江淮十校2024届高三第二次联考

数学试题参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	B	D	D	B	B	C	A	C	BD	AC	ACD	BCD

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.

1. B 【解析】由条件可知 $z=\frac{1-i}{1+2i}=\frac{(1-i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=-\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i$，所以 $\bar{z}=-\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i$，故选B.

2. D 【解析】由已知得 $A=\{-1,0,1\}$，$B=\left\{\frac{1}{2},1,2\right\}$，则 $A\cap B=\{1\}$，故选D.

3. D 【解析】由条件知 $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$，所以 $\overrightarrow{GC}=-\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}=-\vec{a}-\vec{b}$，所以 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{GC}-\overrightarrow{GB}=-\vec{a}-\vec{b}-\vec{b}=-\vec{a}-2\vec{b}$，故选D.

4. B 【解析】由条件知 $m^2-5m+5=1$ 解得 $m=1$ 或 $m=4$，又函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，所以 $m=4$，$f(x)=x^2$，$g(x)=x^2-(2a-6)x$，其对称轴方程为 $x=a-3$，根据条件可知 $a-3\leqslant 1$，解得 $a\leqslant 4$，故选B.

5. B 【解析】设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，根据条件 $S_4=4a_2-4$ 得 $4a_1+6d=4(a_1+d)-4$，解得 $d=-2$，又 $S_5=65$，解得 $a_1=17$，于是 $a_n=17-2(n-1)=19-2n$，
显然 $a_9=1>0$，$a_{10}=-1<0$，所以 $S_{17}=17a_9>0$，$S_{18}=9(a_9+a_{10})=0$，当 $n\geqslant 19$ 时，$S_n<0$，故选B.

6. C 【解析】由条件可知 $\left(\sin\theta\cos\frac{\pi}{3}-\cos\theta\sin\frac{\pi}{3}\right)\cdot(-\sin\theta)=\cos^2\theta-\sin^2\theta$，
整理得 $\sin^2\theta+\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta-2\cos^2\theta=0$，因角 θ 为第二象限角，所以 $\cos\theta<0$，于是两边同除以 $\cos^2\theta$，得 $\tan^2\theta+\sqrt{3}\tan\theta-2=0$，因 $\tan\theta<0$，解得 $\tan\theta=\frac{-\sqrt{3}-\sqrt{11}}{2}$，故选C.

7. A 【解析】由已知条件得该四棱台的斜高为 $\frac{\sqrt{15}}{2}$，侧棱长为 $\sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=2$，根据 $CD=2C_1D_1$ 得 $OB=B_1D_1$，又 $OB/\!/B_1D_1$，所以四边形 OBB_1D_1 是平行四边形，于是 $BB_1/\!/OD_1$，$OD_1=OC_1=2$，所以 $\angle C_1OD_1$（或其补角）是异面直线 OC_1 与 BB_1 所成的角，根据余弦定理可知 $\cos\angle C_1OD_1=\frac{OC_1^2+OD_1^2-C_1D_1^2}{2\times OC_1\times OD_1}=\frac{4+4-1}{8}=\frac{7}{8}$，故选A.

8. C 【解析】作出函数 $f(x)$ 的大致图象，可知 $0<a<1$，$x_1<0<x_2<1<x_3<2<x_4$，
于是 $1-2^{x_1}=2^{x_2}-1$，所以 $2^{x_1}+2^{x_2}=2$，$-\log_3(x_3-1)=\log_3(x_4-1)$，即 $\log_3(x_3-1)+\log_3(x_4-1)=0$，
所以 $(x_3-1)(x_4-1)=1$，于是 $(2^{x_1}+2^{x_2})a+\frac{1}{(x_3-1)(x_4-1)a}=2a+\frac{1}{a}\in[2\sqrt{2},+\infty)$，故选C.

二、多项选择题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

9. BD 【解析】由条件知 $x>y$，又 $x,y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，所以B，D正确.

10. AC 【解析】根据条件作出图形得到A正确，B错误，C正确，平面 D_1EF 与棱 BC 的交点是棱 BC 的一个三等分点，D错误. 故选AC.

11. ACD 【解析】由条件可知$f(x)=\sin\left[2\omega\left(x+\frac{\pi}{6\omega}\right)\right]=\sin\left(2\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$,由$2\omega x+\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}$,解得$x=\frac{k\pi}{2\omega}+\frac{\pi}{12\omega}(k\in\mathbf{Z})$,于是$\pi<\frac{k\pi}{2\omega}+\frac{\pi}{12\omega}<2\pi$,解得$\frac{k}{4}+\frac{1}{24}<\omega<\frac{k}{2}+\frac{1}{12}$,因$0<\omega<1$,所以当$k=0$时,$\frac{1}{24}<\omega<\frac{1}{12}$;当$k=1$时,$\frac{7}{24}<\omega<\frac{7}{12}$;当$k=2$时,$\frac{13}{24}<\omega<1$. 故选 ACD.

