2023 届高三开学摸底考试数学试题

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

（1）已知集合 $A=\{1,a\},B=\{2,3,4\}$，且 $A\cup$ 　　　 $,3,4\}$，则实数 a 取值的集合是

（A）$\{1,2,3,4\}$　　（B）$\{2,3,4\}$

（C）$\{2\}$　　（D）$\{3\}$

（2）若复数 z 满足 $z(1+\mathrm{i})=1-\mathrm{i}$，则 $|z|=$

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）3i

（3）在 $(2x+1)^5$ 的展开式中，x^2 的系数是

（A）10　　（B）20　　（C）40　　（D）-5

（4）下列函数中，既是偶函数又在 $(0,2)$ 上单调递减的是

（A）$y=x^2-4$　　（B）$y=-x^3$　　（C）$y=\cos x$　　（D）$y=|x|+\dfrac{1}{|x|}$

（5）《周髀算经》中有这样一个问题：冬至、小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种这十二个节气，自冬至日起，其日影长依次成等差数列，立春当日日影长为9.5 尺，春分当日日影长为 6 尺，则立夏当日日影长为

（A）16.5 尺　　（B）13 尺　　（C）3.5 尺　　（D）2.5 尺

（6）已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的焦距为 20，点 $P(2,1)$ 在 C 的渐近线上，则双曲线 C 的方程为

（A）$\dfrac{x^2}{20}-\dfrac{y^2}{5}=1$　　（B）$\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{20}=1$

（C）$\dfrac{x^2}{20}-\dfrac{y^2}{80}=1$　　（D）$\dfrac{x^2}{80}-\dfrac{y^2}{20}=1$

（7）“$b\le 3$”是“直线 $y=x+b$ 与圆 $x^2+(y-1)^2=2$ 相交”的

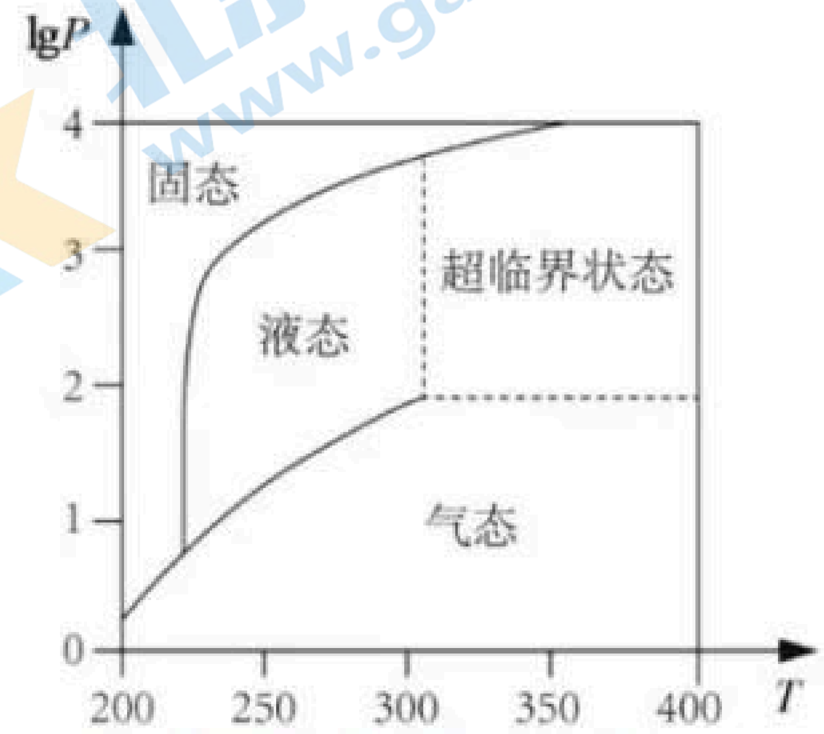
（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（8）正四面体 $A-BCD$ 的棱长为 1，现将正四面体 $A-BCD$ 绕着 AB 旋转，则 $A-BCD$ 所经过的区域构成的几何体的体积为

（A）$\dfrac{3\pi}{4}$　　（B）$\dfrac{\pi}{2}$　　（C）$\dfrac{\pi}{3}$　　（D）$\dfrac{\pi}{4}$

（9）在北京冬奥会上，国家速滑馆“冰丝带”使用高效环保的二氧化碳跨临界直冷制冰技术，为实现绿色冬奥作出了贡献，如图描述了一定条件下二氧化碳所处的状态与 T 和 $\lg P$ 的关系，其中 T 表示温度，单位是 K； P 表示压强，单位是 bar，下列结论中正确的是



