2022届高三2月自主复习检测练习

2022年2月

数 学

命题人：王尧 王鼎　　　审题人：杨良庆

说明：本试卷21道题，共150分；考试时间120分钟；请在答题卡上填写个人信息，并将条形码贴在答题卡的相应位置上.

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置.）

1. 已知集合 $A=\left\{x\left|\dfrac{x+1}{x-4}\le 0,\ x\in\mathbf{N}\right.\right\}$，$B=\{0,1,2,3,4\}$，则

A. $A=B$　　B. $B\subsetneqq A$.　　C. $A\cap B=B$　　D. $A\subsetneqq B$

2. 下列函数中，在定义域内既是奇函数又是增函数的为

A. $y=\ln x$　　B. $y=\tan x$　　C. $y=x^3+x$　　D. $y=-\dfrac{1}{x}$

3. 如果复数 $\dfrac{2-bi}{1+2i}$（其中i为虚数单位，b为实数）为纯虚数，那么 $b=$

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. -4

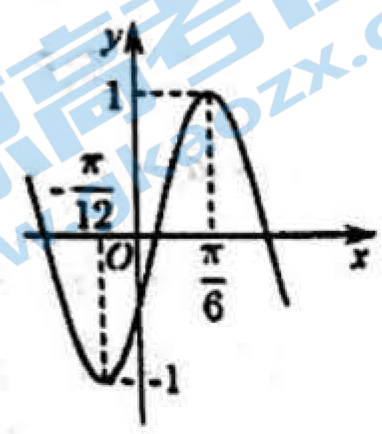
4. 在 $\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{2}x\right)^n$ 的展开式中，第4项和第5项的二项式系数相等，则展开式中 x^5 的系数为

A. $\dfrac{35}{8}$　　B. $-\dfrac{35}{8}$　　C. $\dfrac{9}{2}$　　D. $-\dfrac{9}{2}$

5. 已知二次函数 $f(x)=ax^2+2x+c\ (x\in\mathbf{R})$ 的值域为 $[0,+\infty)$，则 $\dfrac{1}{c}+\dfrac{4}{a}$ 的最小值为

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 10

6. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=$



A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\dfrac{1}{2}$

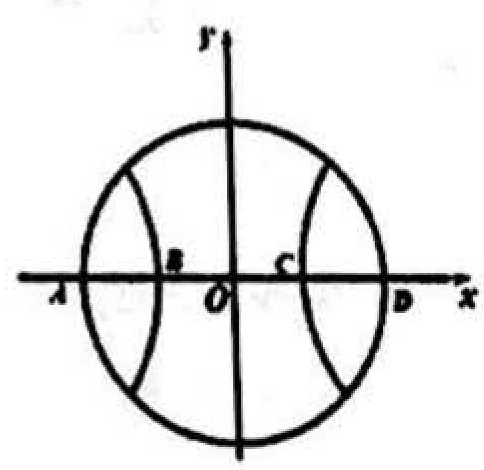
C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

7. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=-1$，则“$\forall m,\ n\in N^*$，$a_{m+n}=a_ma_n$”是“$\{a_n\}$ 为等比数列”的

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 从某个角度观察篮球可以得到一个对称的平面图形如图所示，篮球的外轮廓为圆 O，将篮球表面的粘合线视为坐标轴和双曲线，若坐标轴和双曲线与圆 O 的交点将圆的周长8等分，且 $AB=BO=OC=CD$，则该双曲线的离心率为



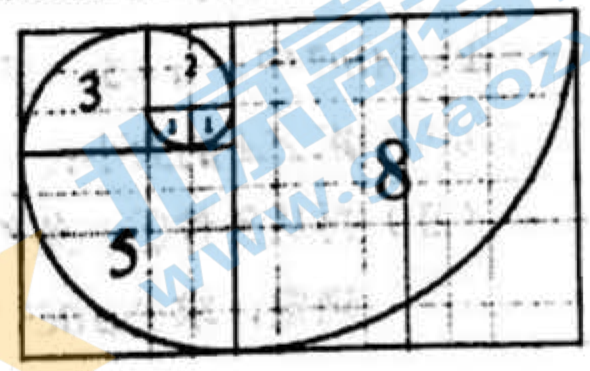
A. 1　　B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$　　D. 2

9. 若 $|\vec{a}+\vec{b}|=3$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，$\vec{c}=\lambda\vec{a}+(1-\lambda)\vec{b}\ (\lambda\in\mathbf{R})$，$\vec{c}\cdot\vec{a}=\vec{c}\cdot\vec{b}$，则 $|\vec{c}|$ 的最大值为