12. BCD 【解析】由条件知$a_1=S_1=-2,a_2=3$,当n为奇数且$n\geqslant3$时,$a_n=S_n-S_{n-1}=-\frac{n+3}{2}-\frac{n-1}{2}=-n-1$,$a_1$也符合,所以当$n$为奇数时,$a_n=-n-1$,B 正确;当$n$为偶数时,$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{n}{2}-\left(-\frac{n-1+3}{2}\right)=n+1$,A 错误,C 正确;于是$a_na_{n+1}=-(n+1)(n+2)$,$\frac{1}{a_na_{n+1}}=-\frac{1}{(n+1)(n+2)}=-\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$,所以数列$\left\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$的前$n$项和为$-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{n+2}=-\frac{n}{2(n+2)}$,D 正确.

三、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13.【答案】$-\frac{\sqrt{5}}{4}$

【解析】由已知得$|\vec{a}|=\sqrt{5}$,由$\vec{a}\perp(\vec{a}+2\vec{b})$得$\vec{a}\cdot(\vec{a}+2\vec{b})=\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}=0$,所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=-\frac{5}{2}$,于是

$\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{-\frac{5}{2}}{2\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{5}}{4}$.

14.【答案】6

【解析】由$2a+b=2$知$2(a+1)+b=4$,

所以$\frac{a+2b+1}{a+1}+\frac{4}{b}=1+\frac{2b}{a+1}+\frac{2(a+1)+b}{b}=2+\frac{2b}{a+1}+\frac{2(a+1)}{b}\geqslant2+2\sqrt{\frac{2b}{a+1}\cdot\frac{2(a+1)}{b}}=6$,当且仅当$a=\frac{1}{3},b=\frac{4}{3}$时等号成立,最小值为 6.

15.【答案】$\frac{80\pi}{3}$

【解析】作$DE\perp AB$于点E,则根据条件可得$AE=1,DE=3$,设四边形$ABCD$的外接圆半径大小为r,圆心到AB的距离为d,则$r^2=2^2+d^2=1^2+(3-d)^2$,解得$d=1,r=\sqrt{5}$,根据侧棱PA与底面$ABCD$所成角的大小为$\frac{\pi}{3}$知点P到平面$ABCD$的距离为$\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{15}$. 设球$O$的半径为$R$,则$R^2=(\sqrt{15}-R)^2+(\sqrt{5})^2$,解得$R=\frac{2\sqrt{15}}{3}$,所以球$O$的表面积为$4\pi R^2=4\pi\times\left(\frac{2\sqrt{15}}{3}\right)^2=\frac{80\pi}{3}$.

16.【答案】6

【解析】对所给不等式两边同时取自然对数,则 $(2n-1)\ln(1+\log_2 2023)>\log_2 2023\cdot\ln(2n)$,于是 $\dfrac{\ln(1+\log_2 2023)}{\log_2 2023}>\dfrac{\ln(2n)}{2n-1}$.

构造函数 $f(x)=\dfrac{\ln(1+x)}{x}$,$(x\geqslant 1)$,求导得 $f'(x)=\dfrac{\dfrac{x}{1+x}-\ln(1+x)}{x^2}$,

令 $g(x)=\dfrac{x}{1+x}-\ln(1+x)$,$(x\geqslant 1)$,求导得 $g'(x)=\dfrac{1}{(1+x)^2}-\dfrac{1}{1+x}=-\dfrac{x}{(1+x)^2}<0$,

所以函数 $g(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递减,则 $g(x)\leqslant g(1)=\dfrac{1}{2}-\ln 2<0$,所以 $f'(x)<0$,于是函数 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递减,所以 $2n-1>\log_2 2023$,解得 $n>\dfrac{1+\log_2 2023}{2}$,

又 $1024<2023<2048$,所以 $10<\log_2 2023<11$,于是 $\dfrac{11}{2}<\dfrac{1+\log_2 2023}{2}<6$,又 n 是正整数,所以 n 的最小值等于 6.

