

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上的相应位置上.
2. 回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号.写在本试卷上无效.
3. 回答第 II 卷时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 定义集合运算: $A * B = \{z \mid z = xy, x \in A, y \in B\}$, 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则集合 $A * B$ 的所有元素之和为

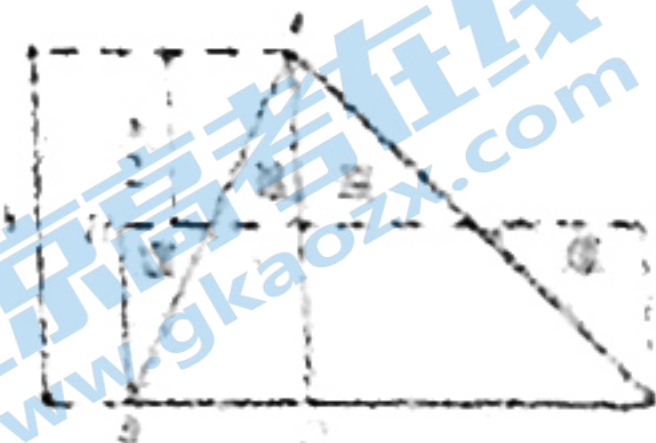
- A. 16 B. 18 C. 14 D. 8

2. 复数 $z = \frac{5}{2-i}$ (其中 i 为虚数单位), 则 $z \cdot \bar{z} =$

- A. 1 B. 3 C. 5 D. 6

3. 割补法在我国古代数学著作中称为“出入相补”, 刘徽称之为“以盈补虚”, 即以多余补不足, 是数量的平均思想在几何上的体现. 如图, 揭示了刘徽推导三角形面积公式的方法, 在三角形 ABC 内任取一点, 则该点落在标记“盈”的区域的概率

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{2}$



4. 已知 $a = 2^{\frac{1}{2}}$, $b = \log_3 2$, $c = \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5}$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

5. 已知下列四个命题, 其中真命题的个数为

- ① 空间三条互相平行的直线 a, b, c , 都与直线 d 相交, 则 a, b, c 三条直线共面;
- ② 若直线 $m \perp$ 平面 α , 直线 $n \parallel$ 平面 α , 则 $m \perp n$;
- ③ 平面 $\alpha \cap$ 平面 $\beta =$ 直线 m , 直线 $a \parallel$ 平面 α , 直线 $a \perp$ 平面 β , 则 $a \parallel m$;
- ④ 垂直于同一个平面的两个平面互相平行.

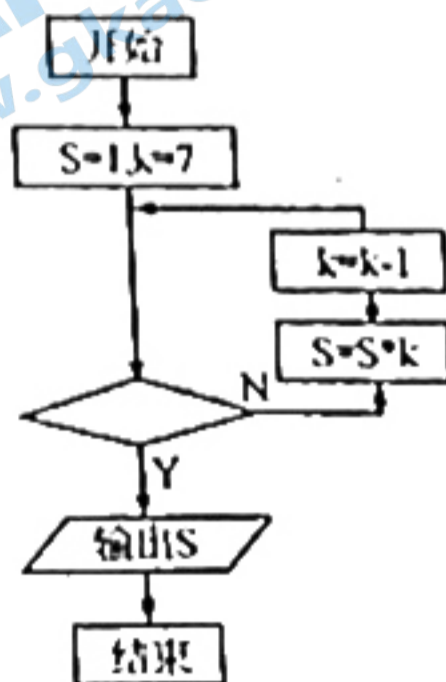
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 是双曲线 C 上一点, $PF_2 \perp x$ 轴, $\tan \angle PF_1F_2 = \frac{3}{4}$, 则双曲线的渐近线方程为

- A. $x \pm 2y = 0$ B. $2x \pm y = 0$ C. $\sqrt{3}x \pm y = 0$ D. $x \pm \sqrt{3}y = 0$

7. 如图所示, 流程图所给的程序运行结果为 $S = 840$, 那么判断框中所填入的关于 k 的条件是

- A. $k < 5?$ B. $k < 4?$
C. $k < 3?$ D. $k < 2?$



8. 已知 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数 $f(1+x) = f(1-x)$, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = e^x - 1$, 则 $2 \leq x \leq 3$ 时 $f(x)$ 的解析式为