A. 3　　B. 2　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{3}{2}$

10. 斐波拉契数列$\{a_n\}$满足：$a_1=1$，$a_2=1$，$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$．该数列与如图所示的美丽曲线有深刻联系．设$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，$T_n=a_1^{\ 2}+a_2^{\ 2}+\cdots+a_n^{\ 2}$，给出以下三个命题：



① $a_{n+2}^{\ 2}-a_{n+1}^{\ 2}=a_{n+3}\cdot a_n$；

② $S_n=a_{n+2}-1$；

③ $T_{n+1}=a_{n+1}^2+a_{n+1}\cdot a_n$．

其中真命题的个数为

A．0　　　　B．1　　　　C．2　　　　D．3

二、填空题（本大题共5小题，每小题5分，共18分．请把结果填在答题纸上的相应位置．）

11．若抛物线$y^2=2px(p>0)$上一点$M(4,m)$到该抛物线的焦点F的距离为8，则该抛物线的方程为________．

12．已知$A\in\mathbf{R}$，$\varphi\in[0,2\pi]$，能够说明命题“若对任意实数x都有$2\sin(2x-\frac{\pi}{3})=A\sin(2x+\varphi)$成立，则必有$A=2$，$\varphi=\frac{5\pi}{3}$”为假命题的一组$A$、$\varphi$的值为________，________．

13．甲、乙两个袋子装有形状、大小完全相同的小球，其中甲袋中有2个白球，1个红球；乙袋中有2个红球，1个白球．现从甲袋中任取一球放入乙袋，搅匀后再从乙袋中任取一球，此球是红球的概率为________；若已知从乙袋中取出的是红球，则从甲袋放入乙袋的是白球的概率为________．

14．已知$A(-2,0)$，$B(4,0)$，若在直线$l:4x+3y+m=0$上存在点P，使得$PA\perp PB$，则m的最大值是________．

15．如图，正方体$ABCD-A'B'C'D'$的棱长为1，E，F分别是棱AA'，CC'的中点，过直线EF的平面分别与棱BB'，DD'交于点M，N，设$BM=x$，给出下列四个结论：

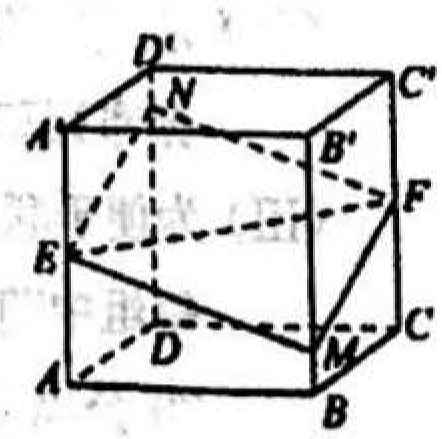
① 四边形$MENF$一定为菱形；

② 若四边形$MENF$的面积为$S=f(x)$，$x\in(0,1)$，则$f(x)$有最大值；

③ 若四棱锥$A-MENF$的体积为$V=g(x)$，$x\in(0.5,1)$，则$g(x)$为单调函数；

④ 设BC'与CB'交于点G，连接BD'，在线段BD'上取点P，在线段$A'D$上取点Q，则$GP+PQ$的最小值为$\frac{5\sqrt{2}}{6}$．

其中所有正确结论的序号是________．



三、解答题（本大题共 6 小题，共 85 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．请把结果填在答题纸上的相应位置．）

16．（本小题 13 分）

在$\triangle ABC$中，$a=5$，$b^2-bc+c^2=25$．

（Ⅰ）求$\angle A$的大小；

（Ⅱ）再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使得$\triangle ABC$存在且唯一确定，求$\triangle ABC$的面积．

条件①：$b=7$；　　条件②：$\sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；　　条件③：$AC$边上的高$BH=\dfrac{9}{2}$．

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

17．（本小题 14 分）

如图 1 在梯形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，$\angle BAD=\dfrac{\pi}{2}$，$AB=BC=2$，$AD=4$，$E$是$AD$的中点，$O$是$AC$与$BE$的交点．将$\triangle ABE$沿$BE$折起到$\triangle A_1BE$的位置，如图 2．