（A）当 $T=210$， $P=126$ 时，二氧化碳处于固态

（B）当 $T=270$， $P=128$ 时，二氧化碳处于气态

（C）当 $T=300$， $P=9987$ 时，二氧化碳处于超临界状态

（D）当 $T=360$， $P=729$ 时，二氧化碳处于气态

（10）在 $\triangle ABC$ 中，$AC=3$，$BC=4$，$\angle C=90°$．P 为 $\triangle ABC$ 内部及边界上的动点，且 $PC=1$，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的取值范围是

（A）$[-5,3]$　　　　（B）$[-4,-2]$

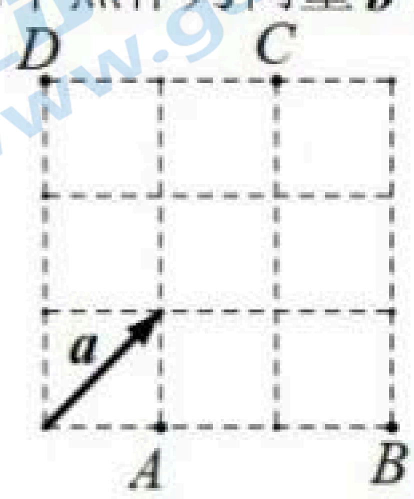
（C）$[-3,5]$　　　　（D）$[-4,6]$

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

（11）抛物线 $y^2=4x$ 的焦点到其准线的距离为____.

（12）在△ ABC 中，$b=4, c=2, \cos A=\dfrac{1}{4}$，则 $a=$____，△ ABC 的面积 $S_{\triangle ABC}=$____.

（13）如图，网格纸上小正方形的边长为1．从 A,B,C,D 四点中任取两个点作为向量 $\boldsymbol{b}$ 的始点和终点，则 $\boldsymbol{a}\cdot\overrightarrow{DC}=$____； $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的最大值为____.



（14）无穷等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和记为 S_n．若 $\{a_n\}$ 是递减数列，而 $\{S_n\}$ 是递增数列，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式可以为____.

（15）设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+4x+3, & x\leqslant 0,\\ 1+\log_3 x, & x>0.\end{cases}$ 给出下列四个结论：

①函数 $f(x)$ 的值域是 $[-1,+\infty)$；

②对 $\forall t>0$，方程 $f(x)=t$ 至少有 2 个实数根；

③$\exists x_0>0$，使得 $f(-x_0)=f(x_0)$；

④若互不相等的实数 x_1,x_2,x_3 满足 $f(x_1)=f(x_2)=f(x_3)$，则 $x_1+x_2+x_3$ 的取值范围是 $(-\dfrac{35}{9},5]$.

其中所有正确结论的序号是__________.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 13 分）

已知函数 $f(x)=\sin 2x+2\cos^2 x+m$.

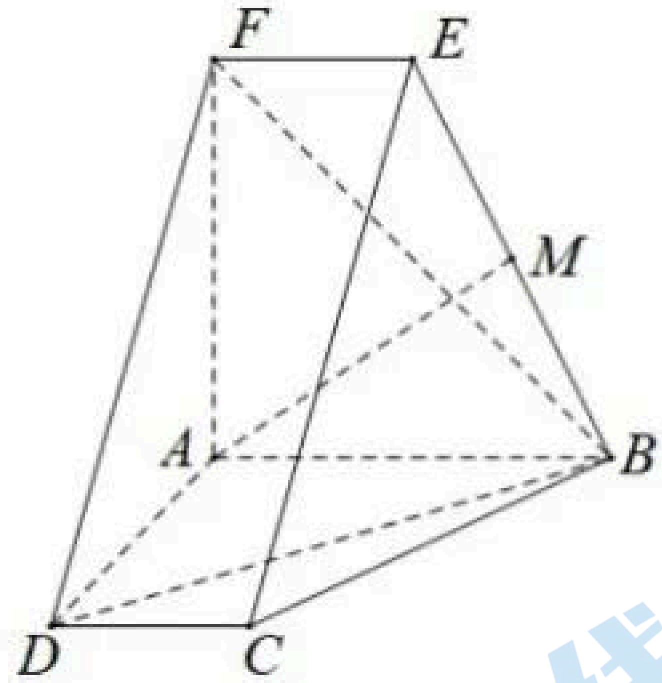
（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的最大值；

（Ⅱ）在下列两个条件中，选择一个作为已知，使得实数 m 的值唯一确定，求函数 $f(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的最小值.

