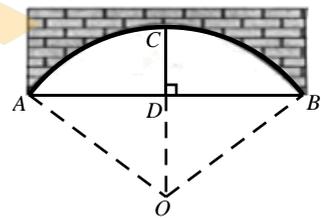
14. 《孙子算经》是中国古代重要的数学著作，其中有首歌谣：“今有竿不知其长，量得影长一百五十寸，立一标杆，长一十五寸，影长五寸，问竿长几何？”.

其意思是：“如图，有一根竹竿 AB 不知道有多长，量出它在太阳下的影子 BC 长 150 寸，同时立一根 15 寸的小标杆 DE ，它的影子 EF 长 5 寸，则竹竿 AB 的长为多少？”.

答：竹竿 AB 的长为 _____ 寸.



15. 石拱桥是中国传统桥梁四大基本形式之一，它的主桥拱是圆弧形. 如图，已知某公园石拱桥的跨度 $AB=16$ 米，拱高 $CD=4$ 米，那么桥拱所在圆的半径 $OA=$ _____ 米.



16. 如图 1，在等边 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 中点，点 P 为 AB 边上一动点，设 $AP=x$ ， $DP=y$ ，如果 y 与 x 的函数关系的图象如图 2 所示，那么 $AB=$ _____.

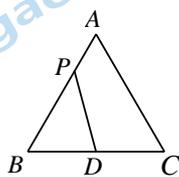


图 1

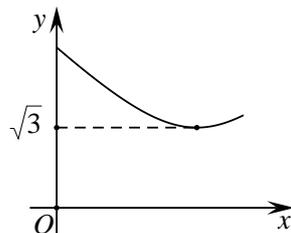


图 2

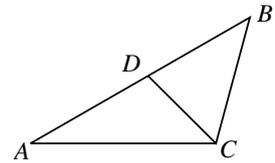
三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~26 题每小题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）

解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 计算： $(\pi+2)^0 + 4\cos 30^\circ - \sqrt{12} + |-2|$.

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 AB 上，连接 CD 。

请添加一个条件_____，使得 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ ，然后再加以证明。



19. 下面是小李设计的“作圆的内接等边三角形”的尺规作图过程。

已知：如图 1， $\odot O$ 。

求作：等边 $\triangle ABC$ ，使得等边 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ 。

作法：①如图 2，作半径 OM ；

②以 M 为圆心， OM 长为半径作弧，交 $\odot O$ 于点 A, B ，连接 AB ；

③以 B 为圆心， AB 长为半径作弧，交 $\odot O$ 于点 C ；

④连接 AC, BC 。

$\therefore \triangle ABC$ 就是所求作的等边三角形。

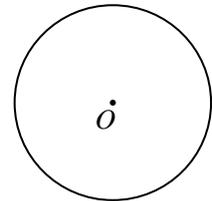


图 1

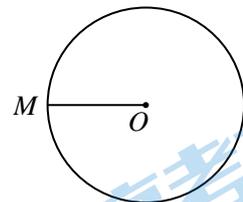


图 2

根据上述尺规作图的过程，回答以下问题：

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图 2（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明。

证明：连接 OA, OB, MA, MB 。

由作图可知 $MA=MB=OM=OA=OB$,

$\therefore \triangle OAM, \triangle OBM$ 是等边三角形。

$\therefore \angle AOM = \angle BOM =$ _____ $^\circ$ 。

$\therefore \angle AOB = 120^\circ$ 。

$\therefore \widehat{AB} = \widehat{AB}$,

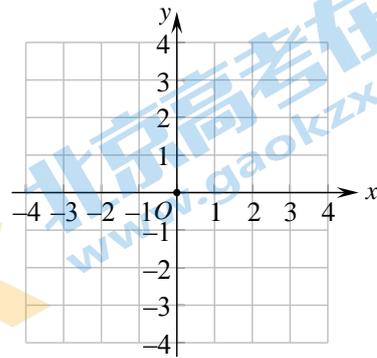
$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 60^\circ$ 。（_____）（填推理的依据）

$\therefore BC=BA$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形。

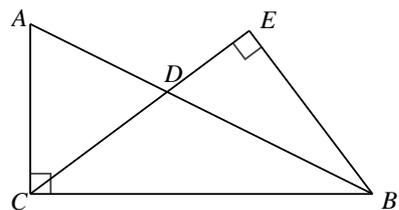
20. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$

- (1) 求此二次函数图象的顶点坐标;
- (2) 求此二次函数图象与 x 轴的交点坐标;
- (3) 当 $y < 0$ 时, 直接写出 x 的取值范围.



