高三理科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分，考试时间120分钟。
2. 答题前，考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设$z(1+i^2)=1$，则$\bar{z}-z=$

B. $-i$　　C. 1　　D. -1

2. 已知全集$U=\{x|x^2-4x-12<0\}$，若集合M满足$\complement_U M=\{x|-1<x<2\}$，则

A. $2\notin M$　　B. $6\in M$

C. $M\subseteq\{x|2\leqslant x<6\}$　　D. $\{x|-2<x\leqslant -1\}\subseteq M$

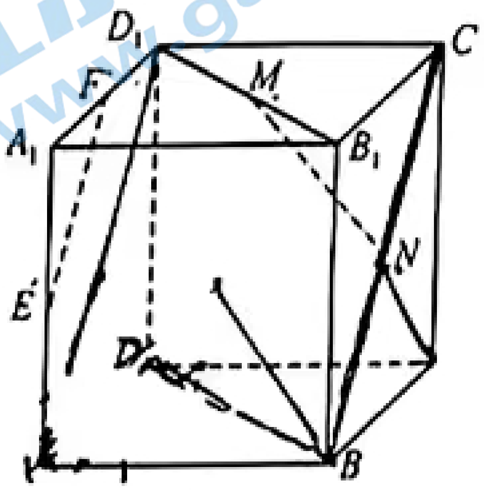
3. 已知$\boldsymbol{a}=(4,-5)$，$\boldsymbol{b}=(m,1)$，$\boldsymbol{c}=(2,3)$，若$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$，则$m$

A. 3　　B. 2　　C. 1

4. 在等差数列$\{a_n\}$中，$2a_2+a_6=a_4+a_5$，$a_8=14$，则公差$d=$

A. 4　　B. 3　　C. 2

5. 如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E,F,M,N分别为AA_1，A_1D_1，B_1D_1，BC_1的中点，则异面直线EF与MN所成的角为



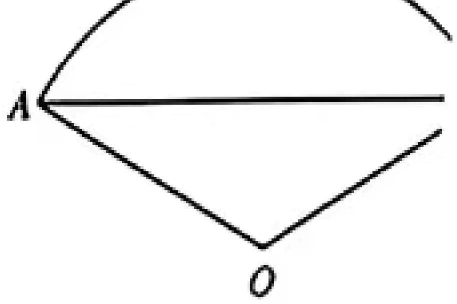
A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

6.《梦溪笔谈》是我国科技史上的杰作，其中收录了扇形弧长的近似计算公式：$l_{\widehat{AB}}=弦+\frac{2\times 矢^2}{径}$。如图，公式中"弦"是指扇形中$\widehat{AB}$所对弦$AB$的长，"矢"是指$\widehat{AB}$所在圆$O$的半径与圆心$O$到弦的距离之差，"径"是指扇形所在圆$O$的直径。若扇形的面积为$\frac{16\pi}{3}$，扇形的半径为4，利用上面公式，求得该扇形的弧长的近似值为



A. $\sqrt{3}+1$　　B. $2\sqrt{3}+1$　　C. $3\sqrt{3}+1$　　D. $4\sqrt{3}+1$

7. 在平面直角坐标系 xOy 中，在区域 $\{(x,y)\mid x^2+y^2-2|x|-2|y|\leqslant 0\}$ 内随机取一点 $P(x,y)$，则点 P 在区域 $\{(x,y)\mid |x|+|y|\leqslant 2\}$ 内的概率为

A. $\frac{1}{\pi+1}$　　B. $\frac{2}{\pi+2}$　　C. $\frac{2}{2\pi+1}$　　D. $\frac{4}{\pi+2}$

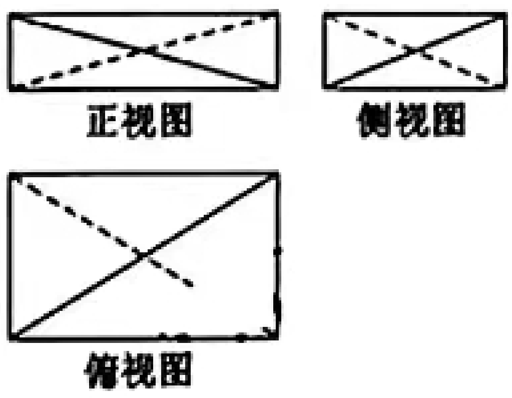
8. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0,|\varphi|<\pi)$ 的最小正周期为 T，满足 $f\left(\frac{T}{2}\right)=\sqrt{2}$，又直线 $x=\frac{3\pi}{16}$，$x=\frac{7\pi}{16}$ 是曲线 $y=f(x)$ 的两条对称轴，且 $f(x)$ 在 $\left(\frac{3\pi}{16},\frac{7\pi}{16}\right)$ 上为单调函数，则 $f(x)=$

A. $2\sin\left(4x-\frac{\pi}{4}\right)$　　B. $2\sin\left(4x+\frac{\pi}{4}\right)$　　C. $2\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$　　D. $2\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$

9. 设 T_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积，若 $a_n=-2a_{n+1}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$，且 $a_3+a_5=-20$，当 T_n 取得最小值时，$n=$

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

10. 如图为某几何体的三视图，若其正视图、侧视图、俯视图的对角线长依次为 $2\sqrt{5}$，$\sqrt{11}$，5，则该几何体的外接球的表面积为



A. 36π　　B. 34π　　C. 32π　　D. 28π

11. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$，对 $\forall x\in\mathbf{R}$，$f(x)=f(2-x)$，$f(2+x)+f(2-x)=0$. 设 $g(x)=(x-1)f(x)$，若 $g(5)=4$，则 $g(2\,022)+g(2\,023)=$

