# 名校联考联合体2024届高三第三次联考

# 数　学

座位号________ 考生号________ 姓名________

**注意事项：**

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

**一、选择题**（本大题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 设全集 $U=\{x\in\mathbf{Z}\mid(x+4)(x-3)<0\}$，集合 $A=\{0,1,2\}$，则集合 $\complement_U A$ 为

A. $\{-4,-3,-2,-1\}$　　B. $\{-3,-2,-1\}$

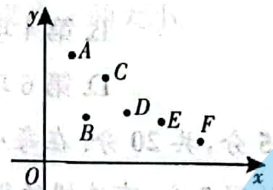
C. $\{-3,-2,-1,3\}$　　D. $\varnothing$

2. 已知复数 $z\mathrm{i}=-2+\mathrm{i}$，则 $z$ 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 某校数学兴趣小组在某座山测得海拔高度 $x$（单位：千米）与气压 $y$（单位：千帕）的六组数据 $(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,6)$ 绘制成如下散点图，分析研究发现 $B$ 点相关数据不符合实际，删除 $B$ 点后重新进行回归分析，则下列说法正确的是




A. 删除点 $B$ 后，样本数据的两变量 $x,y$ 正相关

B. 删除点 $B$ 后，相关系数 $r$ 的绝对值更接近于1

C. 删除点 $B$ 后，新样本的残差平方和变大

D. 删除点 $B$ 后，解释变量 $x$ 与响应变量 $y$ 相关性变弱

4. 若将函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，则 $g\left(\frac{\pi}{12}\right)$ 的值为

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

5. 为庆祝我国第 39 个教师节，某校举办教师联谊会，甲、乙两名数学老师组成“几何队”参加“成语猜猜猜”比赛，每轮比赛由甲、乙两人各猜一个成语，已知甲每轮猜对的概率为$\frac{4}{5}$，乙每轮猜对的概率为$\frac{3}{4}$. 在每轮比赛中，甲和乙猜对与否互不影响，则“几何队”在一轮比赛中至少猜对一个成语的概率为

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{19}{20}$　　C. $\frac{7}{20}$　　D. $\frac{1}{20}$

6. 已知函数 $f(x)=(x^2-x+1)e^x$（e 为自然对数的底数），则函数 $f(x)$的极小值为

A. $\frac{1}{e}$　　B. e　　C. $e^2$　　D. 1

7. 在△$ABC$ 中，点 $M$ 在平面 $ABC$ 内，且满足$\overrightarrow{BM}=\lambda\overrightarrow{BA}+\mu\overrightarrow{BC}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，命题 $P$：$\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MC}$，命题 $Q$：$\mu-\lambda=\frac{1}{3}$，则 $P$ 是 $Q$ 的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

8. 十九世纪下半叶集合论的创立，奠定了现代数学的基础，著名的“康托三分集”是数学理性思维的构造产物，具有典型的分形特征，其操作过程如下：将闭区间[0，1]均分为三段，去掉中间的区间段$\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$，记为第 1 次操作；再将剩下的两个区间$\left[0,\frac{1}{3}\right]$，$\left[\frac{2}{3},1\right]$分别均分为三段，并各自去掉中间的区间段，记为第 2 次操作；…；每次操作都在上一次操作的基础上，将剩下的各个区间分别均分为三段，同样各自去掉中间的区间段；操作过程不断地进行下去，剩下的区间集合即是“康托三分集”. 设第 $n$ 次操作去掉的区间长度为 $a_n$，数列$\{b_n\}$满足：$b_n=n^2a_n$，则数列$\{b_n\}$中的取值最大的项为

A. 第 3 项　　B. 第 4 项

C. 第 5 项　　D. 第 6 项

二、选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.）

9. 下列说法正确的是

A. 若 $a>b>0$，则 $a-c>b-c$　　B. 若 $a>b>0$，则 $a|c|>b|c|$

C. 若 $a>b>0$，则$\frac{b}{a}<\frac{b+c^2}{a+c^2}$　　D. 若 $a<b<0$，则 $a^2<b^2$

10. 设$(3x-2)(1+x)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_7x^7$，则下列结论正确的是

A. $a_0=-2$

B. $a_3=85$

C. $a_1+a_3+a_5+a_7=32$

D. $a_0+2a_1+2^2a_2+2^3a_3+\cdots+2^7a_7=2916$

11. 已知平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足：$|\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}|=4$，且 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，$|\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$，则下列结论正确的是

A. 与向量 $\boldsymbol{a}$ 共线的单位向量为 $\frac{1}{4}\boldsymbol{a}$　　B. 平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$

C. $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2\sqrt{3}$　　D. $|\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}|$ 的取值范围是 $[\sqrt{3},3\sqrt{3}]$

12. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，若 $f'(2)=8$，函数 $f(2x+1)$ 和 $f'(x+2)$ 均为偶函数，则

A. 函数 $f'(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称　　B. 函数 $f'(x)$ 是周期为 4 的周期函数

C. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(3,0)$ 对称　　D. $\sum\limits_{i=1}^{2023}f'(i)=8$

**三、填空题**（本大题共 **4** 小题，每小题 **5** 分，共 **20** 分.）

13. 已知 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，且 $\sin 2\alpha-\sqrt{3}\sin\alpha=0$，则 $\alpha=$________.

14. 已知 $a>0,b>0$，且 $2a+b-ab=0$，则 $2a+b$ 的最小值为________.