条件①：$f(x)$ 的最大值为1；　条件②：$f(x)$ 的一个对称中心为 $(\frac{3\pi}{8},0)$；

（17）（本小题 14 分）

如图，梯形 $ABCD$，$ABEF$ 所在的平面互相垂直，$AB\parallel$　　，$AB\parallel$　　，$CD=EF=1$，$AB=AD=AF=2$，$\angle BAD=\angle BAF=\frac{\pi}{2}$，点 M 为棱 BE 的中点.



（Ⅰ）求证：$AF\perp$ 平面 $ABCD$；

（Ⅱ）求二面角 $C-DF-B$ 的余弦值；

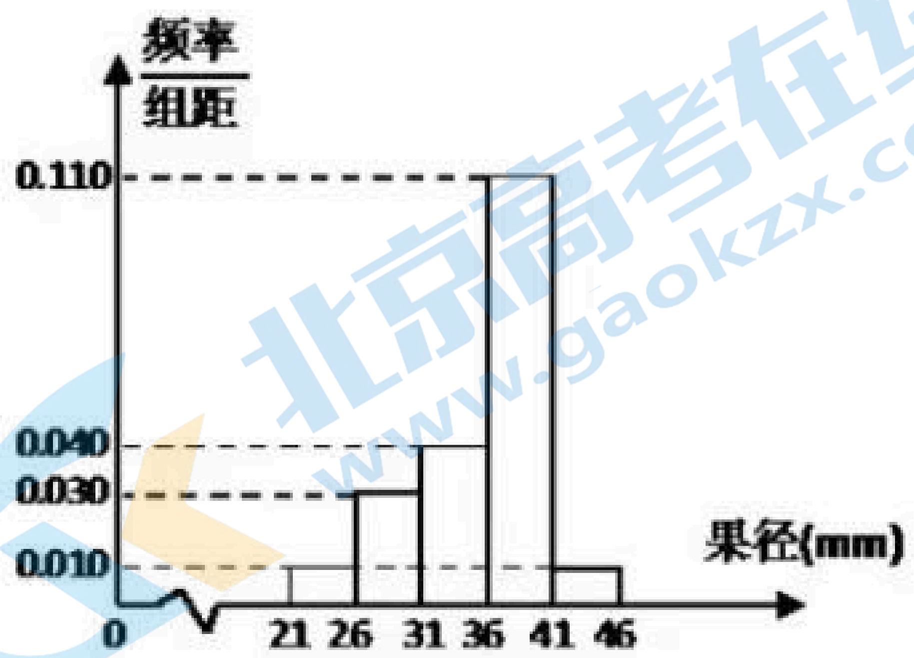
（Ⅲ）判断直线 AM 与平面 $DCEF$ 是否相交，

如果相交，求出 A 到交点 H 的距离；

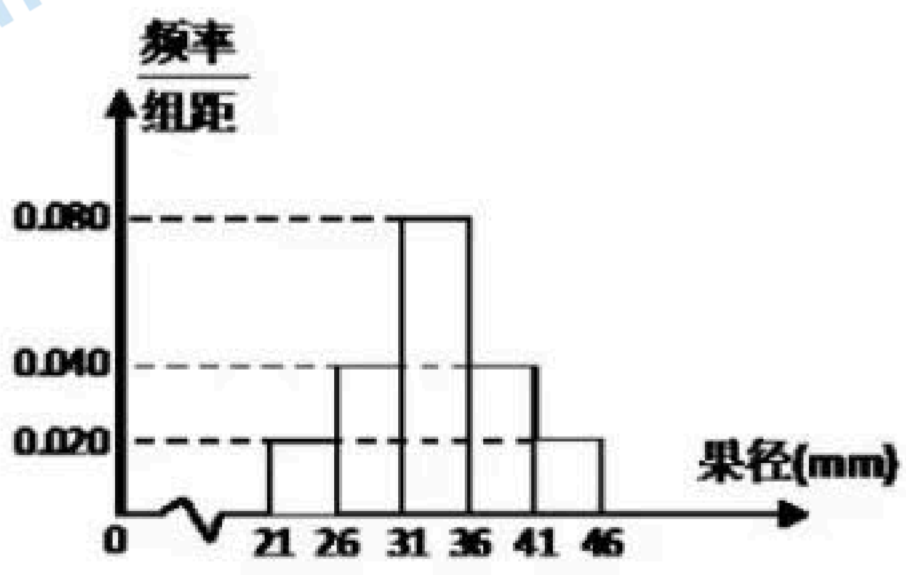
如果不相交，求直线 AM 到平面 $DCEF$ 的距离.

