

2022 北京通州高二（上）期末

数 学

2022.01

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上一点 P 到一个焦点的距离为 3，则 P 到另一个焦点的距离是

- (A) 47 (B) 7 (C) 5 (D) 2

(2) 已知双曲线 $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ ，则双曲线的离心率为

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (C) $\frac{9}{5}$ (D) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

(3) 已知双曲线 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$ ，则双曲线的渐近线方程为

- (A) $y = \pm x$ (B) $y = \pm\sqrt{2}x$ (C) $y = \pm 2x$ (D) $y = \pm 4x$

(4) 设 $m = -8$ ， $n = -2$ ，则 m 与 n 的等比中项为

- (A) 4 (B) -4 (C) ± 4 (D) -5

(5) 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d < 0$ ，且 $a_2 \cdot a_4 = 12$ ， $a_1 + a_5 = 8$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是

- (A) $a_n = 2n - 2, n \in \mathbf{N}^*$ (B) $a_n = 2n + 4, n \in \mathbf{N}^*$
 (C) $a_n = -2n + 12, n \in \mathbf{N}^*$ (D) $a_n = -2n + 10, n \in \mathbf{N}^*$

(6) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_n = 2^n - 1 (n \in \mathbf{N}^*)$ ，则 $a_5 =$

- (A) 32 (B) 31 (C) 16 (D) 15

(7) 设抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F ，点 P 为抛物线 C 上一点，点 M 坐标为 $(2, 1)$ ，则 $|PF| + |PM|$ 的最小值为

- (A) $\sqrt{2} + 1$ (B) 3 (C) 16 (D) 15

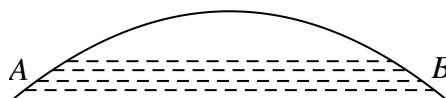
(8) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - kn + 5$ ，则“ $k \leq 2$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 为单调递增数列”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(9) 如图是抛物线拱形桥，当水面在 AB 时，拱顶离水面 4 m，水面宽 $AB = 20$ m，若水面上升 0.8 m，则水面宽是（结果精确到 0.1 m）

（参考数值： $\sqrt{2} \approx 1.41, \sqrt{3} \approx 1.73, \sqrt{5} = 2.24$ ）

- (A) 9.0 m (B) 17.3 m (C) 17.9 m (D) 21.9 m



(10) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 3$, $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2}, & \text{当 } a_n \text{ 为偶数时,} \\ 3a_n + 1, & \text{当 } a_n \text{ 为奇数时,} \end{cases}$ 则 $a_{2022} =$

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

(11) 已知等比数列 $\{a_n\}$, $a_1 = 1, a_4 = 64$, 则公比 $q =$ _____.

(12) 若曲线 $C: mx^2 + (2-m)y^2 = 1$ 是焦点在 y 轴上的双曲线, 则 m 的一个取值为 _____.

(13) 设数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 若 $a_2 + a_5 + a_8 = 15$, 则 $a_5 =$ _____.

(14) 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 2a_2 + 2^2a_3 + \dots + 2^{n-1}a_n = (n-1)2^n + 1$, 则 $a_1 =$ _____, $a_n =$ _____.

(15) 设 O 为坐标原点, 点 P 是 $\odot O_1: x^2 + y^2 = 16$ 上一个动点, D 为 $\odot O_2: x^2 + y^2 = 4$ 与线段 OP 的交点, 经点 P 作 x 轴的垂线 l , 经点 D 作直线 l 垂线, Q 为垂足. 则点 Q 的轨迹方程为 _____.

(16) 已知曲线 $W: \sqrt{x^2 + y^2} + |y| = 1$. 关于曲线 W 有四个结论:

- ① 直线 $y = x$ 是曲线 W 的一条对称轴.
- ② 曲线 W 是中心对称图形.
- ③ 设曲线 W 所围成的区域面积 S , 则 $1 < S < 2$.

④ 曲线 W 上的点到原点距离的最小值是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

则其中所有正确的结论序号是 _____.

三、解答题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

(17) (本小题 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_2 = 3$, $S_5 = 25$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $b_n = a_n + 2^{n-1}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

(18) (本小题 13 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 C 的焦点 F 与椭圆 $W: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$ 的右焦点重合

(I) 求椭圆 W 的离心率;

(II) 求抛物线 C 的方程;

(III) 设 A 是抛物线 C 上一点, 且 $|AF| = 6$, 求点 A 的坐标.

(19) (本小题 13 分)

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $\{b_n\}$ 为各项均为正数的等比数列, 且 $a_1 = b_1 = 1$, $a_6 = 3b_2$, 再从条件①:

$a_5 = 5(a_4 - a_3)$; ②: $b_5 = 4(b_4 - b_3)$; ③: $S_8 = 6S_3$ 这三个条件中选择一个作为已知,

解答下列问题:

(I) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $c_n = \frac{1}{S_n}$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求证: $T_n < 2$.

(20) (本小题 13 分)

已知直线 $y = ax + 1$ 与双曲线 $3x^2 - y^2 = 1$ 交于 A, B 两点, O 为坐标原点.

(I) 当 $a = 1$ 时, 求线段 AB 的长;

(II) 若以 AB 为直径的圆经过坐标原点 O , 求 a 的值.

(21) (本小题 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 点 $A(0, 1)$ 在椭圆 C 上, 直线 $l: y = kx + t (k \neq 0)$ 与 C 交于 M, N 两点.

(I) 求椭圆 C 的方程及焦点坐标;

(II) 若线段 MN 的垂直平分线经过点 A , 求 k 的取值范围.

(22) (本小题 15 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1$, 且 $S_{n-1} + S_n + S_{n+1} = 3n^2 + 2$, ($n \in \mathbf{N}^*$, $n \geq 2$).

(I) 若 $a_2 = 3$.

(i) 求 S_7 ;

(ii) 求证数列 $\{a_n\}$ 成等差数列.

(II) 若数列 $\{a_n\}$ 为递增数列, 且 $S_{3k} = 225$, 试求满足条件的所有正整数 k 的值.

北京高一高二高三期末试题下载

北京高考资讯整理了【2022年1月北京各区各年级期末试题&答案汇总】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【北京高考资讯】公众号，对话框回复【期末】或者底部栏目<试题下载→期末试题>，进入汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