四、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.

17.(本小题满分 10 分)

解:因 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\cos^2 x=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x+1=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)+1$, ………… 2 分

所以 $B=[-1,3]$, ………… 3 分

(1)当 $a=2$ 时,$x^2+2x-3\leqslant 0$,解得 $-3\leqslant x\leqslant 1$,所以 $A=[-3,1]$, ………… 4 分

于是 $A\cup B=[-3,3]$. ………… 5 分

(2)由条件知集合 A 是集合 B 的真子集, ………… 6 分

又 $A=\left[-\dfrac{3}{2}a,\dfrac{1}{2}a\right]$, ………… 7 分

所以 $\begin{cases}\dfrac{1}{2}a\leqslant 3\\ -\dfrac{3}{2}a\geqslant -1\end{cases}$ 且两等号不能同时成立,解得 $a\leqslant\dfrac{2}{3}$, ………… 9 分

又 $a>0$,所以正数 a 的取值范围为 $\left(0,\dfrac{2}{3}\right]$. ………… 10 分

18.(本小题满分 12 分)

解:(1)由条件可知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,由 $y=f(x)$ 是奇函数知 $f(0)=0$,

即 $\dfrac{m-2}{1+n}=0$,解得 $m=2$, ………… 1 分

所以 $f(x)=\dfrac{2^{x+1}-2}{2^x+n}=\dfrac{2(2^x-1)}{2^x+n}$,

又 $f(-x)=\dfrac{2(2^{-x}-1)}{2^{-x}+n}=\dfrac{2(1-2^x)}{1+n\cdot 2^x}=-\dfrac{2(2^x-1)}{n\cdot 2^x+1}=-f(x)=-\dfrac{2(2^x-1)}{2^x+n}$,

于是 $n\cdot 2^x+1=2^x+n$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，

即 $(n-1)(2^x-1)=0$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，解得 $n=1$， …………………………… 3 分

所以 $f(x)=\dfrac{2^{x+1}-2}{2^x+1}$，

又 $f(x)=\dfrac{2^{x+1}-2}{2^x+1}=\dfrac{2(2^x-1)}{2^x+1}=\dfrac{2(2^x+1-2)}{2^x+1}=2-\dfrac{4}{2^x+1}$，

因 2^x+1 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，且 $2^x+1>0$，所以$\dfrac{4}{2^x+1}$在 $\mathbf{R}$ 上单调递减，$-\dfrac{4}{2^x+1}$在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，于是函数 $y=f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增. …………………………… 6 分

(2)由(1)知当 $x\in[-1,2]$ 时，函数 $y=f(x)$ 的值域为 $\left[-\dfrac{2}{3},\dfrac{6}{5}\right]$ …………………………… 7 分

又根据条件得 $g(x)=a(x-2)^2-3$ 且 $a>0$，

当 $x\in\left[\dfrac{1}{2},8\right]$ 时，$\log_2 x\in[-1,3]$，则函数 $g(\log_2 x)$ 的值域为 $[-3,9a-3]$， …………………………… 9 分

于是 $\left[-\dfrac{2}{3},\dfrac{6}{5}\right]\subseteq[-3,9a-3]$，所以 $9a-3\geqslant\dfrac{6}{5}$，解得 $a\geqslant\dfrac{7}{15}$， …………………………… 11 分

因此实数 a 的取值范围为 $\left[\dfrac{7}{15},+\infty\right)$. …………………………… 12 分

19. (本小题满分 12 分)

解：(1)延长 AO 交外接圆于点 D，

则 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AD}|\cdot\cos\angle BAD=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2=\dfrac{1}{2}c^2=8$，所以 $c=4$， ………… 2 分

由 $\sqrt{3}\left(\dfrac{1}{\tan A}+\dfrac{1}{\tan B}\right)=\dfrac{8}{b}$ 得 $\sqrt{3}\left(\dfrac{\cos A}{\sin A}+\dfrac{\cos B}{\sin B}\right)=\sqrt{3}\times\dfrac{\sin B\cos A+\cos B\sin A}{\sin A\sin B}=\dfrac{\sqrt{3}\sin C}{\sin A\sin B}=\dfrac{\sqrt{3}c}{b\sin A}=\dfrac{8}{b}=\dfrac{2c}{b}$，

解得 $\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$， …………………………… 4 分

因 $A\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$， …………………………… 5 分

(2)在 $\triangle ABC$ 中，由正弦定理得 $\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$，

