

“皖南八校”2022 届高三第三次联考·数学(文科)

参考答案、提示及评分细则

1. D $A = \{x | -1 < x < 3\}, B = \{x | -2 < x < 2\}$, 则 $A \cap B = \{x | -1 < x < 2\}$, 选 D.

2. B $z = \frac{1+ai}{1+i} = \frac{a+1}{2} + \frac{a-1}{2}i, a = -1$, 选 B.

3. C $S_6 = 3(a_2 + a_5) = 30$, 选 C.

4. A $a - \lambda b = (1-\lambda, 2-\lambda)$, 因为 $(a - \lambda b) \parallel c$, 所以 $4(1-\lambda) = 3(2-\lambda), \lambda = -2$, 选 A.

5. B $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, 选 B.

6. A 将函数 $y = \sin(\omega x + \frac{\pi}{4}) (\omega > 0)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到函数 $y = \sin(\omega(x - \frac{\pi}{3}) + \frac{\pi}{4})$ 的图像, 故 $\sin(\omega x - \frac{\pi}{3}\omega + \frac{\pi}{4}) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$, 故 $-\frac{\pi}{3}\omega + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z}), \omega = -6k + \frac{1}{4}$, 所以, 正数 ω 的最小值为 $\frac{1}{4}$, 故选 A.

7. D $2^9 > 3^5$, 故 $a > b$, 又 $2\sin 1 < 2\sin \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$, 故 $c < b$, 选 D.

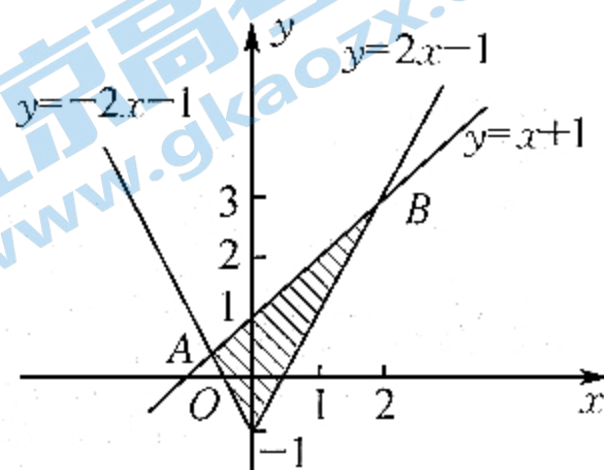
8. C $S = \frac{1}{2}bc \sin A = a^2 \sin A$, 故 $bc = 2a^2$. 又 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \geq \frac{2bc - \frac{1}{2}bc}{2bc} = \frac{3}{4}$. 等号当且仅当 $b = c$ 时取到, 选 C.

9. B 画出不等式组 $\begin{cases} y \geq 2|x| - 1, \\ y \leq x + 1 \end{cases}$

表示的平面区域如右图阴影部分所示. 要使

$z = kx - y$ 取得最大值的最优解有无数多个, 则该平行直线的斜率为

$k_{AB} = 1$, 故 $k = -1$, 选 B.



10. A 设动点 M 的坐标, 直接按题意翻译即可得到轨迹为圆. 选 A.

11. C 首先, 容易知道“ $y_1 y_2 = -p^2$ ”是“直线 AB 经过焦点 F ”的充要条件. 设直线 AB 方程为: $x = my + t$, 将其与抛物线方程得: $y^2 - 2pmy - 2pt = 0$, 由直线上两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

$$x_1 x_2 = (my_1 + t)(my_2 + t) = m^2 y_1 y_2 + tm(y_1 + y_2) + t^2 = m^2(-2pt) + tm \cdot 2pm + t^2 = \frac{p^2}{4},$$

故 $x_1 x_2 = \frac{p^2}{4} \Leftrightarrow t = \pm \frac{p}{2}$, 于是, 选 C.

$$12. A \quad f(x) = \frac{\ln(e^x + 1)}{x} = \frac{\ln(e^x + 1)}{x} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\ln(e^x + 1) - \ln e^{\frac{x}{2}}}{x} + \frac{1}{2} = \frac{\ln\left(\frac{e^x + 1}{e^{\frac{x}{2}}}\right)}{x} + \frac{1}{2} = \frac{\ln(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}})}{x} + \frac{1}{2},$$

故函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的最大值与最小值之和为 $\frac{1}{2}$, 选 A.

13. $\sqrt{2}$ 双曲线 $y^2 - x^2 = m (m \neq 0)$ 的离心率是 $\sqrt{2}$.

14. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha = \sqrt{3} \sin (\alpha - \varphi) = \sqrt{3}$, 其中 $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$, $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

又 $\alpha - \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 故 $\tan \alpha = -\frac{1}{\tan \varphi} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

15. 2 由线面平行的性质知, 点 F, G, H 分别为棱 BD, AD, AC 的中点, 故四边形 $EFGH$ 的周长为 2.