- A. $f(x) = 1 - e^{x-2}$ B. $f(x) = e^{x-2} - 1$
C. $f(x) = 1 - e^{x-1}$ D. $f(x) = e^{x-1} - 1$

9. 若函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3}) (0 < \omega < 3)$ 的图象向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位后关于点 $(\frac{\pi}{2}, 0)$ 对称, 则 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上的最小值为

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

10. 已知直线 $x + y = a$ 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 交于 A, B 两点, O 为坐标原点, $|\vec{OA} + \vec{OB}| = \sqrt{3} |\vec{OA} - \vec{OB}|$, 则实数 a 的值为

- A. ± 2 B. $\pm \sqrt{2}$ C. $\pm \sqrt{3}$ D. $\pm \sqrt{6}$

11. 已知 A, B 是球 O 的球面上两点, $AB = 2$, 过 AB 作互相垂直的两个平面截球得到圆 O_1 和圆 O_2 , 若 $\angle AO_1B = 90^\circ$, $\angle AO_2B = 60^\circ$, 则球的表面积为

- A. 5π B. 10π C. 15π D. 20π

12. 已知函数 $f(x) = e^{x-3}$, $g(x) = \frac{1}{2} + \ln \frac{x}{2}$, 若 $f(m) = g(n)$ 成立, 则 $n - m$ 的最小值为

- A. $1 + \ln 2$ B. $\ln 2$
C. $2 \ln 2$ D. $\ln 2 - 1$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填写在答题纸相应位置上.

13. $\sin 20^\circ \cos 10^\circ - \cos 160^\circ \sin 10^\circ = \frac{1}{2}$

14. 在一次跳绳比赛中, 35 名运动员在一分钟内跳绳个数的茎叶图, 如图所示, 若将运动员按跳绳个数由少到多编为 1~35 号, 再用系统抽样方法从中抽取 7 人, 把 7 人跳绳个数由少到多排成一列, 第一个人跳绳个数是 133, 则第 5 个人跳绳个数是 145.

13 | 0 0 3 4 5 6 6 8 8 8 9

14 | 1 1 1 2 2 2 3 3 4 4 5 5 5 6 6 7 8

15 | 0 1 2 2 3 3 3

5. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{15}$, $b - c = 2$, $\cos A = \frac{1}{4}$,则 a 的值为 4.

6. 在学习推理和证明的课堂上,老师给出两个曲线方程 $C_1: \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$; $C_2: x^4 + y^4 = 1$,老师问同学们:你想到了什么?能得到哪些结论?下面是四位同学的回答:

甲:曲线 C_1 关于 $y = x$ 对称;

乙:曲线 C_2 关于原点对称;

丙:曲线 C_1 与坐标轴在第一象限围成的图形面积 $S_1 < \frac{1}{2}$;

丁:曲线 C_2 与坐标轴在第一象限围成的图形面积 $S_2 < \frac{\pi}{4}$;

四位同学回答正确的有 甲丙丁 (选填“甲、乙、丙、丁”).

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(一)必考题:共60分.

17. (本小题满分12分)

已知公比大于1的等比数列 $\{a_n\}$ 的前6项和为126,且 $4a_2, 3a_3, 2a_4$ 成等差数列.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = 2^n$

(II) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = b_{n-1} + \log_2 a_n$ ($n \geq 2$ 且 $n \in \mathbb{N}^*$),且 $b_1 = 1$,

证明:数列 $\{\frac{1}{b_n}\}$ 的前 n 项和 $T_n < 2$.

18. (本小题满分12分)

新冠疫情爆发以来,在党和政府的领导下,社区工作人员做了大量的工作,为总结工作中的经验和不足,设计了一份调查问卷,满分100分,随机发给100名男性居民和100名女性居民,分数统计如下:

100位男性居民评分频数分布表

分组	频数
[50,60)	3
[60,70)	12
[70,80)	72
[80,90)	8
[90,100]	5
合计	100

100位女性居民评分频数分布表

分组	频数
[50,60)	5
[60,70)	15
[70,80)	64
[80,90)	7
[90,100]	9
合计	100

(I) 求这100位男性居民评分的均值 \bar{x} 和方差 S^2 ;

(II) 已知男性居民评分 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, μ 用 \bar{x} 表示, σ^2 用 S^2 表示,

求 $P(67.8 < X < 89.4)$; 0.8186

(III) 若规定评分小于70分为不满意,评分大于等于70分为满意,能否有99%的把握认为居民是否满意与性别有关?