于是 $b=\dfrac{4\sin B}{\sin C}=\dfrac{4\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}-C\right)}{\sin C}=\dfrac{4\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos C+\dfrac{1}{2}\sin C\right)}{\sin C}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\tan C}+2$， …………………………… 8 分

因 $C\in\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{3}\right]$，所以 $\tan C\in[1,\sqrt{3}]$，于是 $b\in[4,2\sqrt{3}+2]$， …………………………… 10 分

所以边长 b 的最大值为 $2\sqrt{3}+2$，最小值为 4. …………………………… 12 分

20. (本小题满分 12 分)

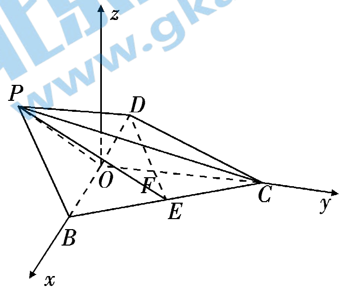
解：(1)连 PE，由条件知点 F 是 $\triangle BCD$ 的重心，则 $\dfrac{EF}{DF}=\dfrac{1}{2}$， …………………………… 1 分

又 $PG=\dfrac{1}{2}GD$，所以 $\dfrac{EF}{DF}=\dfrac{PG}{DG}=\dfrac{1}{2}$，于是 $FG/\!/PE$. …………………………… 2 分

因 $FG\not\subset$ 平面 PBC，$PE\subset$ 平面 PBC，

所以 $FG/\!/$ 平面 PBC. …………………………… 4 分

(2)设 $BD\cap CF=O$，以点 O 为原点，以 OB 所在直线为 x 轴，以 OC 所在直线为 y 轴建立空间坐标系，如图所示，因 $PO\perp BD$，$CO\perp BD$，则 $\angle POC$ 为二面角 $P-BD-C$ 的平面角，……………………………………………… 5 分



于是 $\angle POC=\frac{2\pi}{3}$，因 $BC=4$，$\angle BAD=\frac{\pi}{3}$，所以 $OP=OC=2\sqrt{3}$，

所以 $P(0,-\sqrt{3},3)$，$B(2,0,0)$，$C(0,2\sqrt{3},0)$，$E(1,\sqrt{3},0)$，$D(-2,0,0)$，

于是 $\overrightarrow{DP}=(2,-\sqrt{3},3)$，$\overrightarrow{DE}=(3,\sqrt{3},0)$，…………………………………… 7 分

设平面 PDE 的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{DP}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{DE}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}2x-\sqrt{3}y+3z=0\\ 3x+\sqrt{3}y=0\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}y=-\sqrt{3}x\\ z=-\frac{5}{3}x\end{cases}$，不妨取 $x=3$，则 $\vec{m}=(3,-3\sqrt{3},-5)$ ……………………………………… 9 分

又平面 CDE 的法向量为 $\vec{n}=(0,0,1)$ ……………………………………………………………… 10 分

则 $\cos\langle\vec{m}\cdot\vec{n}\rangle=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{-5}{\sqrt{61}}$，…………………………………………………………………… 11 分

所以二面角 $P-DE-C$ 大小的正弦值为 $\sqrt{1-\left(\frac{-5}{\sqrt{61}}\right)^2}=\frac{6\sqrt{61}}{61}$. ……………………………………………… 12 分

21.（本小题满分 12 分）

解：(1)由 $na_{n+1}^2-2(n+1)a_n^2=\sqrt{n(n+1)}\,a_{n+1}a_n$ 得 $na_{n+1}^2-2(n+1)a_n^2-\sqrt{n(n+1)}\,a_{n+1}a_n=0$，

两边同除以 $n(n+1)$，得 $\frac{a_{n+1}^2}{n+1}-\frac{a_{n+1}a_n}{\sqrt{n(n+1)}}-\frac{2a_n^2}{n}=0$，……………………………………………………… 2 分

即 $\left(\frac{a_{n+1}}{\sqrt{n+1}}\right)^2-\frac{a_{n+1}a_n}{\sqrt{n(n+1)}}-2\left(\frac{a_n}{\sqrt{n}}\right)^2=0$，

于是 $\left(\frac{a_{n+1}}{\sqrt{n+1}}+\frac{a_n}{\sqrt{n}}\right)\left(\frac{a_{n+1}}{\sqrt{n+1}}-\frac{2a_n}{\sqrt{n}}\right)=0$，…………………………………………………………………… 3 分