16. -1 $f(x) = \cos 2x + m \cos x = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1 - 2\cos^2 x}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} - 2\cos x$, 记 $\cos x = t, 0 < t \leq 1$. 而 $g(t) = \frac{1}{t} - 2t$

在 $(0, 1]$ 上单调减, 故实数 m 的最小值是 $g(1) = -1$.

17. 解: (1) 记数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 由 $S_2 = 24, a_3 = 54$ 知 $a_1 + a_1 q = 24, a_1 q^2 = 54$, 消去 a_1 得 $4q^2 - 9q - 9 = 0$.

解得 $q = -\frac{3}{4}$ 或 $q = 3$. 又 $\{a_n\}$ 各项均为正数, 故 $q = 3, a_1 = 6$, 于是 $a_n = 2 \cdot 3^n$ 6 分

(2) 由 (1) 知, 及 $S_n = \frac{6 \cdot (1 - 3^n)}{1 - 3} = 3^{n+1} - 3$, 故 $b_n = \log_3 (S_n + 3) = n + 1$,

$$\frac{1}{b_n b_{n+1}} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2},$$

所以 $T_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{n}{2n+4}$ 12 分

18. 解: (1) $\because AD \parallel l$, 且 $AD \notin$ 平面 $PBE, l \subset$ 平面 PBE ,

$\therefore AD \parallel$ 平面 PBE . 而 $AD \subset$ 平面 $ABCD$, 平面 $ABCD \cap$ 平面 $PBE = BE, \therefore AD \parallel BE$.

又由 $AB \parallel ED, \therefore$ 四边形 $ABED$ 为平行四边形,

$\therefore AB = DE$. 注意到 $CD = 2AB$, 故点 E 是线段 CD 的中点. 6 分

(2) 由 (1) 知四边形 $ABED$ 为平行四边形,

又 $\because BC = BD, \therefore BE \perp CD, \therefore$ 四边形 $ABED$ 是矩形, $\therefore AB \perp AD$.

$\because PA \perp AB$ 且 $AD \cap AP = A, \therefore AB \perp$ 平面 PAD .

$\therefore V_{P-ABD} = V_{B-ADP} = \frac{1}{3} S_{\triangle ADP} \cdot AB = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 12 分

19. 解: (1) $y = ce^{dx}$, 散点图中点的分布不是一条直线, 相邻两点在 y 轴上差距是增大的趋势, 故用 $y = ce^{dx}$ 表示更合适. 4 分

(2) 由 $y = ce^{dx}$ 得 $\ln y = \ln ce^{dx} = \ln c + dx$, 设 $u = \ln y$,

$$\therefore u = \ln c + dx, \therefore x = 3.50, \sum_{i=1}^6 (x_i - x)^2 = 17.50, \sum_{i=1}^6 (x_i - x)(u_i - u) = 6.73, u = 2.85,$$

$$\therefore \hat{d} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x)(u_i - u)}{\sum_{i=1}^n (x_i - x)^2} = \frac{6.73}{17.50} \approx 0.38, \hat{a} = u - \hat{d}x = 2.85 - 0.38 \times 3.50 = 1.52, \ln c = u - 0.38x = 2.58 -$$

$$0.38 \times 3.50 = 1.52,$$

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯 (微信号: bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息.

预测该公司 8 月份的销售收入 $y = e^{1.52} e^{0.38 \times 8} = e^{4.56} \approx 95.58$ 百万元. 12 分

20. 解: (1) $f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{k}{x^2} = \frac{x-k}{x^2} (x > 0)$.

\because 函数 $f(x)$ 图象的切线倾斜角总是锐角, $\therefore f'(x) > 0$ 对一切正数 x 恒成立, 即 $x > k$ 恒成立, 于是 $k \leq 0$.

..... 4 分

(2) 因为对任意的 $x > 1, f(x) > 0$ 恒成, 即 $k(x-1) < x+x \ln x \Leftrightarrow k < \frac{x+x \ln x}{x-1}$ 对任意 $x > 1$ 恒成立.

令 $g(x) = \frac{x+x \ln x}{x-1}$, 则 $g'(x) = \frac{x-\ln x-2}{(x-1)^2}$, 令 $h(x) = x-\ln x-2 (x > 1)$, 则 $h'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x} > 0$,

\therefore 函数 $h(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增,

$\therefore h(3) = -\ln 3 < 0, h(4) = 2 - 2 \ln 2 > 0$,

\therefore 方程 $h(x) = 0$ 在 $(1, +\infty)$ 上存在唯一实根 x_0 , 且满足 $x_0 \in (3, 4)$,

当 $1 < x < x_0$ 时, $h(x) < 0$, 即 $g'(x) < 0$, 当 $x > x_0$ 时, $h(x) > 0$, 即 $g'(x) > 0$,