附: $\sqrt{52} \approx 7.2, P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0.6827, P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0.9545,$
 $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0.9973.$

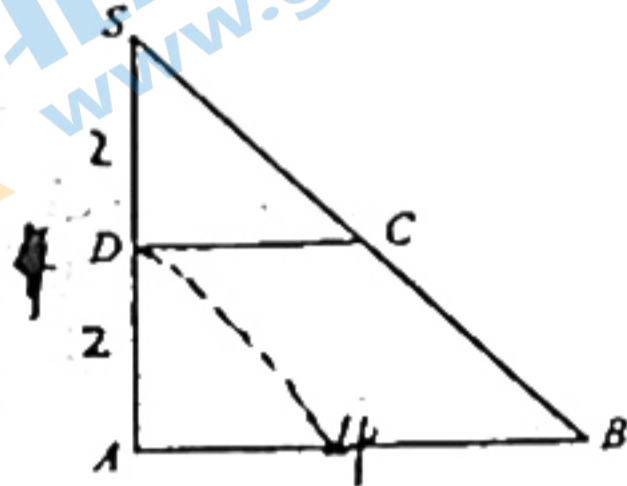
参考公式 $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a + b + c + d$

0.866

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.204	6.635	7.879	10.828

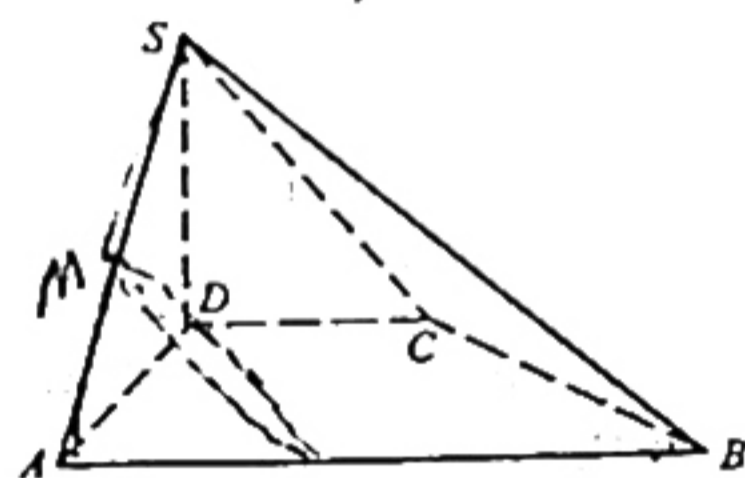
9. (本小题满分12分)

已知等腰直角 $\triangle SAB, SA = AB = 4,$ 点 C, D 分别为边 SB, SA 的中点, 沿 CD 将 $\triangle SCD$ 折起, 得到四棱锥 $S-ABCD,$ 平面 $SCD \perp$ 平面 $ABCD.$



(I) 过点 D 的平面 $\alpha \parallel$ 平面 $SBC,$ 平面 α 与棱锥 $S-ABCD$ 的面相交, 在图中画出交线; 设平面 α 与棱 SA 交于点 $M,$ 写出 $\frac{SM}{MA}$ 的值 (不必说出画法和求值理由);

(II) 求证: 平面 $SBA \perp$ 平面 $SBC.$



20. (本小题满分12分)

已知点 $M(1, \frac{3}{2}), N(-1, -\frac{3}{2}),$ 直线 PM, PN 的斜率乘积为 $-\frac{3}{4},$ P 点的轨迹为曲线 $C.$

(I) 求曲线 C 的方程;

(II) 设斜率为 k 的直线交 x 轴于 $T,$ 交曲线 C 于 A, B 两点, 是否存在 k 使得 $|AT|^2 + |BT|^2$ 为定值, 若存在, 求出的 k 值; 若不存在, 请说明理由.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = e^x + e^{-x} - \frac{ax^2}{2} (a \in R).$

(I) 当 $a = 2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有且仅有一个极小值点, 求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑. 本题满分10分.

