

# 2022 北京一零一中高一（上）期中

## 数 学

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 设集合  $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{x | x - 2x - 5 \leq 0\}$ , 则  $A \cap B = ( \quad )$

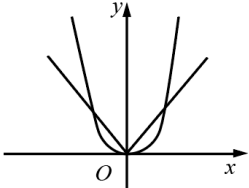
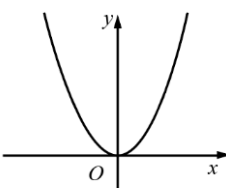
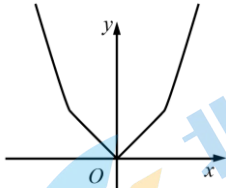
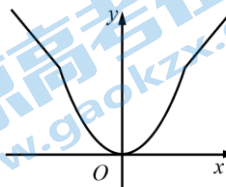
(A)  $\{1, 3\}$                       (B)  $\{1, 3\}$                       (C)  $\{5, 7\}$                       (D)  $\{1, 7\}$
2. 若实数  $a, b$  满足  $a > b > 0$ , 则下列不等式中恒成立的是  $( \quad )$

(A)  $a + b > 2\sqrt{ab}$                       (B)  $a + b < 2\sqrt{ab}$

(C)  $\frac{a}{2} + 2b > 2\sqrt{ab}$                       (D)  $\frac{a}{2} + 2b < 2\sqrt{ab}$
3. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 - 6x + k = 0$  的两根分别是  $x_1, x_2$ , 且满足  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$ , 则  $k$  的值是  $( \quad )$

(A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4
4. 函数  $f(x) = x + \frac{2}{x}, x \in [1, 3]$  的值域为  $( \quad )$

(A)  $[2\sqrt{2}, 3]$                       (B)  $[3, \frac{11}{3}]$                       (C)  $[2\sqrt{2}, \frac{11}{3}]$                       (D)  $[3, +\infty)$
5. 已知  $f(x) = |x|, g(x) = x^2$ , 设  $h(x) = \begin{cases} f(x), & f(x) > g(x), \\ g(x), & f(x) \leq g(x), \end{cases}$  以则函数  $h(x)$  的图象大致是  $( \quad )$

(A)                       (B)                       (C)                       (D) 
6. 已知  $p: x \geq k, q: \frac{2-x}{x+1} < 0$ , 如果  $p$  是  $q$  的充分不必要条件, 则  $k$  的取值范围是  $( \quad )$

(A)  $[2, +\infty)$                       (B)  $(2, +\infty)$                       (C)  $[1, +\infty)$                       (D)  $(-\infty, -1]$
7. 已知奇函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增, 且  $f(1) = 0$ , 则不等式  $\frac{f(x) - f(-x)}{x} < 0$  的解集为  $( \quad )$

(A)  $(-1, 0) \cup (0, 1)$                       (B)  $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

(C)  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$                       (D)  $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
8. 已知函数  $f(x) = mx^2 - mx - 1$ , 对  $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) < 0$  恒成立, 则实数  $m$  的取值范围是  $( \quad )$

(A)  $(-4, 0)$                       (B)  $(-4, 0]$

(C)  $(-\infty, -4) \cup (0, +\infty)$                       (D)  $(-\infty, -4) \cup [0, +\infty)$

9. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} -x^2 - ax - 7, & x \leq 1, \\ \frac{a}{x}, & x > 1 \end{cases}$ , 在  $\mathbf{R}$  上单调递增, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- (A)  $[-4, 0)$       (B)  $(-\infty, -2]$       (C)  $[-4, -2]$       (D)  $(-\infty, 0)$

10. 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的函数, 若存在两个不等实数  $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ , 使得  $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) = \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ , 则称函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上具有性质  $P$ , 那么, 下列函数:

①  $f(x) = 2x$ ;    ②  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ ;    ③  $f(x) = x^2$ ;    ④  $f(x) = |x^2 - 1|$

具有性质  $P$  的函数的个数为 ( )

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

11. 函数  $f(x) = \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

12. 若  $-2 < a < 3, 1 < b < 2$ , 则  $a - 2b$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

13. 我国南北朝数学家何承天发明的“调日法”, 是程序化寻求精确分数来表示数值的算法. 其理论依据是:

设实数  $x$  的不足近似值和过剩近似值分别为  $\frac{b}{a}$  和  $\frac{d}{c}$  (其中  $a, b, c, d$  都是正整数, 即  $\frac{b}{a} < x < \frac{d}{c}$ , 则  $\frac{b+d}{a+c}$

是  $x$  的更精确的不足近似值或过剩近似值, 已知  $\pi = 3.14159 \dots$ , 令  $\frac{31}{10} < \pi < \frac{49}{15}$ , 则第一次用“调日法”

后得  $\frac{16}{5}$  是  $\pi$  的更为精确的过剩近似值, 即  $\frac{31}{10} < \pi < \frac{16}{5}$ , 若每次都取最简分数, 则第三次用“调日法”后,

$\pi$  的更为精确的过剩近似值是\_\_\_\_\_.

14. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2, & x \geq 0 \\ 3x + 4, & x < 0 \end{cases}$  若互不相等的实数  $x_1, x_2, x_3$ , 满足  $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$ , 则

$x_1 + x_2 + x_3$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 华人数学家李天岩和美因数学家约克给出了“混沌的数学定义, 由此发展的混沌理论在生物学、经济学和社会学领域都有重要作用. 在混沌理论中, 函数的周期点是一个关键概念, 定义如下: 设  $f(x)$  是定义在

$\mathbf{R}$  上的函数, 对于而  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 令  $x_n = f(x_{n-1}) (n = 1, 2, 3, \dots)$

若存在正整数  $k$  使得  $x_k = x_0$ , 且当  $0 < j < k$  时,  $x_j \neq x_0$ , 则称  $x_0$  是  $f(x)$  的一个周期为  $k$  的周期点给出下列四个结论:

- ①若  $f(x) = 2x - 1$ , 则  $f(x)$  存在唯一一个周期为 1 的周期点;  
②若  $f(x) = 2(1 - x)$ , 则  $f(x)$  存在周期为 2 的周期点;

③若  $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < \frac{1}{2} \\ 2(1-x), & x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$ , 则  $f(x)$  存在周期为 3 的周期点;

④若  $f(x) = x(1-x)$  以, 则对任意正整数  $n$ ,  $\frac{1}{2}$  都不是  $f(x)$  的周期为  $n$  的周期点.

其中所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_.

三、解答题共 6 道大题, 共 55 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程,

16. (本小题 8 分)

已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \in \mathbf{R} | 2x - 1 \leq 1\}$ , 集合  $B = \{x \in \mathbf{R} | -1 < x \leq 2\}$ .

(1) 求集合  $A \cap B$  及  $C_v(A \cup B)$ ;

(2) 若集合  $C = \{x \in \mathbf{R} | a \leq x < 2a, a > 0\}$ , 且  $C \subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

217. (本小题 8 分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ .

(1) 判断  $f(x)$  在区间  $(1, +\infty)$  上的单调性, 并用单调性定义证明;

(2) 求  $f(x)$  在区间  $[-4, -2]$  上的最大值和最小值.

18. (本小题 8 分)

若二次函数  $f(x)$  满足  $f(x+1) - f(x) = 2x$ , 且  $f(0) = 2$ .

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 若在区间  $[-1, 1]$  上, 不等式  $f(x) > 2x + m$  恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.

19. (本小题 10 分)

设  $a \in \mathbf{R}$ , 解关于  $x$  的不等式  $ax^2 + (1-2a)x - 2 > 0$ .

20. (本小题 10 分)

经检测, 餐后 4 小时内, 正常人身体内某微量元素在血液中的浓度  $y_1$  与时间  $t$  满足关系式:

$y_1 = 4 - t (0 \leq t \leq 4)$ , 服用药物  $N$  后, 药物中所含该微量元素在血液中的浓度  $y_2$  与时

间  $t$  满足关系式:  $y_2 = \begin{cases} \sqrt{t}, & 0 \leq t < 1 \\ 3 - \frac{2}{t}, & 1 \leq t \leq 4 \end{cases}$ , 现假定某患者餐后立刻服用药物  $N$ , 且血液中微量元素总浓度  $y$

等于为  $y_1$  与  $y_2$  的和.

(1) 求 4 小时内血液中微量元素总浓度  $y$  的最高值:

(2) 若餐后 4 小时内，血液中微量元素总浓度  $y$  不低于 4 的累积时长不少于 2.5 小时，则认定该药物治疗有效，否则调整治疗方案。请你判断是否需要调整治疗方案。

21. (本小题 11 分)

按照一定次序排列的一列数称为数列. 设数列  $A: a_1, a_2, \dots, a_n, B: b_1, b_2, \dots, b_n$ , 已知

$$a_i, b_j \in \{0, 1\} (i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, n), \text{ 定义 } n \times n \text{ 数表 } X(A, B) = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\text{其中列 } x_{ij} = \begin{cases} 1, & a_i = b_j \\ 0, & a_i \neq b_j \end{cases}$$

(1) 若  $A: 1, 0, 1, B: 0, 0, 1$ , 写出  $X(A, B)$ :

(2) 若  $A, B$  是不同的数列, 求证:  $n \times n$  数表  $X(A, B)$  满足

“ $x_{ij} = x_{ji} (i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, n; i \neq j)$ ” 的充分必要条件为 “ $a_k + b_k = 1 (k=1, 2, \dots, n)$ ”;

(3) 若数列  $A$  与  $B$  中的 1 共有  $n$  个, 求证  $n \times n$  数表  $X(A, B)$  中 1 的个数不大于号  $\frac{n^2}{2}$ .

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