

2021 北京八中高 一（下） 期末

数 学

年级：高一科目：数学

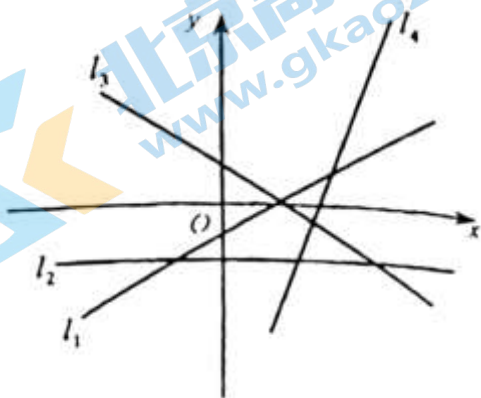
考试时间 120 分钟，满分 150 分

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1.在复平面内，复数 $z=i^2+i$ 对应的点在（ ）

- A.第一象限 B.第二象限 C.第三象限 D.第四象限

2.如图所示，下列四条直线中，斜率最大的是（ ）



- A. l_1 B. l_2 C. l_3 D. l_4

3.直线 $y=2x-2$ 与直线 l 关于 y 轴对称，则直线 l 的方程为（ ）

- A. $y=-2x-2$ B. $y=-2x+2$
C. $y=2x+2$ D. $y=\frac{1}{2}x-1$

4.已知 $\alpha \in (\pi, 2\pi)$ ，且 $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ ，则 $\frac{\sin(2\pi-\alpha)\cos(\pi-\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)}$ 的值为（ ）

- A. $-\frac{4}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

5.已知平面 $\alpha \perp$ 平面 β ， $\alpha \cap \beta = l$ ，则下列结论中正确的是（ ）

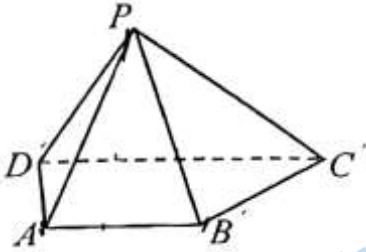
- A.若直线 $m \perp$ 平面 α ，则 $m \parallel \beta$
B.若平面 $\gamma \perp$ 平面 α ，则 $\gamma \parallel \beta$
C.若直线 $m \perp$ 直线 l ，则 $m \perp \beta$

D.若平面 γ 上直线 l ,则 $\gamma \perp \beta$

6.正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, AC 和 A_1D 所成角的大小是()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

7.如图,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是梯形, $AB \parallel CD$,若平面 $PAD \cap$ 平面 $PBC = l$,则()

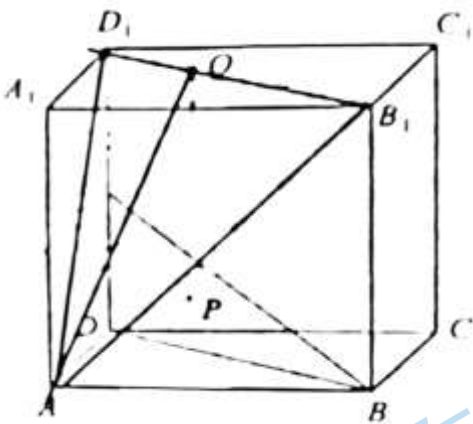


- A. $l \parallel CD$ B. $l \parallel BC$ C. l 与直线 AB 相交 D. l 与直线 AD 相交

8.下列关于 $\triangle ABC$ 的命题中,正确的是()

- A.若 $\sin 2A = \sin 2B$,则 $\triangle ABC$ 是等腰三角形
B.若 $\sin A = \cos B$,则 $\triangle ABC$ 是直角三角形
C.若 $\cos A \cos B \cos C < \sin A \sin B \sin C$,则 $\triangle ABC$ 是钝角三角形
D.若 $\cos(A-B)\cos(B-C)\cos(C-A) = 1$,则 $\triangle ABC$ 是等边三角形

9.如图,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1,点 E 为 DD_1 的中点,点 P 为 $\triangle BDE$ 内部一动点, P 点到平面 $A_1B_1C_1D_1$ 的正射影为点 Q ,则 Q 到点 A 的距离的最小值为()



- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. 1

10.在平面直角坐标系中,已知点 $P(a,b)$ 满足 $|a|+|b|=1$,记 d 为点 P 到直线 $x-my-2=0$ 然距离.当 a,b,m 变化时, d 的最大值为()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题共5小题,每小题5分,共25分.

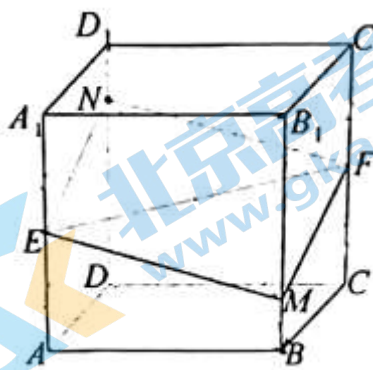
11. 已知 i 为虚数单位, 复数 $z = \frac{\sqrt{3}+i}{(1-\sqrt{3}i)^2}$, 则 $|\bar{z}| =$ _____.