15. 国庆节期间，四位游客自驾游来到张家界，入住某民宿，该民宿老板随机将标有数字 1,2,3,4,5,6,7 的 7 张门卡中的 4 张分给这四位游客，每人发一张，则至多有一位游客拿到的门卡标有偶数数字的分配方案一共有________种.（用数字作答）

16. 已知正实数 $a,b$ 满足：$3^a=27^b+\log_3\frac{b}{a}$，则 $a$ 与 $3b$ 大小关系为______.

**四、解答题**（本大题共 **6** 小题，共 **70** 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17.（本小题满分 10 分）

在△$ABC$ 中，角 $A,B,C$ 的对边分别是 $a,b,c$，已知 $\sin A-2\sin^2\frac{A}{2}=\sqrt{2}-1$.

(1)求角 $A$ 的大小；

(2)已知 $b=3$，△$ABC$ 的面积为 6，求边 $a$ 的大小.

18.（本小题满分 12 分）

2023 年实行新课标新高考改革的省市共有 29 个，选科分类是高级中学在校学生生涯规划的重要课题，某高级中学为了解学生选科分类是否与性别有关，在该校随机抽取 100 名学生进行调查. 统计整理数据得到如下的 $2\times2$ 列联表：

| | 选物理类 | 选历史类 | 合计 |
|---|---|---|---|
| 男生 | 35 | 15 | |
| 女生 | 25 | 25 | |
| 合计 | | | 100 |

(1)依据小概率值 $\alpha=0.05$ 的独立性检验,能否据此推断选科分类与性别有关联?

(2)在以上随机抽取的女生中,按不同选择类别同比例分层抽样,共抽取 6 名女生进行问卷调查,然后在被抽取的 6 名女生中再随机抽取 4 名女生进行面对面访谈. 设面对面访谈的女生中选择历史类的人数为随机变量 $X$,求随机变量 $X$ 的分布列和数学期望.

附:$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中 $n=a+b+c+d$.

| $\alpha$ | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_\alpha$ | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

19.(本小题满分 12 分)

设数列$\{a_n\}$的前 $n$ 项和为 $S_n$,已知 $S_n=n^2(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

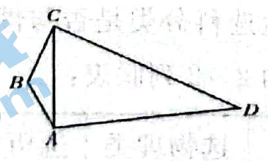
(2)若数列$\{b_n\}$满足:$b_2=2b_1=4$,$b_n\neq0$,且 $b_n^2=b_{n-1}b_{n+1}(n\geqslant2,n\in\mathbf{N}^*)$,设 $c_n=a_n+(-1)^nb_n$,求数列$\{c_n\}$的前 $n$ 项和 $T_n$.

20.(本小题满分 12 分)

如图,在平面四边形 $ABCD$ 中,$BC\perp CD$,$AB=BC=2$,$\angle ABC=\theta$,$120^\circ\leqslant\theta<180^\circ$.

(1)若 $\theta=120^\circ$,$AD=6$,求$\angle ADC$ 的大小;

(2)若 $2CD\cdot\sin\dfrac{\theta}{2}=\sqrt{3}AC$,求四边形 $ABCD$ 面积的最大值.



21.(本小题满分 12 分)

2022 年北京冬奥会成功举办后，冰雪运动深受人们喜爱. 高山滑雪运动爱好者乙坚持进行高山滑雪专业训练，为了更好地提高滑雪技能，使用 $A,B$ 两个气候条件有差异的标准高山滑雪场进行训练.

(1)已知乙第一次去 $A,B$ 滑雪场训练的概率分别为 0.4 和 0.6. 选择 $A,B$ 高山滑雪场的规律是：如果第一次去 $A$ 滑雪场，那么第二次去 $A$ 滑雪场的概率为 0.6；如果第一次去 $B$ 滑雪场，那么第二次去 $A$ 滑雪场的概率为 0.5，求高山滑雪运动爱好者乙第二次去 $A$ 滑雪场的概率；

(2)高山滑雪爱好者协会组织高山滑雪挑战赛，挑战赛的决赛由一名高山滑雪运动员甲组成的专业队，与两名高山滑雪爱好者乙、丙组成的“飞雪”队进行比赛，约定赛制如下：“飞雪”队的乙、丙两名队员轮流与甲进行比赛，若甲连续赢两场比赛则甲获胜；若甲连续输两场比赛则“飞雪”队获胜；若比赛三场还没有决出胜负，则视为平局，比赛结束. 各场比赛相互独立，每场比赛都分出胜负，若甲与乙比赛，乙赢的概率为 $\frac{1}{3}$；甲与丙比赛，丙赢的概率为 $p$，其中 $\frac{1}{3}<p<\frac{1}{2}$. 赛事组委会规定：比赛结束时，胜队获奖金 3 万元，负队获奖金 1.5 万元；若平局，两队各获奖金 1.8 万元. 若“飞雪”队第一场安排乙与甲进行比赛，设赛事组委会预备支付的奖金金额共计 $X$ 万元，求 $X$ 的数学期望 $E(X)$ 的取值范围.

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=2\ln x-ax+1(a\in\mathbf{R})$.

(1)讨论函数 $f(x)$ 的零点个数；

(2)已知函数 $g(x)=e^{ax}-ex^2(a\in\mathbf{R})$，当 $0<a<\frac{2\sqrt{e}}{e}$ 时，关于 $x$ 的方程 $f(x)=g(x)$ 有两个实根 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，求证：$x_1-\sqrt{e}<\frac{1}{x_2}-\frac{1}{\sqrt{e}}$.(注：e=2.71828…是自然对数的底数)