

北京汇文中学教育集团 2022-2023 学年度第二学期

期中考试

高二年级 数学学科

本试卷共 6 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案写在答题卡上，在试卷上作答无效。

一、选择题(每题 5 分，共 60 分)

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 M 满足 $\complement_U M = \{1, 3\}$ ，则 ()

- A. $2 \in M$ B. $3 \in M$ C. $4 \notin M$ D. $5 \notin M$

2. 下列求导数的运算中错误的是 ()

- A. $(3^x)' = 3^x \ln 3$ B. $(x^2 \ln x)' = 2x \ln x + x$

- C. $(\frac{\cos x}{x})' = \frac{x \sin x - \cos x}{x^2}$ D. $(\sin x \cos x)' = \cos 2x$

3. 设随机变量 $X \sim B(2, p)$ ，若 $P(X \geq 1) = \frac{5}{9}$ ，则 p 的值为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{4}{9}$

4. 某班有 4 名同学报名参加校运会的五个比赛项目，每人参加一项且各不相同，则不同的报名方法有 ()

- A. 4^5 种 B. 5^4 种 C. A_5^4 种 D. C_5^4 种

5. 设 U 为全集， A, B 是集合，则“ $A \cap B = \emptyset$ ”是“存在集合 C 使得 $A \subseteq C, B \subseteq \complement_U C$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 已知函数 $f(x) = x^3 - 2f'(1)x$ ，则 $f'(-1) =$ ()

- A. -5 B. 5 C. -1 D. 1

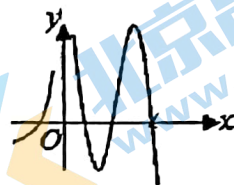
7. 已知 $(x^2 + \frac{a}{x})^5$ 的二项展开式的各项系数和为 32，则二项展开式中 x^4 的系数为

()

- A. 5 B. 10 C. 20 D. 40

8. 设 A, B 为两个事件, 已知 $P(A) = \frac{2}{3}, P(B|A) = \frac{1}{2}$, 则 $P(AB) = (\quad)$
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{2}{3}$

9. 设函数 $f(x)$ 在定义域内可导, $y=f(x)$ 的图象如图所示, 则导函数 $y=f'(x)$ 的图象可能是 ()



- A. B. C. D.

10. 下列叙述: ① 某人射击 1 次, “射中 7 环”与“射中 8 环”是互斥事件; ② 甲、乙两人各射击 1 次, “至少有 1 人射中目标”与“没有人射中目标”是对立事件; ③ 抛掷一枚硬币, 连续出现 4 次正面向上, 则第 5 次出现反面向上的概率大于 $\frac{1}{2}$; ④ 若样本数据 $2x_1+1, 2x_2+1, \dots, 2x_{16}+1$ 的方差为 8, 则数据 x_1, x_2, \dots, x_{16} 的方差为 2. 则所有正确结论的序号是 ()
- A. ①③ B. ①②④ C. ②④ D. ①②

11. 已知点 P 在函数 $f(x) = \ln x - x + 2$ 的图象上, 点 Q 在直线 $l: x + 2y - 2\ln 2 - 6 = 0$ 上, 记 $M = |PQ|^2$, 则 ()
- A. M 的最小值为 $\frac{12}{5}$ B. 当 M 最小时, 点 Q 的横坐标为 $\frac{14}{5}$
 C. M 的最小值为 $\frac{4}{5}$ D. 当 M 最小时, 点 Q 的横坐标为 $\frac{12}{5}$

12. 对于函数 $y=f(x)$, 若存在区间 $[a, b]$, 当 $x \in [a, b]$ 时的值域为 $[ka, kb]$ ($k > 0$), 则称 $y=f(x)$ 为 k 倍值函数. 若 $f(x) = e^x + 2x$ 是 k 倍值函数, 则实数 k 的取值范围是 ()
- A. $(e+1, +\infty)$ B. $(e+2, +\infty)$ C. $(e+\frac{1}{e}, +\infty)$ D. $(e+\frac{2}{e}, +\infty)$

二、填空题(每题5分,共30分)

13. 《西游记》第六十二回“涤垢洗心惟扫塔缚魔归正乃修身”，描写了一只小妖，他说：“我两个是乱石山碧波潭万圣龙王差来逼婚的，他叫做奔波儿赇，我叫做馇波儿弃。”如果这族小妖都是用这四个字以不同顺序命名，那么还可以命名_____个名字。
14. 已知 $(1+2x)^6$ 展开式的二项式系数的最大值为 a ，系数的最大值为 b ，则 $\frac{b}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$
15. 已知函数 $f(x) = x(x-c)^2$ 在 $x=2$ 处有极大值，则 $c = \underline{\hspace{2cm}}$
16. 有4个人通过掷一枚质地均匀的骰子去参加篮球和乒乓球的体育活动，掷出点数为1或2的人去打篮球，掷出点数大于2的人去打乒乓球。用 X, Y 分别表示这4个人中去打篮球和乒乓球的人数，记 $Z = |X - Y|$ ，求随机变量 Z 的数学期望 $E(Z)$ 为_____
17. 从集合 $\{a, b, c\}$ 的非空子集中随机任取两个不同的集合 M 和 N ，则 $M \cap N = \emptyset$ 的概率为_____ (结果用最简分数表示)
18. 设集合 $A = \{x | x = a^2 - b^2, a \in N, b \in N, x \in N^*\}$ ，对集合 A 中的元素从小到大排列的第101个数是_____.

