达州市普通高中 2023 届第二次诊断性测试

数学试题（文科）

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷无效.

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|-1<x<4\}$，$B=\{x\,|\,x^2-5x+4\leqslant 0\}$，则 $A\cup B=$

A. $[-1,4]$　　B. $(-1,4]$　　C. $(-1,4)$　　D. $[-1,4)$

2. 复数 $z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$，则 $\frac{1}{z}=$

A. $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$　　B. $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$　　C. $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$　　D. $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

3. 先将函数 $f(x)=\sin x-1$ 图象上所有的点向下平移一个单位长度，然后将图象上点的纵坐标不变，横坐标变为原来的 2 倍，得到 $g(x)$ 的图象，则 $g(x)=$

A. $\sin\frac{1}{2}x-2$　　B. $\sin\frac{1}{2}x$　　C. $\sin 2x-2$　　D. $\sin 2x$

4. 命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$2^x+x^2-x+1>0$，则 $\neg p$ 为

A. $\forall x\in\mathbf{R}$，$2^x+x^2-x+1>0\leqslant 0$　　B. $\forall x\in\mathbf{R}$，$2^x+x^2-x+1<0$

C. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$2^{x_0}+x_0^2-x_0+1<0$　　D. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$2^{x_0}+x_0^2-x_0+1\leqslant 0$

5. 设 F_1，F_2 是双曲线 C：$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点，过 F_2 的直线与 C 的右支交于 P，Q 两点，则 $|F_1P|+|F_1Q|-|PQ|=$

A. 5　　B. 6　　C. 8　　D. 12

6. 已知 $a=2^{-\frac{1}{3}}$，$b=\log_{0.2}3$，$c=\tan\frac{3\pi}{8}$，则

A. $c<b<a$　　B. $a<b<c$　　C. $b<a<c$　　D. $b<c<a$

7. 果树的负载量，是影响果树产量和质量的重要因素. 苹果树结果期的负载量 y（单位：kg）与干周 x（树干横截面周长，单位：cm）可用模型 $y=b_0+b_1x^2-b_2x^3$ 模拟，其中 b_0，b_1，b_2 均是常数. 则下列最符合实际情况的是

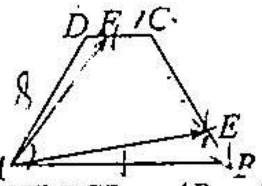
A. $b_2=0$时，y是偶函数

B. 模型函数的图象是中心对称图形

C. 若b_1，b_2均是正数，则y有最大值

D. 苹果树负载量的最小值是b_0

8. 如图，在等腰梯形$ABCD$中，$AB // DC$，$AD=8$，$DC=3$，$\angle BAD=\frac{\pi}{3}$，$\overrightarrow{CE}=3\overrightarrow{EB}$，$\overrightarrow{CF}=2\overrightarrow{FD}$．则$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=$



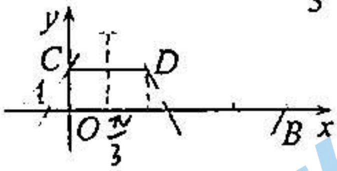
A. 62　　B. 38

C. $\frac{152}{3}$　　D. $\frac{178}{3}$

9. 三棱锥$A-BCD$的所有顶点都在球O的表面上，平面$ABD\perp$平面BCD，$AB=AD=\sqrt{6}$，$AB\perp AD$，$\angle BDC=2\angle DBC=60^\circ$，则球$O$的体积为

A. $4\sqrt{3}\pi$　　B. $\frac{32\pi}{3}$　　C. $\frac{49\pi}{3}$　　D. $32\sqrt{3}\pi$

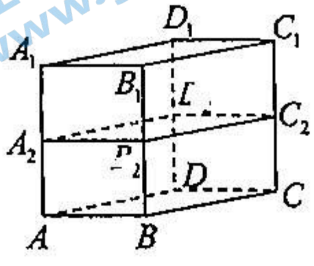
10. 函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,\ |\varphi|<\frac{\pi}{2})$的部分图象如图，$A$，$B$，$C$是曲线$y=f(x)$与坐标轴的交点，过点$C$的直线$y=1$与曲线$y=f(x)$的另一交点为$D$．若$|CD|=\frac{2\pi}{3}$，则$|AB|=$



A. π　　B. 2π

C. $\frac{3\pi}{2}$　　D. $\frac{8\pi}{3}$

11. 在中国唐、宋时期的单檐建筑中存在较多的$\sqrt{2}:1$的比例关系，常用的A4纸的长宽比无限接近$\sqrt{2}:1$．把长宽比为$\sqrt{2}:1$的矩形称做和美矩形．如图，$ABCD-A_1B_1C_1D_1$是长方体，$AB=\sqrt{2}$，$AD=AA_1=2$，A_2，B_2，C_2，D_2分别是棱AA_1，BB_1，CC_1，DD_1的中点．把图中所有的矩形按是否为和美矩形分成两类，再用分层抽样的方法在这两类矩形中共抽取5个，抽得的矩形中和美矩形的个数是



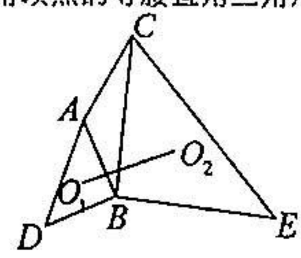
A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

12. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=3$，$\angle ABC=\frac{\pi}{6}$，$\sin\angle BAC=2\sin\angle ACB$，平面$ABC$内的点$D$，$E$在直线$AB$两侧，$\triangle ABD$与$\triangle BCE$都是以$B$为直角顶点的等腰直角三角形，$O_1$，$O_2$分别是$\triangle ABD$，$\triangle BCE$的重心．则$O_1O_2=$



A. $\sqrt{14}$

B. $2\sqrt{3}$

C. 5

D. 4

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若实数 x，y 满足 $\begin{cases}2x-y+2\leqslant 0,\\ x+y+1\geqslant 0,\\ x-2y+4\geqslant 0\end{cases}$，则 $x-y$ 的最大值为________.

