

2021 北京十一学校高一（上）期中

数 学

(2021.11)

(考试时间 120 分钟 满分 100 分)

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A = \{x | y = x^2, 0 \leq x \leq 1\}$, $B = \{y | y = x^2, 0 \leq x \leq 1\}$, 那么集合 A 与集合 B 的关系是 ()

- A. $A \in B$ B. $A \cup B$ C. $A = B$ D. $A \cap B = \emptyset$

2. 已知命题 p : “ $\forall a \geq 0$, 都有 $x^2 + 2ax + a^2 \geq 0$ ”, 则命题 p 的否定是 ()

- A. $\exists a \geq 0$, 使得 $x^2 + 2ax + a^2 \leq 0$ B. $\forall a \geq 0$, 使得 $x^2 + 2ax + a^2 < 0$
C. $\exists a \geq 0$, 使得 $x^2 + 2ax + a^2 < 0$ D. $\forall a < 0$, 使得 $x^2 + 2ax + a^2 \leq 0$

3. 下列四个函数中, 既是偶函数, 又在 $(0, +\infty)$ 上单调递减的是 ()

- A. $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ B. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ C. $y = \frac{1}{x - 1}$ D. $y = \frac{1}{x + 1}$

4. 已知 $a > b > c$, 且 a 、 b 、 c 均不为 0, 则下列不等式一定成立的是 ()

- A. $-\frac{c}{a} < -\frac{c}{b}$ B. $-\frac{a}{c} < -\frac{b}{c}$ C. $-\frac{c^2}{a} < -\frac{c^2}{b}$ D. $-\frac{a}{c^2} < -\frac{b}{c^2}$

5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} f(x-1)+2 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ f(x+2)+2 & x < 0 \end{cases}$, 则 $f(-3) =$ ()

- A. 0 B. 2 C. 4 D. 6

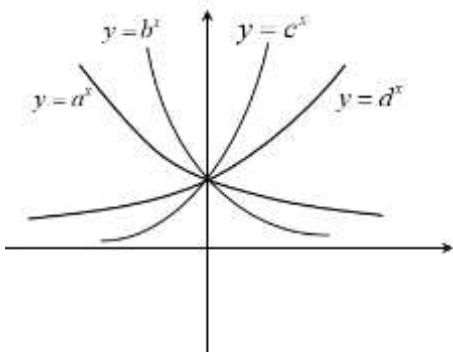
6. 下列函数中与 $f(x) = x$ 表示的是同一函数的是 ()

- A. $f(x) = \sqrt[3]{x^3}$ B. $f(x) = (\frac{1}{x})^{-1}$
C. $f(x) = (\sqrt{x})^2$ D. $f(x) = \sqrt{x^2}$

7. 已知函数 $f(x) = x^2 + ax + 1$, 则“函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上有零点”是“ $f(1) \cdot f(0) < 0$ ”的 () 条件

- A.充分而不必要 B.必要而不充分 C.充要条件 D.即不充分也不必要

8.已知函数 $y = a^x$ 、 $y = b^x$ 、 $y = c^x$ 、 $y = d^x$ 的大致图像如下图所示，则下列不等式一定成立的是 ()



- A. $b+d > a+c$ B. $b+d < a+c$ C. $a+d > b+c$ D. $a+d < b+c$

9.设奇函数 $f(x)$ 的定义域为 R ，当 $x \in (0, +\infty)$ 时， $f(x)$ 是增函数，且 $f(1) = 0$ ，则不等式 $xf(x) \geq 0$ 的解集是 ()

- A. $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$ B. $(-\infty, -1] \cup [0, 1]$
 C. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ D. 以上结果都不对

10.已知定义在 R 上的函数 $f(x) = [x] + m$ ，其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数， $m \in R$ ，给出下列四种说法：

- ① $\exists m \in R$ ，使得 $f(x)$ 是一个增函数；
 ② $\exists m \in R$ ，使得 $f(x)$ 是一个奇函数；
 ③ $\exists m \in R$ ，使得 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上有唯一零点。

其中，正确的说法个数是

- A.0 B.1 C.2 D.3

二、填空题：共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。

11.已知函数 $f(x) = ax^3 - bx + 1$ ，若 $f(2) = 5$ ，则 $f(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12.函数 $y = \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13.设集合 $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid 0 \leq x < 6\}$ ， $B = \{x \mid x \leq 1\}$ 则 $\complement_{A \cup B}(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 已知 $a \in \mathbb{Z}$, 函数 $f(x) = x^3 + x + 9$ 的零点在区间 $(a, a+1)$ 中, 则 a 的值是 _____.

