



扫码领取

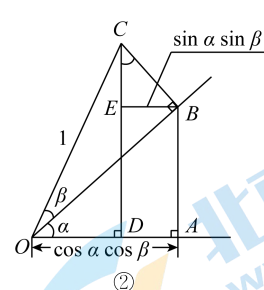
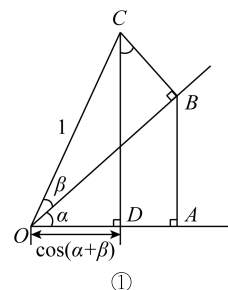
- ★会员服务
- ★复习精讲
- ★高中必刷题
- ★错题整理

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。共 4 页,总分 150 分,考试时间 120 分钟。

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合 $M = \{x \in \mathbf{Z} | x^2 < x + 12\}$, $N = \{x \in \mathbf{Z} | -1 < x < 6\}$, 则 $M \cap N =$
 - $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
 - $\{x | -1 < x < 4\}$
 - $\{0, 1, 2, 3\}$
 - $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
- 已知 $z(-2i) = \bar{z} + 3i$, 则 $z =$
 - $-2-i$
 - $-2+i$
 - $1-2i$
 - $1+2i$
- 已知圆锥 P_1O_1, P_2O_2 的底面半径之比为 2, 母线长之比为 $\frac{2}{3}$, 则圆锥 P_1O_1, P_2O_2 的侧面积之比为
 - $\frac{1}{3}$
 - $\frac{3}{4}$
 - $\frac{4}{3}$
 - 3
- 已知 $a = 2^{0.99}$, $b = \log_1 3 + 2 \log_3 2$, $c = \frac{\sqrt{15}}{4}$, 则
 - $a < b < c$
 - $a < c < b$
 - $c < b < a$
 - $c < a < b$
- 已知等比数列 $\{a_n + 1\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1, S_3 = 26$, 则 $a_4 =$
 - 129 或 53
 - 127 或 55
 - 129 或 55
 - 127 或 53
- 帕普斯(Pappus):古希腊数学家,伟大的几何学家,著有《数学汇编》.此书对数学史具有重大的意义,是对前辈学者的著作作了系统整理,并发展了前辈的某些思想,保存了很多古代珍贵的数学证明的资料.如图①,图②,利用帕普斯的几何图形直观证明思想,能简明快捷地证明一个数学公式,这个公式是

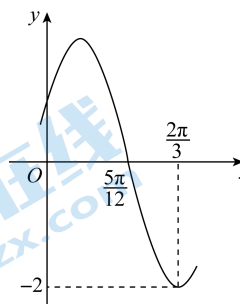


- $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

- 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 直线 l 经过点 F 交 C 于 A, B 两点, 点 A 在第一象限, 点 A 在 y 轴上的射影为 M . 若 $\triangle AMF$ 的面积为 8, 则 $\frac{|FA|}{|FB|} =$
 - 3
 - 4
 - $\frac{9}{2}$
 - 5
- 某公司在 x 年的销售额 y (单位: 万元) 如下表, 根据表中数据用最小二乘法得到的回归方程为 $\hat{y} = 4x + 9$, 则当关于 a, b 的表达式 $\sum_{k=1}^6 (y_k - bk - a)^2$ 取到最小值时, $a + b =$

x	2017	2018	2019	2020	2021	2022
y	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6

- 5
 - 13
 - 8 059
 - 8 077
- 二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。
- 若圆 C 与直线 $3x - 4y - 12 = 0$ 相切, 且与圆 $x^2 - 2x + y^2 = 0$ 相切于点 $A(2, 0)$, 则圆 C 的半径为
 - 5
 - 3
 - $\frac{5}{3}$
 - $\frac{3}{4}$
 - 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$) 的部分图象如图所示, 则下列结论正确的是



- $\varphi = \frac{\pi}{6}$
 - $\omega = 1$
 - $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$
 - $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称
11. 声强级 L_I (单位: dB) 由公式 $L_I = a + b \lg I$ 给出, 其中 I 为声强 (单位: W/m^2), 不同声的声强级如下表, 则

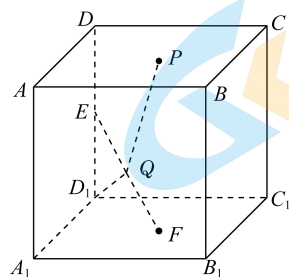
$I/(\text{W}/\text{m}^2)$	正常人能忍受最高声强 1	正常人能忍受最低声强 10^{-12}	正常人平时谈话声强 10^{-6}	某人谈话声强 I_T
L_I/dB	120	0	$L_{\text{正常}}$	80