（Ⅰ）求证：$CD\perp$平面A_1OC；

（Ⅱ）若平面$A_1BE\perp$平面$BCDE$，求二面角$B-A_1C-E$的余弦值．

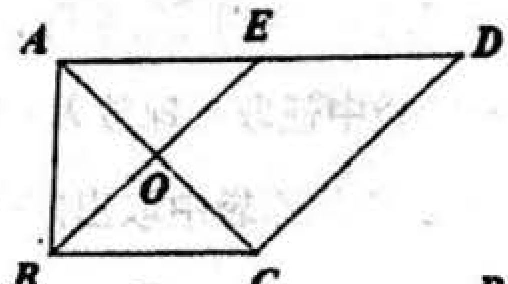


图1

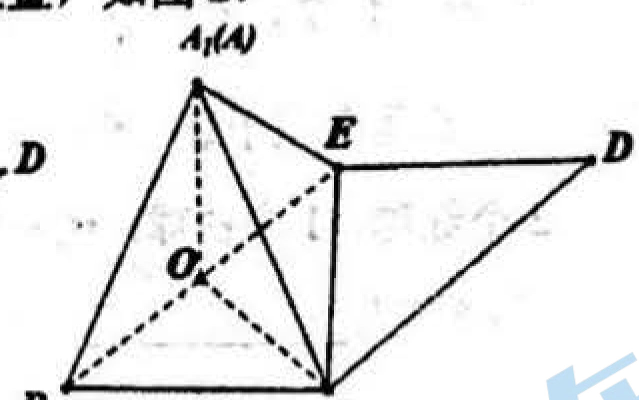


图2

18．（本小题 14 分）

在北京 2022 年冬奥组委会志愿者全球招募的初期，仅一个月内报名人数便突破 60 万，其中青年学生约有 50 万人．现从这 50 万青年学生志愿者中，按男女分层抽样随机选取 20 人进行英语水平测试，所得成绩（单位：分）统计结果用茎叶图记录（见右图）．

男		女
6	4	7
3	5	7 9
0 3 8	6	5 6
1 4	7	1 3 5 6 8
5	8	1 8

（Ⅰ）试估计在这 50 万青年学生志愿者中，英语测试成绩在 80 分以上的女生人数；

（Ⅱ）从选出的 8 名男生中随机抽取 2 人，记其中测试成绩在 70 分以上的人数为X，求X的分布列和数学期望；

（Ⅲ）为便于联络，现将所有的青年学生志愿者随机分成若干组（每组人数不少于 5000），并在每组中随机选取m个人作为联络员，要求每组的联络员中至少有 1 人的英语测试成绩在 70 分以上的概率大于 90%．根据图表中数据，用频率估计概率，给出m的最小值．（结论不要求证明）

19.（本小题 14 分）

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{3}=1(a>0)$的焦点在 x 轴上，且经过点$E\left(1,\frac{3}{2}\right)$，左顶点为 D，右焦点为 F.

（Ⅰ）求椭圆 C 的离心率和$\triangle DEF$的面积；

（Ⅱ）已知直线$y=kx+1$与椭圆 C 交于 A，B 两点，过点 B 作直线$y=3$的垂线，垂足为 G，判断直线 AG 是否过定点？若是，求出该定点；若不是，请说明理由.

20.（本小题 15 分）

已知函数$f(x)=\frac{2e^x}{a}+(b-2)x+2$.

（Ⅰ）当$a=b=1$时，求曲线$y=f(x)$在$(0,f(0))$处的切线方程；

（Ⅱ）当$a=2$时，$f(x)\geq 3$恒成立，求 b 的值；

（Ⅲ）当$a=e^2$，$x>2$时，$f(x)>b\ln\left[a(x-1)\right]$恒成立，直接写出 b 的取值范围.

21.（本小题 15 分）

对于数列A：a_1，a_2，a_3，定义“T变换”：T将数列A变换成数列B：b_1，b_2，b_3，其中$b_i=|a_i-a_{i+1}|(i=1,2)$，且$b_3=|a_3-a_1|$，记作$B=T(A)$．继续对数列B进行“T变换”，得到数列C：c_1，c_2，c_3，依此类推．当且仅当得到的数列各项均为0时变换结束．

（Ⅰ）直接写出A：2，6，4经过1次“T变换”得到的数列B，及B再经过3次“T变换”得到的数列E；

（Ⅱ）若A经过n次“T变换”后变换结束，求n的最大值；

（Ⅲ）设A：a_1，a_2，$a_3(a_i\in\mathbf{N}$，$i=1,2,3)$，$B=T(A)$．已知B：2，a，b，且B的各项之和为2022，若B再经过k次“T变换”得到的数列各项之和最小，求k的最小值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。