A. $-2\,020$　　B. $-2\,022$　　C. $-2\,024$　　D. -2

12. 已知 F 是双曲线 $E:\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的下焦点，A 是 E 的上顶点，C,D 是 E 的渐近线上两点，$\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{FD}$，$M,N$ 是 E 上两点，且 $\overrightarrow{MF}=\overrightarrow{FN}$，设 O 为坐标原点，$\triangle OCD$，$\triangle AMN$ 的面积分别为 $S_{\triangle OCD}$，$S_{\triangle AMN}$，当 $\frac{S_{\triangle OCD}}{S_{\triangle AMN}}$ 取得最小值时，E 的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在 $\left(x+\frac{a}{\sqrt{x}}\right)^6$（其中 a 为大于零的常数）的展开式中，若常数项为 60，则 $a=$________.

14. 已知 F 为抛物线 $E:y^2=4x$ 的焦点，A,B,C 为 E 上的三点，若 $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，则 $|\overrightarrow{AF}|+|\overrightarrow{BF}|+|\overrightarrow{CF}|=$________.

15. 甲、乙两位同学进行象棋比赛，采用五局三胜制（当一人赢得三局时，该同学获胜，比赛结束）. 根据往比赛成绩，每局比赛中甲获胜的概率都是 $p(0<p<1)$，且各局比赛结果相互独立. 若甲以 3：1 胜的概率不高于甲以 3：2 获胜的概率，则 p 的取值范围为________.

16. 已知函数 $f(x)=4a^x-x^4\ln a$ $(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个极值点 x_1,x_2，则实数 a 的取值范围为________.

三、解答题:共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题,每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共60分。

17.(本小题满分12分)

某新能源汽车销售部对今年1月至7月的销售量进行统计与分析,因不慎丢失一些数据,现整理出如下统计表与一些分析数据:

月份	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月
月份代号 x	1	2	3	4	5	6	7
销售量 y(单位:万辆)	15.6	m	n		37.7	39.6	44.5

其中 $\bar{y}=31.2$.

(1)若 m,n,s 成递增的等差数列,求从7个月的销售量中任取1个,月销售量不高于27万辆的概率;

(2)若 $\sum_{i=1}^{7}(y_i-\bar{y})^2=670.48$,$x$ 与 y 的样本相关系数 $r=0.99$,求 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$,并预测今年8月份的销售量($\hat{b}$ 精确到0.1).

附:相关系数 $r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$,线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$,$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

参考数据:$\sqrt{7}\approx2.65$,$\sqrt{670.48}\approx25.89$.

18.(本小题满分12分)

记△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知 $3\sin^2 B=\sin^2 A+\sin^2 C$.

(1)若△ABC 的面积为 $\frac{1}{3}b^2$,求 $\tan B$;

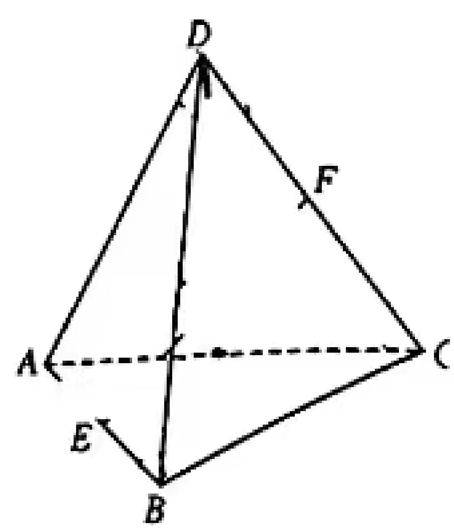
(2)若 $b=2$,$\cos B=\frac{2}{3}$,求△ABC 的周长.

19.(本小题满分12分)

如图,在四面体 $ABCD$ 中,△ACD 是边长为2的等边三角形,$BD=2$,$AB=\sqrt{2}$,$\angle ADB=\angle CDB$,点 E,F 分别为 AB,DC 的中点.

(1)证明:平面 $ACD\perp$ 平面 ABC;

(2)求直线 EF 与平面 ABD 所成角的正弦值.



20.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C:\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$，且点 $A(-1,-3)$ 在 C 上.

(1)求 C 的方程；

(2)设 O 为坐标原点，直线 OA 与 C 交于另一点 B，与直线 OA 平行的直线交 C 于 P,Q 两点，直线 AP 与 BQ 交于点 D，证明：直线 OD 的斜率为定值.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=x(a+\ln x)-ax^2(a\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a=0$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

(2)若 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上仅有一个零点，求 a 的取值范围.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.(本小题满分 10 分)选修 4－4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\alpha,\\y=\sin\alpha+2\end{cases}$ $\left(\alpha\text{ 为参数},-\frac{\pi}{2}\leqslant\alpha\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$，以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\sqrt{2}\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)-m=0$.

(1)求曲线 C 的普通方程；

(2)若 l 与 C 有两个不同公共点，求 m 的取值范围.

23.(本小题满分 10 分)选修 4－5：不等式选讲

已知正数 a,b,c 满足 $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}=3$.

证明：(1)$abc\leqslant 1$；

(2)$\frac{b+c}{\sqrt{a}}+\frac{a+c}{\sqrt{b}}+\frac{a+b}{\sqrt{c}}\geqslant 6$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。