22. [选修4-4: 坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3t \\ y = -\sqrt{3}t \end{cases} (t \text{ 为参数}),$ 曲线 C_1 的参数方程为

$\begin{cases} x = 2 + 2\cos\theta \\ y = 2\sin\theta \end{cases} (\theta \text{ 为参数}),$ 以该直角坐标系的原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{3}\cos\theta - 2\sin\theta.$

(I) 分别求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的直角坐标方程; $C_1: (x-2)^2 + y^2 = 4 \Rightarrow \rho = 4\cos\theta$
 $C_2: (x-\sqrt{3})^2 + (y+1)^2 = 4$

(II) 设直线 l 交曲线 C_1 于 O, A 两点, 交曲线 C_2 于 O, B 两点, 求 $|AB|.$

23. [选修4-5: 不等式选讲]

已知 $f(x) = |x+2| - |x-1|$

(I) 解不等式 $f(x) \leq x;$

(II) 设 $f(x)$ 的最大值为 $t,$ 如果正实数 m, n 满足 $m + 2n = t,$ 求 $\frac{2}{m} + \frac{1}{n}$ 的最小值.

一. 选择题: ACACC CBACD DD

二. 填空题:

13. $\frac{1}{2}$ 14. 145 15. 4 16. 甲、乙、丙

三. 解答题:

17. 解: (I) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q(q > 1)$, 前 n 项和为 S_n .

则 $6a_3 = 4a_2 + 2a_4$, 整理得 $q^2 - 3q + 2 = 0$, 解得 $q = 1$ (舍) 或 $q = 2$ 2分

$$S_6 = \frac{a_1(2^6 - 1)}{2 - 1} = 63a_1 = 126, \text{ 解得 } a_1 = 2 \therefore a_n = 2^n (n \in N^*) \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(II) $n \geq 2$ 时, $b_n = b_{n-1} + \log_2 a_n$,

即 $b_n - b_{n-1} = n$, 则

$$b_{n-1} - b_{n-2} = n - 1,$$

KK

$$b_2 - b_1 = 2$$

$$\text{累加得: } b_n - b_1 = \frac{(n+2)(n-1)}{2} = \frac{n^2 + n - 2}{2}, \text{ 且 } b_1 = 1, \therefore b_n = \frac{n^2 + n}{2} (n \geq 2). \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

经检验, 当 $n = 1$ 时, $b_1 = 1$ 符合上式. $\therefore b_n = \frac{n^2 + n}{2}$ 9分

$$\therefore \frac{1}{b_n} = \frac{2}{n(n+1)} = 2\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right), \text{ 则 } T_n = 2\left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = \frac{2n}{n+1} < 2 \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

18. 解: (1) 由频率分布表可知:

$$\bar{x} = \frac{55 \times 3 + 65 \times 12 + 75 \times 72 + 85 \times 8 + 95 \times 5}{100} = \frac{7500}{100} = 75$$

$$S^2 = \frac{(55-75)^2 \times 3 + (65-75)^2 \times 12 + (75-75)^2 \times 72 + (85-75)^2 \times 8 + (95-75)^2 \times 5}{100} = 52$$

$\therefore \bar{x} = 75 \quad S^2 = 52$ 4分 (每个2分)

(2) 由(1)可知: $X: N(75, 52)$

$$Q \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{S^2} = \sqrt{52} \approx 7.2$$

$$\therefore P(67.8 < X < 89.4) = P(\mu - \sigma < X < \mu + 2\sigma)$$

$$= \frac{1}{2}P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) + \frac{1}{2}P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma)$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.6827 + \frac{1}{2} \times 0.9545 = 0.8186$$

$\therefore P(67.8 < X < 89.4)$ 为 0.8186.

..... 8分

(3) 由已知条件可得：2×2列联表如下：

	满意	不满意	合计
男性	85	15	100
女性	80	20	100
合计	165	35	200

$$\therefore k = \frac{200 \times (85 \times 20 - 80 \times 15)^2}{100 \times 100 \times 165 \times 35} = \frac{200}{231} \approx 0.866$$

$Q k \approx 0.866 < 6.635$

..... 11分

\therefore 没有99%的把握认为是否满意与性别有关.

..... 12分

19.

