北京市朝阳区 2018~2019 学年度第一学期期末质量检测

高一年级数学学科试题答案　　2019.1

一、　选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	C	D	D	A	C	B	B	D

二、　填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

题号	11	12		13		14	15	16	
答案	-6	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{4\sqrt{2}}{9}$	2	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\{6,9\},\{6,12\}$，$\{9,12\}$中任意两个	0	$[0,3]$

三、解答题：本大题共 4 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17. （本小题满分 16 分）

解：（Ⅰ）当 $a=1$ 时，由 $x-1<0$，解得 $x<1$.

所以 $B=\{x|x<1\}$.

所以 $A\cap B=\{x|\ \frac{1}{2}\leqslant x<1\}$，

$A\cup B=\{x|\ x\leqslant 2\}$. ……………………………………………………5 分

（Ⅱ）若 $A\subseteq B$，即 $\left[\frac{1}{2},2\right]\subseteq B$，

$B=\{x|x<a\}$，

则 $a>2$.

所以实数 a 的取值范围是 $(2,+\infty)$. ……………………………………………………10 分

（Ⅲ）$B=\{x|x<a\}$.

因为当 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=B$ 时，有 $B\subseteq\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|x<\frac{1}{2}$或$x>2\}$.

要使 $B\subseteq\complement_{\mathbf{R}}A$，必须 $a\leqslant\frac{1}{2}$.

所以实数 a 的最大值是 $\frac{1}{2}$. ……………………………………………………16 分

18. （本小题满分 18 分）

解：（Ⅰ）由已知 $f(0)=\cos^2 0=1$．

$$f(\frac{\pi}{4})=\cos^2\frac{\pi}{4}+\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{4}$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1.$$ ……………………………………………5 分

（Ⅱ）因为 $f(x)=\frac{1+\cos 2x}{2}+\frac{1}{2}\sin 2x$

$$=\frac{1}{2}(\sin 2x+\cos 2x)+\frac{1}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2},$$

所以函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π．

因为 $y=\sin x$ 的对称轴方程为 $x=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$，

令 $2x+\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$，

得 $x=\frac{1}{2}k\pi+\frac{\pi}{8}$， $k\in\mathbf{Z}$．

所以函数 $f(x)$ 的对称轴方程为 $x=\frac{1}{2}k\pi+\frac{\pi}{8}$， $k\in\mathbf{Z}$． ………………12 分

（Ⅲ）令 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 2x+\frac{\pi}{4}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$ 得

$$k\pi-\frac{3\pi}{8}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{\pi}{8},\quad k\in\mathbf{Z}.$$

函数 $f(x)$ 的单调增区间为 $\left[k\pi-\frac{3\pi}{8},k\pi+\frac{\pi}{8}\right],k\in\mathbf{Z}$，

所以函数 $f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上的单调递增区间为 $[0,\frac{\pi}{8}]$ 和 $[\frac{5\pi}{8},\pi]$． ……18 分

19. （本小题满分 18 分）

解：（Ⅰ）当 $m=2$ 时， $f(x)=-x^2+2x+1$，配方得：

$$f(x)=-(x-1)^2+2,$$

因此当 $x=1$ 时， $f(x)$ 的最大值为 2． ……………………………………5 分

（Ⅱ）由 $h(x)=f(x)+2x$，则 $h(x)=-x^2+(m+2)x+1$，

由于 $h(x)$ 是偶函数，所以对任意 $x\in\mathbf{R}$， $h(-x)=h(x)$ 成立．

即 $-(-x)^2+(m+2)(-x)+1=-x^2+(m+2)x+1$ 恒成立.

即 $2(m+2)x=0$ 恒成立，所以 $m+2=0$，解得 $m=-2$.

所以实数 m 的值是 -2. ……………………………………………12 分

（III）设函数 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上的值域为 A，$g(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的值域为 B，

由题意和子集的定义，得 $A\subseteq B$.

当 $x\in[0,\pi]$ 时，$x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}]$，$g(x)\in[-1,2]$.

所以当 $x\in[1,2]$ 时，不等式 $-1\le -x^2+mx+1\le 2$ 恒成立，

有 $m\le x+\frac{1}{x}, x\in[1,2]$，易证 $y=x+\frac{1}{x}$ 在 $[1,2]$ 上为增函数，得 $m\le 2$.

有 $m\ge x-\frac{2}{x}, x\in[1,2]$，易证 $y=x-\frac{2}{x}$ 在 $[1,2]$ 上为增函数，得 $m\ge 1$.

综上，实数 m 的取值范围为 $[1,2]$. ……………………………………………18 分

20. （本小题满分 18 分）

解：（I）（i）$a=k$ 时，$f(x)=a^x+b$.

当 $a>1$ 时，函数 $f(x)$ 是增函数，

则 $\begin{cases} f(0)=0, \\ f(1)=1, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} 1+b=0, \\ a+b=1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=2, \\ b=-1. \end{cases}$ 符合题意. 此时 $f(x)=2^x-1$.

当 $0<a<1$ 时，函数 $f(x)$ 是减函数，则 $\begin{cases} f(0)=1, \\ f(1)=0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} 1+b=1, \\ a+b=0, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a=0, \\ b=0. \end{cases}$ 不符合题意.

综上，$f(x)=2^x-1$. ……………………………………………………………7 分

（ii）证明：假设 $[m,n]$ 是函数 $f(x)$ 的一个等域区间.

由 $k\ge a+1$，则 $a-k\le -1$，因为 $0<a<1$，所以函数 $f(x)$ 是减函数，

所以 $\begin{cases} f(m)=n, \\ f(n)=m, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} a^m+(a-k)m+b=n, \\ a^n+(a-k)n+b=m, \end{cases}$

两式相减得：$a^m-a^n+(a-k)(m-n)=n-m$.

整理得，$a^m-a^n+(a-k+1)(m-n)=0$.

因为 $m<n$，所以 $a^m>a^n$，而 $a-k+1\le 0$，

所以 $a^m-a^n+(a-k+1)(m-n)>0$，

与 $a^m-a^n+(a-k+1)(m-n)=0$ 矛盾.假设不成立.

所以函数 $f(x)$ 不存在等域区间. ……………………………………………14 分

（II） $g(x)=-\frac{1}{4}\log_2 x$ 是等域函数.

$[\frac{1}{4},\frac{1}{2}]$ 是该函数的一个等域区间.

这是因为 $g(x)$ 在 $[\frac{1}{4},\frac{1}{2}]$ 单调递减，且 $g(\frac{1}{4})=\frac{1}{2},g(\frac{1}{2})=\frac{1}{4}$，

所以当定义域为 $[\frac{1}{4},\frac{1}{2}]$ 时，值域也是 $[\frac{1}{4},\frac{1}{2}]$.

所以 $[\frac{1}{4},\frac{1}{2}]$ 是函数 $g(x)=-\frac{1}{4}\log_2 x$ 的一个等域区间. ……………………18 分