三、解答题(每题12分,共60分)

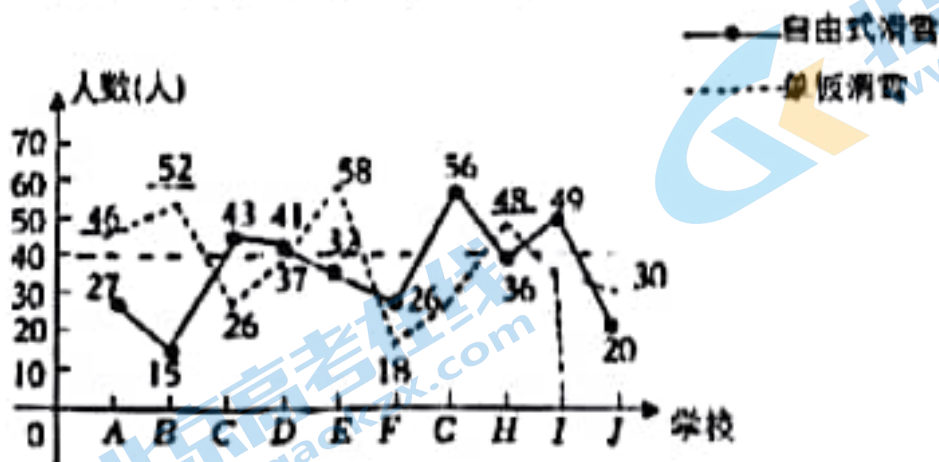
19. 已知函数 $f(x) = x^2 + x^3 - x$

- (1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线斜率为 $-\frac{4}{3}$ ，求 x_0 的值；
- (2) 求 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的最大值与最小值。

20. 某校组织防控疫情知识竞赛活动，某班经过层层筛选后剩下甲、乙两名同学争夺一个参赛名额，该班设计了一个游戏方案决定谁去参加，规则如下：一个袋中装有6个大小相同的小球，其中标号为 l 的球有 l 个 ($l=1, 2, 3$)，甲同学从6个球中随机摸取3个球记下球的标号之和后放回，乙同学再从中摸出3个球记下其标号之和，两人中所取球的标号之和多者获胜。

- (1) 求甲所取球的标号之和为7的概率；
- (2) 求甲获胜的概率。

21. 2022 年冬季奥林匹克运动会主办城市是北京，北京成为第一个举办过夏季奥林匹克运动会和冬季奥林匹克运动会以及亚洲运动会三项国际赛事的城市！为迎接冬奥会的到来，某地很多中小学开展了模拟冬奥会赛事的活动，为了深入了解学生在“自由式滑雪”和“单板滑雪”两项活动的参与情况，在该地随机选取了 10 所学校进行研究，得到如下数据：



(1) 在这 10 所学校中随机选取 3 所来调查研究，求这 3 所学校参与“自由式滑雪”都超过 40 人的概率；

(2) “单板滑雪”参与人数超过 45 人的学校可以作为“基地学校”，现在从这 10 所学校中随机选出 3 所，记 X 为选出可作“基地学校”的学校个数，求 X 的分布列和数学期望；

(3) 现在有一个“单板滑雪”集训营，对“滑行、转弯、停止”这 3 个动作技巧进行集训，且在集训中进行了多轮测试，规定：在一轮测试中，这 3 个动作中至少有 2 个动作达到“优秀”，则该轮测试记为“优秀”。在集训测试中，小明同学 3 个动作中每个动作达到“优秀”的概率均为 $\frac{1}{3}$ ，每个动作互不影响且每轮测试互不影响。如果小明同学在集训测试中要想获得“优秀”的次数的平均值达到 5 次，那么理论上至少要进行多少轮测试？

22. 已知函数 $f(x) = x^2 - a \ln x - x$, 其中常数 $a \neq 0$.

(1) 若函数 $f(x)$ 为单调函数, 求实数 a 的最大值;

(2) 如果函数 $f(x)$ 只有一个零点, 求实数 a 的取值范围.



23. 已知集合 $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 若集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_m\}$

($m \in \mathbb{N}^*$), 且对任意的 $b \in M$, 存在 $a_i, a_j \in A$ ($1 \leq i < j \leq m$), 使得

$b = \lambda_1 a_i + \lambda_2 a_j$ (其中 $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-1, 0, 1\}$), 则称集合 A 为集合 M 的一个 m 元基底.

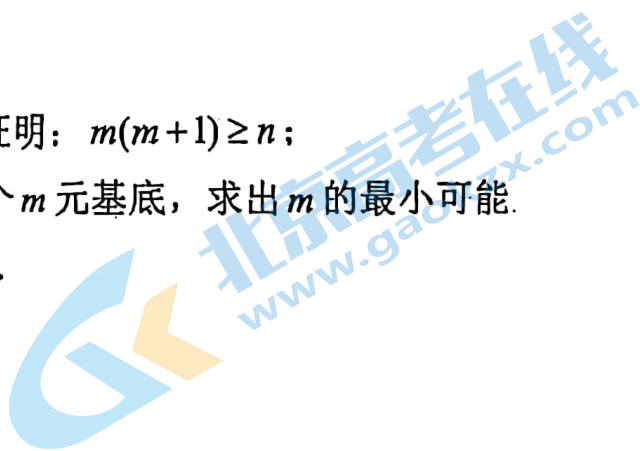
(1) 分别判断下列集合 A 是否为集合 M 的一个二元基底, 并说明理由;

① $A = \{1, 5\}$, $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$;

② $A = \{2, 3\}$, $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

(2) 若集合 A 是集合 M 的一个 m 元基底, 证明: $m(m+1) \geq n$;

(3) 若集合 A 为集合 $M = \{1, 2, 3, \dots, 19\}$ 的一个 m 元基底, 求出 m 的最小可能值, 并写出当 m 取最小值时 M 的一个基底 A .



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