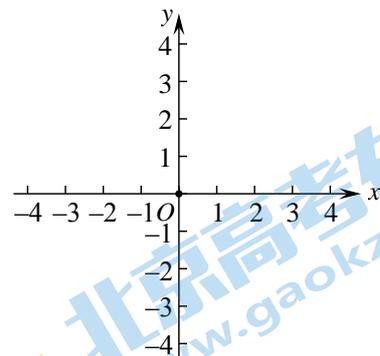
21. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在 AB 上, $CA = CD$, 过点 B 作 $BE \perp CD$, 交 CD 的延长线于点 E .

- (1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle DBE$;
- (2) 如果 $BC = 5$, $BE = 3$, 求 AC 的长.



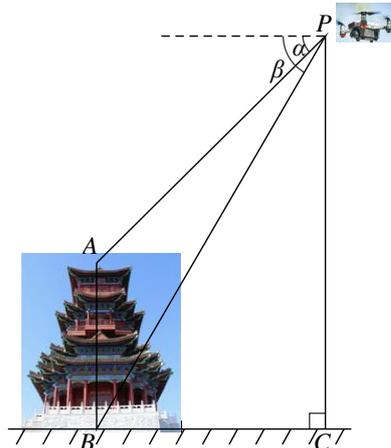
22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = k(x+2) - 1$ ($k > 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象的一个交点为 $A(-2, n)$.

- (1) 求反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的表达式;
- (2) 当 $x > 1$ 时, 对于 x 的每一个值, 一次函数 $y = k(x+2) - 1$ ($k > 0$) 的值大于反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的值, 直接写出 k 的取值范围.

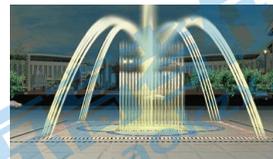


23. 定都阁位于门头沟潭柘寺镇的定都峰上, 与通州大运河遥相呼应, 形成“东有大运河, 西有定都阁”的一道新景观. 为测得定都阁的高度, 某校数学社团登上定都峰开展实践活动.

他们利用无人机在点 P 处测得定都阁顶端 A 的俯角 α 为 45° , 定都阁底端 B 的俯角 β 为 60° , 此时无人机到地面的垂直距离 PC 为 $46\sqrt{3}$ 米, 求定都阁的高 AB . (结果保留根号)



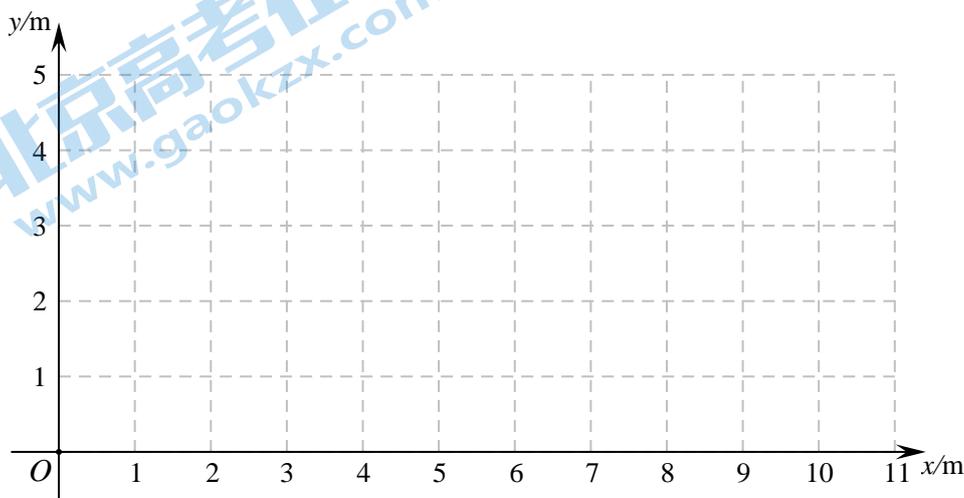
24. 某公园有一个小型喷泉，水柱从垂直于地面的喷水枪喷出，水柱落于地面的路径形状可以看作是抛物线的一部分. 记喷出的水柱距喷水枪的水平距离为 x (单位: m), 距地面的垂直高度为 y (单位: m), 现测得 x 与 y 的几组对应数据如下:



水平距离 x/m	0	1	2	3	4	5	6	...
垂直高度 y/m	0.7	1.6	2.3	2.8	3.1	3.2	3.1	...

请根据测得的数据, 解决以下问题:

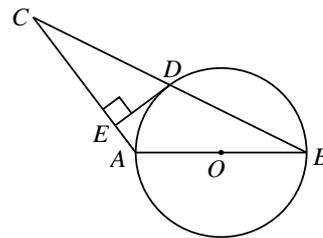
- (1) 在平面直角坐标系 xOy 中, 描出以表中各组对应数据为坐标的点, 并画出该函数的图象;



- (2) 结合表中所给数据或所画图象, 得出水柱最高点距离地面的垂直高度为_____m;
- (3) 求所画图象对应的二次函数表达式;
- (4) 公园准备在水柱下方的地面上竖直安装一根高 1.6m 的石柱, 使该喷水枪喷出的水柱恰好经过石柱顶端, 则石柱距喷水枪的水平距离为_____m. (注: 不考虑石柱粗细等其他因素)

25. 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 以 AB 为直径作 $\odot O$, 交 BC 于点 D , 过点 D 作 $DE \perp AC$, 垂足为 E .