(1) 图略，

..... 2分

$$\frac{MS}{MA} = 1$$

..... 4分

(2) 证明： $\because D, C$ 分别为 SA, SB 中点

$\therefore CD \parallel AB$

$\because AS \perp AB$

$\therefore CD \perp SD$

\because 面 $SCD \perp$ 面 $ABCD$

面 $SCD \cap$ 面 $ABCD = CD$

$SD \perp CD$

关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gkzxx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。

$SD \subset$ 面 SCD

$\therefore SD \perp$ 面 $ABCD$

$\therefore SD \perp CD, SD \perp AD$

又 $\because CD \perp AD$

$\therefore DA, DC, DS$ 三条棱两两互相垂直

..... 6分

如图所示分别以射线 DA, DC, DS 的方向为 x, y, z 轴正方向建立空间直角坐标系 $D-xyz$

设 $AD = CD = 1$, 则 $A(1, 0, 0), C(0, 1, 0), S(0, 0, 1), B(1, 2, 0)$

..... 7分

$\therefore \vec{B} = (1, 2, -1), \vec{AB} = (0, 2, 0), \vec{CB} = (1, 1, 0)$

设平面 SAB , 平面 SBC 的法向量分别为 $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1), \vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$

则 $\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{AB} = 0 \\ \vec{u} \cdot \vec{SB} = 0 \end{cases}$ 则 $\begin{cases} y_1 = 0 \\ x_1 + 2y_1 - z_1 = 0 \end{cases}$, 取 $x_1 = 1$, 则 $\vec{u} = (1, 0, 1)$

..... 9分

$\begin{cases} \vec{v} \cdot \vec{SB} = 0 \\ \vec{v} \cdot \vec{CB} = 0 \end{cases}$ 则 $\begin{cases} x_2 + 2y_2 - z_2 = 0 \\ x_2 + y_2 = 0 \end{cases}$, 取 $x_2 = 1$, 则 $\vec{v} = (1, -1, -1)$

..... 11分

$\therefore \cos \langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = \frac{1-1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = 0$

\therefore 平面 $SBA \perp$ 平面 SBC

..... 12分

20 (1) 设 P 点坐标为 (x, y) , 则 $k_{PM} \cdot k_{PN} = -\frac{3}{4}$

$\therefore \frac{y - \frac{3}{2}}{x - 1} \cdot \frac{y + \frac{3}{2}}{x + 1} = -\frac{3}{4}$

..... 2分

$\therefore 4 \left(y - \frac{3}{2} \right) \left(y + \frac{3}{2} \right) + 3(x - 1)(x + 1) = 0$

$\therefore \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ \therefore 曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 (x \neq \pm 1)$

..... 4分

(2) 设 $A(x_1, y_1) B(x_2, y_2)$, 设直线 AB 为 $x = my + n$

代入 $3x^2 + 4y^2 = 12$ 得 $(3m^2 + 4)y^2 + 6mny + 3n^2 - 12 = 0$

$\Delta = 36m^2n^2 - 4(3n^2 - 12)(3m^2 + 4) = 48(3m^2 + 4 - n^2) > 0$ 6分

$|AT|^2 + |BT|^2 = (m^2 + 1)(y_1^2 + y_2^2) = (m^2 + 1)[(y_1 + y_2)^2 - 2y_1y_2]$

$= (m^2 + 1) \left[\left(\frac{-6mn}{3m^2 + 4} \right)^2 - 2 \frac{3n^2 - 12}{3m^2 + 4} \right] = 6 \frac{(m^2 + 1)}{(3m^2 + 4)} [(3m^2 - 4)n^2 + 4(3m^2 + 4)]$

..... 10分

为定值, 则 $3m^2 - 4 = 0, m = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}, k_{AB} = \frac{1}{m} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ 12分

21. (1) 由已知: $f'(x) = e^x - e^{-x} - 2x$ 1分

$f''(x) = e^x + e^{-x} - 2 \geq 2\sqrt{e^x \cdot e^{-x}} - 2 = 0 \therefore f'(x)$ 在 \mathbb{R} 上递增, 2分

当 $x < 0, f'(x) \leq f'(0) = 0, f(x)$ 递减,

当 $x > 0, f'(x) \geq f'(0) = 0, f(x)$ 递增

$\therefore f(x)$ 增区间是 $(0, +\infty)$, 减区间是 $(-\infty, 0)$ 4分

(2) 当 $x > 0, f'(x) = e^x - e^{-x} - ax$

① 当 $a \leq 2$ 时, 由 (1) 知 $f'(x) \geq e^x - e^{-x} - x \geq 0$, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 递增, $f(x)$ 无极值点 5分

② 当 $a > 2$ 时,

令 $h(x) = e^x - e^{-x} - ax, h'(x) = e^x + e^{-x} - a \quad (x > 0)$

当 $x \in (0, \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2})$ 时, $e^x < \frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}, h'(x) < 0 \therefore h(x)$ 递减 6分