（18）（本小题 13 分）

某种水果按照果径大小分为四类：标准果、优质果、精品果、礼品果．一般的，果径越大售价越高．为帮助果农创收，提高水果的果径，某科研小组设计了一套方案，并在两片果园中进行对比实验．其中实验园采用实验方案，对照园未采用．实验周期结束后，分别在两片果园中各随机选取 100 个果实，按果径分成 5 组进行统计：[21，26），[26，31），[31，36），[36，41），[41，46]（单位：mm）．统计后分别制成如下的频率分布直方图，并规定果径达到 36mm 及以上的为“大果”．



实验园果径



对照园果径

（Ⅰ）估计实验园的“大果”率；

（Ⅱ）现采用分层抽样的方法从对照园选取的 100 个果实中抽取 10 个，再从这 10 个果实中随机抽取 3 个，记“大果”个数为 X，求 X 的分布列和数学期望；

（Ⅲ）以频率估计概率，从对照园这批果实中随机抽取 $n(n\geqslant 2)$ 个，设其中恰有 1 个“大果”的概率为 $P(n)$，当 $P(n)$ 最大时，写出 n 的值（只需写出结论）.

（19）（本小题 15 分）

已知椭圆 $G:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 过点（m,0）作圆 $x^2+y^2=1$ 的切线 I 交椭圆 G 于 A，B 两点.

（I）求椭圆 G 的焦点坐标和离心率；

（II）当 $|AB|=2$ 时，求 m 的值.

（20）（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=x^2-1$，函数 $g(x)=2a\ln x$，其中 $a\leqslant 1$.

（Ⅰ）如果曲线 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 在 $x=1$ 处具有公共的切线，求 a 的值；

（Ⅱ）如果曲线 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 有且仅有一个公共点，求 a 的取值范围.

（21）（本小题 14 分）

已知 $Q:a_1,a_2,\cdots$ 为有穷整数数列．给定正整数 m，若对任意的 $n\in\{1,2,\cdots$ ，在 Q 中存在 $a_i,a_{i+1},a_{i+2},\cdots$ $\geqslant$ ，使得 $a_i+a_{i+1}+a_{i+2}+\cdots$ n，则称 Q 为 $m-$连续可表数列.

（I）判断 $Q:1,2,4$ 是否为 5-连续可表数列？是否为 $6-$连续可表数列？

（II）若 $Q:a_1,a_2,\cdots$ 为 $8-$连续可表数列，求证：k 的最小值为 4；

（III）若 $Q:a_1,a_2,\cdots$ 为 $20-$连续可表数列，且 $a_1+a_2+\cdots$!0，求 k 的最小值.

2023 届高三开学摸底考试数学试题

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	A	C	C	D	D	B	D	A	B

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

（11）2　（12）4; $\sqrt{15}$　（13）2; 4

（14）答案不唯一，如 $a_n=\frac{1}{2^n}$　（15）②③④

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 13 分）

（Ⅰ）$f(x)=\sin 2x+2\cos^2 x+m$

$=\sin 2x+\cos 2x+1+m$ ………………

$=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+1+m$………………

当 $x=k\pi+\frac{\pi}{8}(k\in Z)$ 时

函数 $f(x)$ 的最大值为 $1+\sqrt{2}+m$ ……………………………3（7）

（Ⅱ）选择条件①：

由 $f(x)$ 的最大值为 1，可知 $\sqrt{2}+1+m=1$，所以 $m=-\sqrt{2}$ ……………………………2（9）

所以 $f(x)=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+1-\sqrt{2}$

因为 $0\le x\le\frac{\pi}{2}$，所以 $\frac{\pi}{4}\le 2x+\frac{\pi}{4}\le\frac{5\pi}{4}$ ……………………………………………………1

所以 当 $2x+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}$，即 $x=\frac{\pi}{2}$ 时，……………………………………………………1

$f(x)$ 取得最小值 $-\sqrt{2}$ ……………………………………………………2（13）

选择条件②：

由 $f(x)$ 的一个对称中心为 $(\frac{3\pi}{8},0)$，可知 $\sqrt{2}\sin(2\times\frac{3\pi}{8}+\frac{\pi}{4})+1+m=0$，

所以 $m=-1$ ……………………………………………………2

所以 $f(x)=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})$

因为 $0\le x\le\frac{\pi}{2}$，所以 $\frac{\pi}{4}\le 2x+\frac{\pi}{4}\le\frac{5\pi}{4}$ ……………………………………1