15. 已知方程 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 的两根为 x_1 和 x_2 , 则 $x_1^3 + x_2^3 =$ _____.

16. 已知函数 $f(x)$ 为定义在 \mathbb{R} 上的奇函数, 若 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 + 2$, 则 $f(x) =$ _____.

17. 已知在十一食堂, 一碗面的成本为 5 元, 售价为 x 元, 每天可以卖出 w 碗, 经过长期研究发现, 二者之间存在函数关系 $w = 150 - 5x$, 若要在食堂卖面的利润最高, 则一碗面的售价应该定为 _____.

18. 已知函数 $f(x-1) = x^2 + 2x + 2$, 若对于 $\forall x_1, x_2 \in [m, m+1]$, 都有 $f(x_1 + 1) > f(2x_2)$, 则实数 m 的取值范围为 _____.

三、解答题: 共 4 小题, 共 38 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

19. (8 分)

(I) 已知集合 $A = \{x \mid y = x^2 - x - 6, y > 0\}$, 集合 $B = \{y \mid \frac{y+3}{y-2} \leq 0\}$, 求 $A \cap B$.

(II) 已知 $a > 0$, $a + a^{-1} = 3$, 求 $a^2 + a^{-2}$ 与 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}$ 的值.

20. (10 分) 某市出租车收费标准为: 起步价 13 元 (即实际行驶里程不超过 3 公里, 按 13 元收费)。此时计费里程与实际行驶里程相等, 且规定计费里程不为零。实际行驶里程超过 3 公里后, 超过 3 公里的部分, 按每公里 2.3 元收费, 其中不足 1 公里的部分按照 1 公里计算, 此时计费里程为实际里程向上取整, 例如, 实际行驶里程 4.6 公里, 则计费里程为 5 公里, 设出租车收费总价为 y (单位: 元) 实际行驶里程为 s (单位: 公里), 计费里程为 x (单位: 公里)。

(I) 建立出租车收费总价 y 与计费里程 x 的函数关系式;

(II) 若出租车实际行驶里程为 6 公里, 则乘客需要付多少钱?

(III) 若乘客实际付费超过 20 元但不超过 40 元, 求 s 的取值范围.

21. (10分)

已知定义在 R 上的奇函数 $f(x) = (a+1)2^x + (a-1)2^{-x}$.

(I) 求 a 的值;

(II) 用单调性的定义证明 $f(x)$ 的单调性;

(III) 若对于 $\forall t \in R$, 不等式 $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) > 0$ 恒成立, 求 k 的取值范围.

22. (10分)

若函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 集合 $M \subseteq D$, 若存在非零实数 t 使得 $\forall x \in M$, 都有 $x-t \in D$, 且 $f(x-t) < f(x)$, 则称 $f(x)$ 为 M 上的 $t \oplus$ 函数.

(I) 已知函数 $g(x) = x$, 函数 $h(x) = \frac{1}{x}$, 判断 $g(x)$ 与 $h(x)$ 是否为区间 $[4, 6]$ 上的 $3 \oplus$ 函数, 并说明理由;

(II) 已知函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$, 且 $f(x)$ 是区间 $[-2, -1]$ 上的 $n \oplus$ 函数, 求正整数 n 的最小值;

(III) 如果 $f(x)$ 是定义域为 R 上的奇函数, 是否存在实数 a , 使得当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = |x+a| + a$, 且 $f(x)$ 为 R 上的 $2 \oplus$ 函数? 若存在, 求实数 a 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018