

北京市第十三中学 2021——2022 年度第一学期

期中考试高一数学试题

2021 年 11 月

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，第 I 卷第 1 页至第 3 页；第 II 卷第 3 页至第 4 页，答题纸第 1 页至第 2 页。共 150 分，考试时间 120 分钟。请在答题纸规定处书写班级、姓名、准考证号。考试结束后，将本试卷的答题纸交回。

第 I 卷（选择题共 60 分）

一、选择题（共 12 小题，每题 5 分，满分 60 分）

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{2, 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $\{1\}$

B. $\{-1\}$

C. $\{1, 2\}$

D. $\{1, 2, 3, 4\}$

2. 已知 a, b, c, d 均是实数，则“ $a+c > b+d$ ”是“ $a > b$ 且 $c > d$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. 已知命题 $P: \exists x_0 \in (1, 3), x_0^2 - 4x_0 < 0$, 则 $\neg P$ 是 ()

A. $\forall x \in (1, 3), x^2 - 4x < 0$

B. $\exists x \in (1, 3), x^2 - 4x < 0$

C. $\forall x \in (1, 3), x^2 - 4x \geq 0$

D. $\exists x \in (1, 3), x^2 - 4x \geq 0$

4. 不等式 $\frac{x-2}{x+4} < 0$ 的解集为 ()

A. $\{x | -4 < x < 2\}$

B. $\{x | -2 < x < 4\}$

C. $\{x | x > 4 \text{ 或 } x < -2\}$

D. $\{x | x > 2 \text{ 或 } x < -4\}$

5. 函数 $y = \frac{1}{x}$ 的单调减区间为 ()

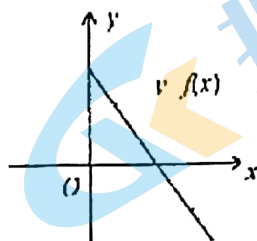
A. $(-\infty, +\infty)$

B. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

C. $(-\infty, 0) \cap (0, +\infty)$

D. $(-\infty, 0), (0, +\infty)$

6. 已知 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数，
当 $x \geq 0$ 时， $y = f(x)$ 的图象如图所示，
则下列关系正确的是 ()



- A. $f(1) > f(-2) > f(3)$ B. $f(3) > f(1) > f(-2)$
C. $f(1) > f(3) > f(-2)$ D. $f(-2) > f(1) > f(3)$
7. 在用二分法求方程 $x^3 - 2x - 1 = 0$ 的一个近似解时，已经将一根锁定在区间 $(1, 2)$ 内，
则下一步可以断定该根所在区间为 ()
- A. $\left(\frac{7}{5}, 2\right)$ B. $\left(1, \frac{7}{5}\right)$ C. $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$
8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域是 \mathbb{R} ，若对于任意两个不相等的实数 x_1, x_2 ，总有

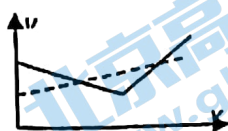
$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0 \text{ 成立，则函数 } f(x) \text{ 一定是 ()}$$

- A. 奇函数 B. 偶函数 C. 增函数 D. 减函数

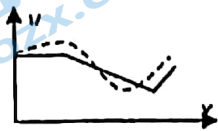
9. 已知 m, n 是方程 $2x^2 - x - 2 = 0$ 的两个实数根，则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的值为 ()

- A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. 1

10. 在股票买卖过程中，经常用到两种曲线，一种是即时价格曲线 $y = f(x)$ ，一种是
平均价格曲线 $y = g(x)$ (如 $f(2) = 3$ 表示开始交易后第 2 小时的即时价格为 3 元；
 $g(2) = 4$ 表示开始交易后两个小时内所有成交股票的平均价格为 4 元). 下面所给出的
四个图象中，实线表示 $y = f(x)$ ，虚线表示 $y = g(x)$ ，其中可能正确的是 ()



A.



B.



C.



D.

11. 函数 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 的零点个数是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

12. 已知关于 x 的函数 $|x| = \frac{2-2y}{y+1}$ 的定义域是 $[a, b]$ (a, b 为整数), 值域是 $[0, 1]$, 则

满足条件的整数数对 (a, b) 的个数为 ()

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

第Ⅱ卷 (共100分)

二、填空题 (共9小题, 每小题5分, 满分45分)

13. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$ 的定义域为_____.

14. 设函数 $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2 + 1, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(f(1))$ 的值为_____.

15. 已知函数 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上单调递增, 若 $f(2) = 2$, 则满足 $f(x-2) > 2$ 的实数 x 的取值范围是_____.

16. 已知 $x \in (1, +\infty)$, 则函数 $y = x + \frac{9}{x-1}$ 当 x 等于_____时函数有最小值为_____.

17. 函数 $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ 的值域是_____.

18. 若方程 $2ax^2 - x - 1 = 0$ 在 $(0, 1)$ 内恰有一个根, 则实数 a 的取值范围是_____.

19. 若关于 x 的不等式 $tx^2 - 2tx + 4 > 0$ 的解集为 \mathbb{R} , 则实数 t 的取值范围是_____.

20. 能够说明“若 $f(x) < f(x+1)$ 对任意的 $x \in \mathbb{R}$ 都成立, 则函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 是增函数”为假命题的一个函数是_____.

21. 用锤子以均匀的力敲击铁钉入木板, 随着铁钉的深入, 铁钉所受的阻力会越来越大, 使得每次钉入木板的钉子长度, 后一次为前一次的 $\frac{1}{k}$ ($k \in \mathbb{N}^*$), 已知一个铁钉受击 3 次后全部进入木板, 且第一次受击后进入木板部分的铁钉长度是钉长的 $\frac{4}{7}$, 则从这个事实中提炼出一个不等式组是_____.

三、解答题 (本小题共 3 小题, 满分 45 分)

22. (本小题满分 15 分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{(x+3)(4-x)}$ 的定义域为集合 A , 集合 $B = \{x \mid |x-1| < a\}$

(I) 求集合 A ;

(II) 若全集 $U = \mathbb{R}$, $a = 2$, 求 $A \cap C_U B$;

(III) 若 $B \subseteq A$, 求 a 的取值范围.

23. (本小题满分 15 分) 已知函数 $f(x) = x - \frac{4}{x}$.

(I) 判断函数的奇偶性, 并说明理由;

(II) 证明: 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增;

(III) 求函数 $f(x) = x - \frac{4}{x}$, $x \in [-4, -1]$ 的值域.

24. (本小题满分 15 分) 已知函数 $f(x) = x^2 + (2+a)x + b$, 其中 $a, b \in \mathbb{R}$.

(I) 当 $a = 1$, $b = -4$ 时, 求函数 $f(x)$ 的零点;

(II) 当 $b = 2a$ 时, 解关于 x 的不等式 $f(x) \leq 0$;

(III) 如果函数 $f(x)$ 的图象恒在直线 $y = 2x + 2$ 的上方; 证明: $b > 2$.