$h(x) < h(0) = 0 \therefore f'(x) < 0$

当 $x \in (\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}, +\infty)$, $e^x > \frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}, h'(x) > 0 \therefore h(x)$ 递增 7分

(下证引理: $e^x > x^2$, 令 $u(x) = x^2 \cdot e^{-x}, u'(x) = (2x - x^2)e^{-x}$

当 $0 < x < 2, u'(x) > 0, u(x)$ 递增, 当 $x > 2, u'(x) < 0, u(x)$ 递减

$u(x) \leq u(2) = \frac{4}{e^2} < 1 \therefore e^x > x^2$, 证毕) 8分

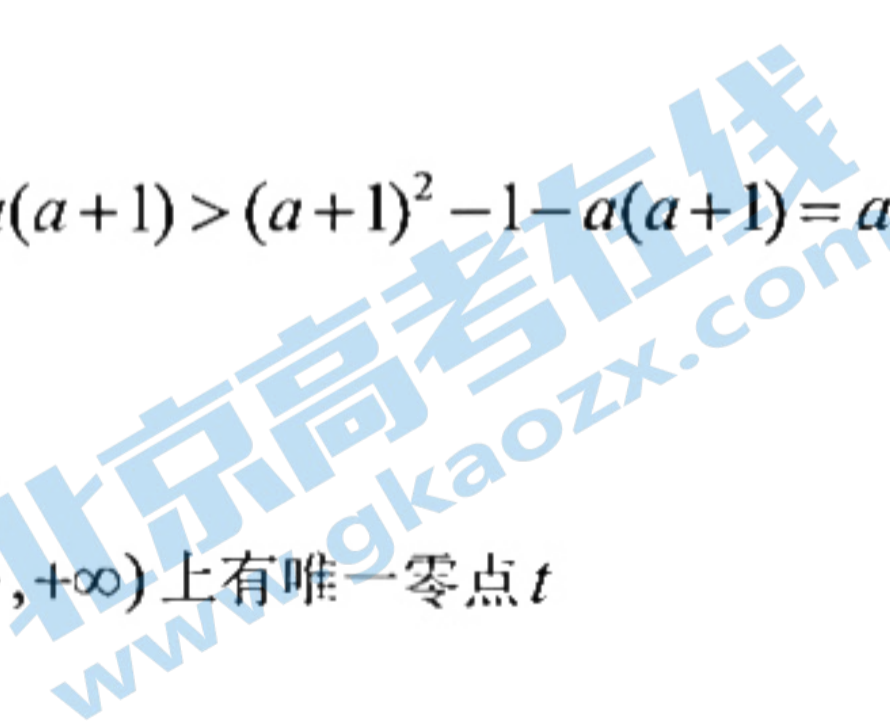
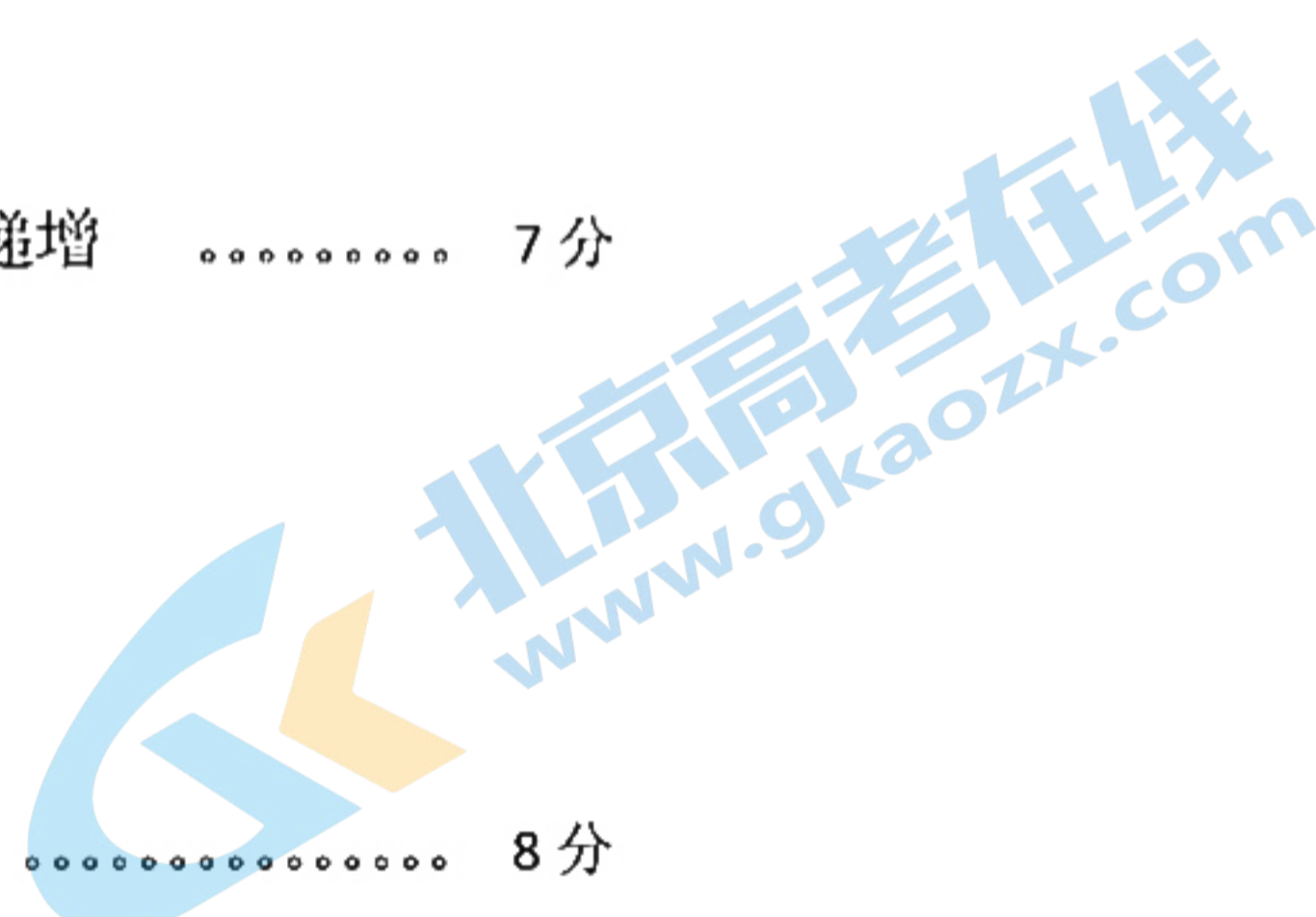
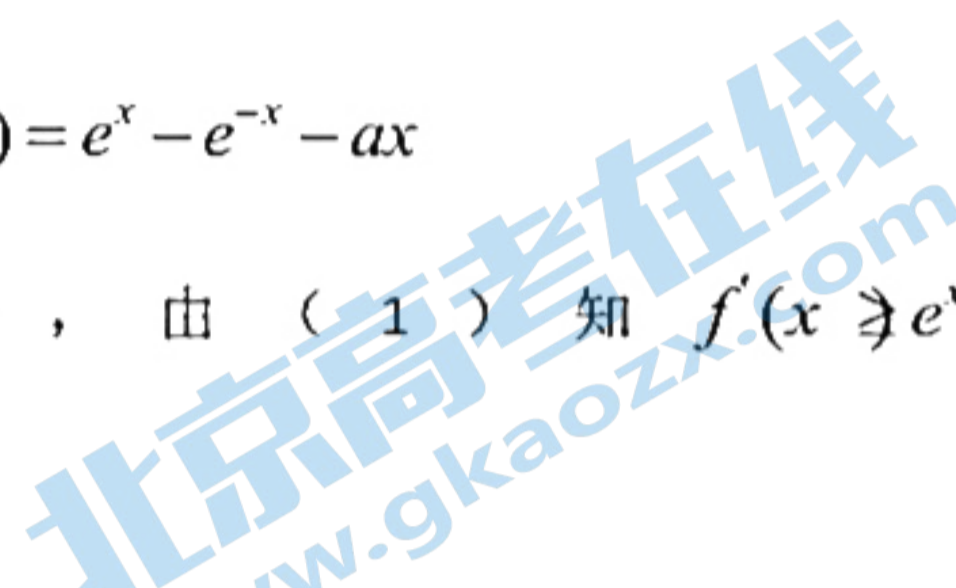
$h(a+1) = e^{a+1} - e^{-a-1} - a(a+1) > (a+1)^2 - 1 - a(a+1) = a > 0$, 又 $h(\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}) < 0$ 9分