14. 若 $\exists x\in[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$，$2\sin x+\frac{1}{\sin x}-m\leqslant 0$，则实数 m 的取值范围是________.

15. $F(2,0)$ 是离心率为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 的椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的一个焦点，直线 $y=\sqrt{3}x$ 交 C 于点 A，B，则 $\triangle ABF$ 内切圆面积为________.

16. 函数 $y=2\sin\omega x+2\sqrt{5}\cos^2\frac{\omega x}{2}-\sqrt{5}(\omega>0)$ 在区间 $[0,\ m]$ 上的值域为 $[\sqrt{5},3]$，则 $\sin m\omega$ 的取值范围为________.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17.（12 分）

已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和，$S_n=\frac{1}{4}n^2+\frac{5}{4}n$．

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)设 $b_n=2^{a_{2n}}$，记 T_n，T_n' 分别为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和与前 n 项积，求 T_n+T_n'．

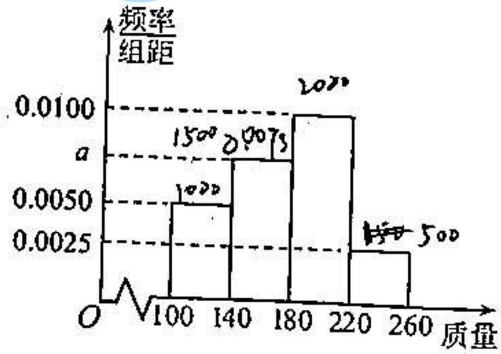
18.（12 分）

村民甲、乙、丙、丁把自己不宜种粮的承包土地流转给村经济合作社，甲、乙、丙、丁分别获得所有流转土地年总利润 7%，7%，10%，6% 的流转收益．该土地全部种植了苹果树，2022 年所产苹果在电商平台销售并售完，所售苹果单个质量（单位：g，下同）在区间 [100, 260] 上，苹果分装在 A，B，C，D 4 种不同的箱子里，共 5000 箱，装箱情况如下表．把这 5000 箱苹果按单个质量所在区间以箱为单位得到的频率分布直方图如下图．

苹果箱种类	A	B	C	D
每箱利润（元）	40	50	60	70
苹果单个质量区间	[100，140)	[140，180)	[180，220)	[220，260]

(1)根据频率分布直方图，求 a 和甲、乙、丙、丁 2022 年所获土地流转收益（单位：万元）；

(2)在甲、乙、丙、丁中随机抽取 2 户，求这 2 户中恰有 1 户 2022 年土地流转收益超过 2 万元的概率．

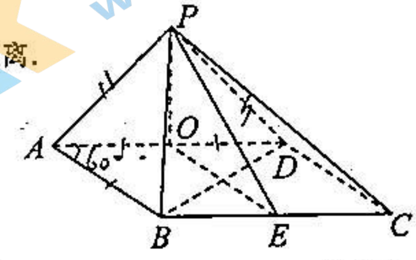


19．(12 分)

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是平行四边形，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，$\angle BAD=60^\circ$，$AD=2AB$，$PA=PD$．O，E 分别是 AD，BC 中点．

(1)证明：$BD\perp$ 平面 POE；

(2) $AB=2$，$PA=2\sqrt{2}$，求点 E 到平面 PCD 的距离．



20．(12 分)

过抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$ 上一点 $M(x_0,\ y_0)(y_0>0)$ 作 C 的切线，交 C 的准线于点 $P(-\frac{1}{4},\ \frac{3}{8})$．

(1)求点 M 的坐标；

(2) A，B 是 C 上与 M 不重合的两点，$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$，$O$ 为原点，当点 O 到直线 AB 距离最大时，求直线 AB 的方程．

21．(12 分)

已知函数 $f(x)=\ln x+mx+\dfrac{e}{2x}(m<0)$．

(1)若曲线 $y=f(x)$ 在 $(x_0,\ f(x_0))$ 处的切线过点 $(0,1)$，求 x_0 的值；

(2)若 $f(x)$ 在 $(0,\frac{3}{2}e)$ 内有两个不同极值点 x_1，x_2．

证明：$f(x_1)+f(x_2)+\dfrac{1}{me^2}>2-\dfrac{2}{e}$．

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．

22．[选修 4-4：坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，以原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sin\alpha+\sqrt{2}\cos\alpha,\\ y=\sin\alpha-\sqrt{2}\cos\alpha\end{cases}$ (α 为参数)．

(1)写出 C 的普通方程和极坐标方程；

(2)设直线 $\theta=\beta(\rho\in\mathbf{R})$ 与 C 交于点 A，B，求 $|AB|$ 的最大值．

23．[选修 4-5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|\frac{1}{2}x-1|$，$g(x)=|x-m|+m$，$\forall x\in\mathbf{R}$，$f(x)\leqslant g(x)$．

(1)求实数 m 的取值范围；

(2)当 m 取最小值时，证明：$f(x)+g(x)\geqslant\frac{1}{2}x+1$．

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。