因 $a_n>0$，所以 $\frac{a_{n+1}}{\sqrt{n+1}}+\frac{a_n}{\sqrt{n}}>0$，因此 $\frac{a_{n+1}}{\sqrt{n+1}}-\frac{2a_n}{\sqrt{n}}=0$ 即 $\frac{a_{n+1}}{\sqrt{n+1}}=\frac{2a_n}{\sqrt{n}}$，……………………………… 5 分

又 $\frac{a_1}{\sqrt{1}}=1\neq 0$，所以数列 $\left\{\frac{a_n}{\sqrt{n}}\right\}$ 是首项为 1，公比为 2 的等比数列. …………………………………… 6 分

(2)由(1)知 $\frac{a_n}{\sqrt{n}}=1\times 2^{n-1}=2^{n-1}$，所以 $a_n=\sqrt{n}\cdot 2^{n-1}$，……………………………………………… 7 分

于是 $b_n=a_n^2=n\cdot 4^{n-1}$，…………………………………………………………………………………… 8 分

所以 $S_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{n-1}+b_n=1\times 4^0+2\times 4+3\times 4^2+\cdots+(n-1)\times 4^{n-2}+n\cdot 4^{n-1}$，

$4S_n=1\times 4^1+2\times 4^2+3\times 4^3+\cdots+(n-1)\times 4^{n-1}+n\cdot 4^n$，

上述两式相减得 $-3S_n=1+4^1+4^2+4^3+\cdots+4^{n-1}-n\cdot 4^n=\frac{1-4^n}{1-4}-n\cdot 4^n=\frac{4^n-1}{3}-n\cdot 4^n$，……… 10 分

所以 $S_n=\frac{(3n-1)4^n+1}{9}$. …………………………………………………………………………… 12 分

22.（本小题满分 12 分）

解：(1) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

对其求导得 $f'(x)=\dfrac{\left(\dfrac{1}{x}-a\right)x-(\ln x-ax+1)}{x^2}=-\dfrac{\ln x}{x^2}$，…………………… 2 分

当 $x\in(0,1)$ 时，$f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 单调递增；…………………… 3 分

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 单调递减. …………………… 4 分

所以函数 $f(x)$ 的最大值为 $f(1)=-a+1\leqslant 2$，解得 $a\geqslant -1$，

因此实数 a 的取值范围是 $[-1,+\infty)$. …………………… 5 分

(2) 由题意可知 $\begin{cases}\ln x_1+1=ax_1\\ \ln x_2+1=ax_2\end{cases}$，

所以 $a=\dfrac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{\ln x_1+\ln x_2+2}{x_1+x_2}$ (*) …………………… 6 分

因 $3x_1<x_2$，令 $t=\dfrac{x_2}{x_1}$，则 $t>3$

于是由 (*) 式可得 $\ln(x_1x_2)+2=\dfrac{(x_2+x_1)\ln\dfrac{x_2}{x_1}}{x_2-x_1}=\dfrac{(t+1)\ln t}{t-1}$，…………………… 7 分

构造函数 $g(t)=\dfrac{(t+1)\ln t}{t-1}$，$t>3$，

对其求导得 $g'(t)=\dfrac{\left(\ln t+\dfrac{t+1}{t}\right)(t-1)-(t+1)\ln t}{(t-1)^2}=\dfrac{t-\dfrac{1}{t}-2\ln t}{(t-1)^2}$，…………………… 8 分

令 $h(t)=t-\dfrac{1}{t}-2\ln t$，$t>3$，

对其求导得 $h'(t)=1+\dfrac{1}{t^2}-\dfrac{2}{t}=\dfrac{(t-1)^2}{t^2}>0$

所以函数 $h(t)$ 在 $(3,+\infty)$ 上单调递增，所以 $h(t)>h(3)=3-\dfrac{1}{3}-2\ln 3>0$，…………………… 9 分

于是 $g'(t)>0$，函数 $g(t)$ 在 $(3,+\infty)$ 上单调递增，所以 $g(t)>g(3)=2\ln 3$，…………………… 10 分

因此 $\ln(x_1x_2)+2>2\ln 3$，$x_1x_2>\dfrac{9}{e^2}$，…………………… 11 分

于是 $x_1+x_2>2\sqrt{x_1x_2}>\dfrac{6}{e}$，得证. …………………… 12 分