12. 已知直线 $x+2y-3=0$ 和 $2x+my+1=0$ 互相平行, 则它们之间的距离是 _____.

13. 一个圆柱和它的内切球的体积的比值为 _____.

14. 已知向量 $\vec{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, $\vec{b} = (\cos \beta, \sin \beta)$, 且 $\vec{a} \neq \vec{b}$, 那么 $\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a} - \vec{b}$ 的夹角大小是 _____.

15. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, E, F 分别是棱 AA_1, CC_1 的中点, 过直线 E, F 的平面分别与棱 BB_1, DD_1 交于 M, N , 设 $BM = x, x \in [0, 1]$, 给出以下四个结论:



- ① 平面 $MENF \perp$ 平面 BDD_1B_1 ;
- ② 当且仅当 $x = \frac{1}{2}$ 时, 四边形 $MENF$ 的面积最小;
- ③ 四边形 $MENF$ 的周长 $L = f(x), x \in [0, 1]$ 是单调函数;
- ④ 四棱锥 $C_1 - MENF$ 的体积 $V = h(x)$ 为常值函数.

其中, 所有错误结论的序号是 _____.

三、解答题本大题共 6 小题, 共 85 分, 解答应写出文字说明, 证明过程取演算步骤.

16. (本小题 13 分)

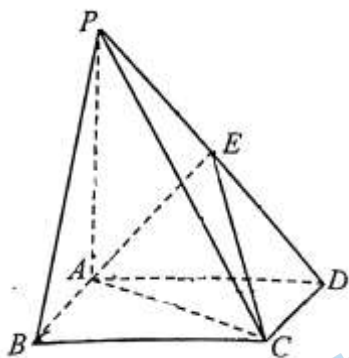
已知函数 $f(x) = 2\cos 2x + \sin^2 x - 4\cos x$

(1) 求 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 的值;

(2) 求 $f(x)$ 的最大值和最小值.

17.(本小题 15 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $PA = AD = 2$, 点 E 为线段 PD 的中点.



- (1) 求证: $PB \parallel$ 平面 AEC ;
- (2) 求证: $AE \perp$ 平面 PCD ;
- (3) 求三棱锥 $A-PCE$ 的体积.

18.(本小题 14 分)

已知 $\triangle ABC$ 中, $A(1, -1), B(-1, 3), \angle A = 90^\circ, C$ 在 x 轴上, 点 P 是 BC 边上一动点, 点 A 关于 P 的对称点为 D .

- (1) 求 BC 边所在直线的方程;
- (2) 当 P 与 B, C 不重合时, 求四边形 $ABDC$ 的面积;
- (3) 直接写出 $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD}$ 的取值范围.

19.(本小题 14 分)

已知 $\triangle ABC$ 同时满足下列四个条件中的三个:

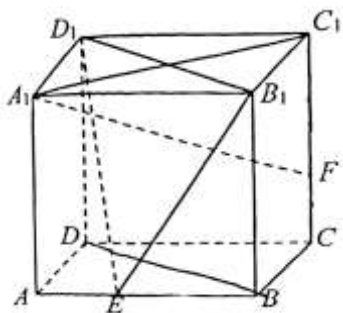
① $A = \frac{\pi}{3}$; ② $\cos B = -\frac{2}{3}$; ③ $a = 7$; ④ $b = 3$.

- (1) 请指出这三个条件, 并说明理由;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

20.(本小题 14 分)

如图, 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 点 E 是棱 AB 上的动点, F 是棱 CC_1 上一点,

$$CF : FC_1 = 1 : 2$$



(1) 求证 $B_1D_1 \perp A_1F$;

(2) 若直线 $A_1F \perp$ 平面 B_1D_1E , 试确定点 E 的位置, 并证明你的结论;

(3) 设点 P 在正方体的上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 上运动, 求总能使 BP 与 A_1F 垂直的点 P 所形成的轨迹的长度(直接写出答案)

21.(本小题 14 分)

在平面直角坐标系中, 定义 $d(A, B) = \max\{|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|\}$ 为两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 的“切比雪夫距离”, 又设点 P 及直线 l 上任一点 Q , 称 $d(P, Q)$ 的最小值为点 P 到直线 l 的“切比雪夫距离”, 记作 $d(P, l)$.

(1) 已知点 $P(3, 1)$ 和直线 $l: 2x - y - 1 = 0$, 求 $d(P, l)$;

(2) 求证: 对任意三点 A, B, C , 都有 $d(A, C) + d(C, B) \geq d(A, B)$;

(3) 定点 $C(x_0, y_0)$, 动点 $P(x, y)$ 满足 $d(C, P) = r (r > 0)$, 请求出点 P 所在的曲线所围成图形的面积.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