$\therefore h(x)$ 在 $(\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}, +\infty)$ 上有唯一零点 t 10分

当 $\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2} < x < t, h(x) < h(t) = 0 \therefore f'(x) < 0 \therefore f(x)$ 递减

当 $x > t, h(x) > h(t) = 0, f'(x) > 0 \therefore f(x)$ 递增

$\therefore f(x)$ 有唯一极小值点 11分



综上所述, a 的取值范围是 $(2, +\infty)$

..... 12 分

22: (1) 曲线 $C_1: \begin{cases} x = 2 + 2\cos\theta \\ y = 2\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数) 可化为直角坐标方程: $(x-2)^2 + y^2 = 4$,

即 $x^2 + y^2 - 4x = 0$, 由 $x = \rho \cos\theta, y = \rho \sin\theta$, 可得 $\rho^2 - 4\rho \cos\theta = 0$,

所以曲线 C_1 的极坐标方程为: $\rho = 4\cos\theta$

.....2 分

曲线 $C_2: \rho = 2\sqrt{3}\cos\theta - 2\sin\theta$, 即 $\rho^2 = 2\sqrt{3}\rho \cos\theta - 2\rho \sin\theta$,

由 $x = \rho \cos\theta, y = \rho \sin\theta$, 可得 C_2 的直角坐标方程为:

$$(x - \sqrt{3})^2 + (y + 1)^2 = 4.$$

.....5 分

(2) 直线 l 的直角坐标方程为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$,

所以 l 的极坐标方程为 $\theta = -\frac{\pi}{6}$ 或 $\theta = \frac{5\pi}{6}$.

联立 $\begin{cases} \theta = -\frac{\pi}{6} \text{ 或 } \theta = \frac{5\pi}{6} \\ \rho = 4\cos\theta \end{cases}$, 得 $A(2\sqrt{3}, -\frac{\pi}{6})$

.....7 分

联立 $\begin{cases} \theta = -\frac{\pi}{6} \text{ 或 } \theta = \frac{5\pi}{6} \\ \rho = 2\sqrt{3}\cos\theta - 2\sin\theta \end{cases}$, 得 $B(4, -\frac{\pi}{6})$,

.....9 分

$|AB| = |\rho_A - \rho_B| = 4 - 2\sqrt{3}$.

.....10 分

23.解: (I) $\because f(x) = |x+2| - |x-1|$

①当 $x \leq -2$ 时, $f(x) = -x-2+(x-1) = -3 \leq x, \therefore x \geq -3, \ominus x \leq -2, \therefore -3 \leq x \leq -2; \dots 1$ 分

②当 $-2 < x < 1$ 时, $f(x) = x+2+(x-1) = 2x+1 \leq x, \therefore -2 < x \leq -1; \dots 2$ 分

③当 $x \geq 1$ 时, $f(x) = x+2-(x-1) = 3 \leq x, \therefore x \geq 3; \dots 3$ 分

综上知不等式 $f(x) \leq x$ 的解集为 $[-3, -1] \cup [3, +\infty)$. $\dots 5$ 分

(II) 由已知, $f(x) = \begin{cases} -3, & x \leq -2 \\ 2x+1, & -2 < x < 1, (-2, 1) \text{ 是增函数} \\ 3, & x \geq 1 \end{cases} \dots 6$ 分

所以 $f(x)_{\max} = 3$, 北京高考在线官方微信: 北京高考资讯 (ID:bj-gaokao), 获取更多试题资料及排名分析信息.

$\therefore m + 2n = 3, m > 0, n > 0$

则 $\frac{2}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{m} + \frac{1}{n}\right)(m + 2n) = \frac{1}{3} \left(4 + \frac{4n}{m} + \frac{m}{n}\right) \geq \frac{1}{3} \times \left(4 + 2\sqrt{\frac{4n}{m} \cdot \frac{m}{n}}\right) = \frac{8}{3},$ 9分

当且仅当 $\frac{4n}{m} = \frac{m}{n}$, 即 $m^2 = 4n^2$, 即 $m = 2n = \frac{3}{2}, n = \frac{3}{4}$ 时, $\frac{2}{m} + \frac{1}{n}$ 取得最小值 $\frac{8}{3}$10分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