\therefore 函数 $g(x) = \frac{x+x \ln x}{x-1}$ 在 $(1, x_0)$ 上单调递减, 在 $(x_0, +\infty)$ 上单调递增,

$\therefore x_0$ 是 $h(x) = 0$ 的根, 即 $x_0 - \ln x_0 - 2 = 0$,

$\therefore [g(x)]_{\min} = g(x_0) = \frac{x_0(1+\ln x_0)}{x_0-1} = \frac{x_0(1+x_0-2)}{x_0-1} = x_0 \in (3, 4)$,

$\therefore k < g(x)_{\min} = x_0, \therefore x_0 \in (3, 4)$, 故整数 k 的最大值为 3. 12 分

21. 解: (1) \because 椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}, \therefore \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{2}$, 即 $\frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{2}$ ①,

又椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 过点 $A(\sqrt{2}, 1), \therefore \frac{2}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1$ ②,

由①②解得 $\begin{cases} a=2, \\ b=\sqrt{2} \end{cases}$, 故椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ 4 分

(2) 将直线 BC 方程: $y = k(x - \sqrt{2})$ 代入椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ 中, 得 $(2k^2 + 1)x^2 - 4\sqrt{2}k^2x + 4k^2 - 4 = 0$.

记 $B(x_1, y_1), C(x_2, y_2)$, 有 $\Delta > 0$, 且 $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{4\sqrt{2}k^2}{2k^2 + 1}, \\ x_1 x_2 = \frac{4k^2 - 4}{2k^2 + 1}. \end{cases}$ ①

于是, $k_1 + k_2 = \frac{y_1 - 1}{x_1 - \sqrt{2}} + \frac{y_2 - 1}{x_2 - \sqrt{2}} = \frac{(kx_1 - \sqrt{2}k - 1)(x_2 - \sqrt{2}) + (kx_2 - \sqrt{2}k - 1)(x_1 - \sqrt{2})}{(x_1 - \sqrt{2})(x_2 - \sqrt{2})}$
 $= \frac{2kx_1x_2 - (2\sqrt{2}k + 1)(x_1 + x_2) + 2\sqrt{2}(\sqrt{2}k + 1)}{x_1x_2 - \sqrt{2}(x_1 + x_2) + 2}$.

将①式代入上式得 关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。

$$k_1 + k_2 = \frac{2k(4k^2 - 4) - 4\sqrt{2}k^2(2\sqrt{2}k + 1) + 2\sqrt{2}(\sqrt{2}k + 1)(2k^2 + 1)}{4k^2 - 4 - 8k^2 + 2(2k^2 + 1)} = \frac{-4k + 2\sqrt{2}}{-2} = 2k - \sqrt{2}.$$

于是, $k_1 + k_2 - 2k = -\sqrt{2}$ 12 分

22. 解: (1) 由直线 l 的参数方程, 消去参数 t , 得直线 l 的普通方程为 $x - y + 3 = 0$.

由 $\rho^2 = x^2 + y^2$, $\rho \cos \theta = x$, 得曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2 + y^2 + 2x - m = 0$ 5 分

(2) 将直线 l 的参数方程改写为标准形式:
$$\begin{cases} x = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$$
 并代入曲线 C 的直角坐标方程,

并整理得 $t^2 + 2\sqrt{2}t + 3 - m = 0$. (*)

设 t_1, t_2 是方程 (*) 的两个根, 则有 $\Delta > 0$, $t_1 + t_2 = -2\sqrt{2}$, $t_1 t_2 = 3 - m$.

由题意, 不妨设 $t_1 = -2t_2$, $\therefore t_2^2 = 8$.

又 $-2t_2^2 = 3 - m$, 故 $m = 19$ 10 分

23. 解: (1) 当 $a = 2$ 时, $f(x) = |x + 2| - |x - 1|$, $f(x) > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \text{ 时,} \\ 3 > 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x \leq -2 \text{ 时,} \\ -3 > 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} -2 < x < 1 \text{ 时,} \\ 2x + 1 > 2. \end{cases}$

从而, 原不等式的解集为 $(\frac{1}{2}, +\infty)$ 5 分

(2) 当 $x \in [0, 2]$ 时, $f(x) < |x - 4| \Leftrightarrow |x + a| - |x - 1| < 4 - x$. ①

当 $1 \leq x \leq 2$ 时, $|x + a| < 3$, 即 $-3 < x + a < 3 \Leftrightarrow -3 - x < a < 3 - x$ 恒成立.

$\therefore 1 \leq x \leq 2$, 故 $-4 < a < 1$. ②

当 $0 \leq x < 1$ 时, $|x + a| < 5 - 2x$, 即 $2x - 5 < x + a < 5 - 2x \Leftrightarrow x - 5 < a < 5 - 3x$ 恒成立.

$\therefore 0 \leq x < 1$, 故 $-4 \leq a \leq 2$.

综上所述, 实数 a 的取值范围是 $(-4, 1)$ 10 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018