- (1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 如果 $\tan B = \frac{1}{2}$, $DE = 1$, 求 AB 的长.

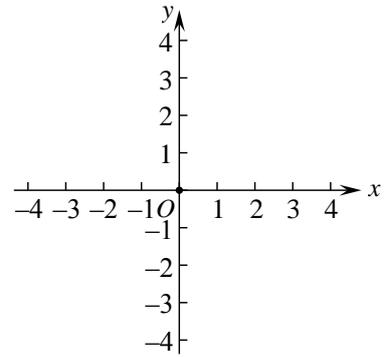


26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + 1$ ($a < 0$) 上,

其中 $x_1 < x_2$, 设抛物线的对称轴为 $x = t$.

(1) 当 $t = 1$ 时, 如果 $y_1 = y_2 = 1$, 直接写出 x_1, x_2 的值;

(2) 当 $x_1 = -1, x_2 = 3$ 时, 总有 $y_2 < y_1 < 1$, 求 t 的取值范围.



27. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在 BC 上, 连接 AD , 在直线 AC 右侧作 $AE \perp AD$, 且 $AE = AD$, 连接 BE 交 AC 于点 F .

(1) 如图 1, 当 $AC = BC$ 时,

- ① 依题意补全图 1, 猜想 $\angle ADC$ 与 $\angle CAE$ 之间的数量关系, 并证明;
- ② 用等式表示线段 BF, EF 的数量关系, 并证明.

(2) 如图 2, 当 $AC = mBC$ ($m > 0$) 时, 直接用含 m 的等式表示线段 BF, EF 的数量关系.

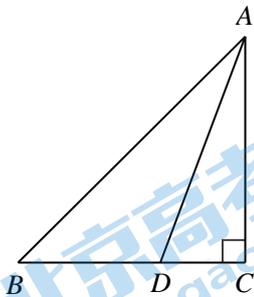


图 1

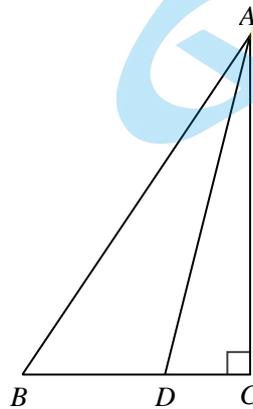


图 2

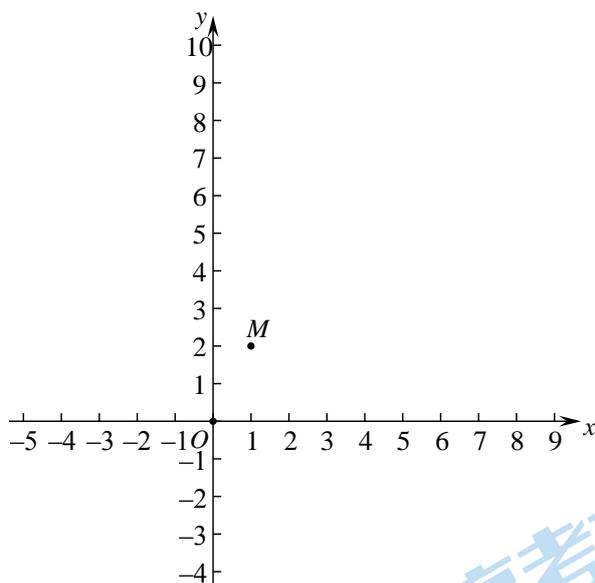
28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 $M(x_1, y_1)$, 给出如下定义: 当点 $N(x_2, y_2)$, 满足 $x_1 \cdot x_2 = y_1 \cdot y_2$ 时, 称点 N 是点 M 的等积点.

已知点 $M(1, 2)$.

(1) 在 $N_1(6, 3)$, $N_2(3, -1)$, $N_3(-4, -2)$ 中, 点 M 的等积点是_____;

(2) 如果点 M 的等积点 N 在双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 上, 求点 N 的坐标;

(3) 已知点 $P(6, 2)$, $Q(2, a)$, $\odot Q$ 的半径为 1, 连接 MP , 点 A 在线段 MP 上. 如果在 $\odot Q$ 上存在点 A 的等积点, 直接写出 a 的取值范围.



以下为草稿纸



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