- $L_I = 10 \lg \frac{I}{10^{12}}$
 - $I = (\sqrt[10]{10})^{L_I - 120}$
 - $L_{\text{正常}} = 60$
 - $I_T = 10^{-8}$
12. 已知 $f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的奇函数, $f(1+x)$ 为偶函数, 则
- $f(-2-x) + f(x) = 0$
 - $f(1-x) = f(1+x)$
 - $f(x+2) = f(x-2)$
 - $f(2023) = 0$

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

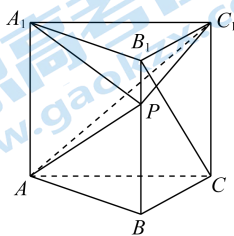
三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 已知向量 a, b, c 满足 $|a| = \sqrt{10}, b = (-1, 4), c = (2, 3)$, 若 $a - c = \lambda b$, 则实数 λ 的值为_____.
14. 某校期末统考数学成绩服从正态分布 $N(76, 16)$. 按 15%, 35%, 35%, 15% 的比例将考试成绩划为 A, B, C, D 四个等级, 其中分数大于或等于 83 分的为 A 等级, 则 B 等级的分数应为_____. (用区间表示)
15. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$, 点 $A(m, 0) (m > 2)$, 若对于 C 上的任意一点 P , 在 C 上存在点 Q 满足 $|AP| \cdot |AQ| = 2$, 则实数 m 的值为_____.
16. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长是 3, E 是棱 DD_1 上的动点, P, F 分别是上、下底面上的动点, Q 是 EF 的中点, $EF = 2$, 则 $PB_1 + PQ$ 的最小值是_____.



四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)
记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 面积为 S , 且 $2S = \vec{AC} \cdot \vec{AB}$.
(1) 求 A ;
(2) 若 $4\sin C = 3\sqrt{2}\sin B, a = \sqrt{5}$, 求 b, c .
18. (12 分)
如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 点 P 满足 $\vec{BB_1} = \lambda \vec{BP}$, 其中 $\lambda > 1, BB_1 = 2AB = 4$.
(1) 是否存在 λ , 使得 $A_1P \perp B_1C$? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 说明理由;
(2) 当 $\lambda = 2$ 时, 求平面 PA_1C_1 与平面 PAC_1 的夹角的余弦值.



19. (12 分)

记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 数列 $\{\sqrt{2S_n}\}$ 也是等差数列, 且两数列的公差均为 d ($d \neq 0$).

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 求 $\left\{ \frac{a_n + d}{S_n \cdot S_{n+1}} \right\}$ 的前 n 项和 T_n .

20. (12 分)

某学校拟开展一次趣味运动比赛, 比赛由若干个传统项目和新增项目组成, 每位运动员共需参加 3 个运动项目. 对于每一个传统项目, 若没有完成, 得 0 分; 若完成了, 得 30 分. 对于新增项目, 若没有完成, 得 0 分; 若只完成了 1 个, 得 40 分, 若完成了 2 个, 得 90 分. 最后得分越多者, 获得的奖金越多. 现有两种参赛方案供运动员选择:

- 【方案一】只参加 3 个传统项目;
【方案二】参加 1 个传统项目和 2 个新增项目.

假设运动员能完成每个传统项目的概率均为 $\frac{1}{2}$, 能完成每个新增项目的概率均为 $\frac{1}{3}$, 且

运动员参加的每个项目是否能完成相互独立.

- (1) 若运动员选择方案一, 设最后得分为 X , 求 X 的分布列与期望;
(2) 若以最后得分的数学期望为依据, 运动员应选择哪个参赛方案? 说明你的理由.

21. (12 分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 左顶点的坐标为 $(-2, 0)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

- (1) 求双曲线 C 的方程;
(2) 若 A_1, A_2 分别是双曲线的左、右顶点, T 是双曲线 C 上异于 A_1, A_2 的一个动点, 直线 TA_1, TA_2 分别与直线 $x = 1$ 交于 Q_1, Q_2 两点, 问以 Q_1Q_2 为直径的圆是否过定点, 若是, 求出定点; 若不是, 请说明理由.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = x \left(\ln x - \frac{1}{3}x^2 - ax - 1 \right)$.

- (1) 若 $a = \frac{1}{2}$, 判断 $f(x)$ 的单调性;
(2) 若 $f(x)$ 有两个不同的极值点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 证明: $x_1x_2 + \ln x_1 + \ln x_2 > 1$.