所以 当$2x+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}$，即$x=\frac{\pi}{2}$时， 1

$f(x)$取得最小值-1 ....2（13）

（17）（本小题 14 分）

（Ⅰ）证明：因为$\angle FAB=\frac{\pi}{2}$，所以$FA\perp AB$

又 平面$ABCD\perp$平面$ABEF$，平面$ABCD\cap$平面$ABEF=AB$，$FA\subset$面$ABEF$，

所以$FA\perp$平面$ABCD$． 3

（Ⅱ）证明：因为$FA\perp$平面$ABCD$，$AD\subset$平面$ABCD$

所以$FA\perp AD$

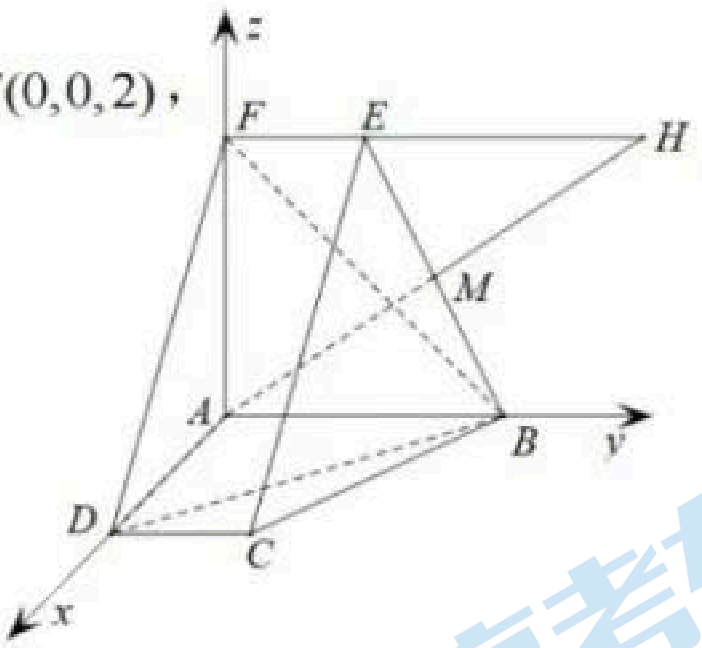
又 $\angle BAD=\frac{\pi}{2}$

所以FA、AD、AB两两互相垂直. 1

如图以A为原点，AD,AB,AF所在直线为x轴，y轴，z轴建立空间直角坐标系.......1

由$AB=AD=AF=2,CD=EF=1$，

可知$A(0,0,0)$，$C(2,1,0)$，$D(2,0,0)$，$B(0,2,0)$，$F(0,0,2)$，



$\overrightarrow{CD}=(0,-1,0)$，$\overrightarrow{DF}=(-2,0,2)$，$\overrightarrow{FB}=(0,2,-2)$，

设$\vec{n}=(x,y,z)$为平面CDF的一个法向量，

则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{CD}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DF}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}-y=0\\ -2x+2z=0\end{cases}$， 1

令$x=1$则$z=1,y=0$，所以$\vec{n}=(1,0,1)$， 1

设$\vec{m}=(x,y,z)$为平面DFB的一个法向量，

则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{DF}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{FB}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}-2x+2z=0\\ 2y-2z=0\end{cases}$， 1

令$x=1$则$y=1,z=1$，所以$\vec{m}=(1,1,1)$， 1

则$\left|\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle\right|=\frac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=$[illegible] 1

易知二面角$C-DF-B$为锐二面角

所以二面角$C-DF-B$的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$． ....1（11）

(Ⅲ) 由 $A(0,0,0)$，$M(0,\frac{3}{2},1)$ 得 $\overrightarrow{AM}=(0,\frac{3}{2},1)$

因为 $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}=1\times0+\frac{3}{2}\times0+1\times1\neq0$

所以 AM 与平面 $DCEF$ 不平行，所以直线 AM 与平面 $DCEF$ 相交. ……………………1

在四边形 $ABEF$ 中延长 AM 交 FE 的延长线于点 H.

点 H 就是直线 AM 与平面 $DCEF$ 的交点

易知 $H(0,3,2)$，所以 $|AH|=\sqrt{0^2+3^2+2^2}=\sqrt{13}$. ……………………2（14）

(18)（本小题 13 分）

(Ⅰ) 由实验园的频率分布直方图得：$(0.110+0.010)\times5=0.6$

所以估计实验园的“大果”率为 60% ……………………2

(Ⅱ) 由对照园的频率分布直方图得：这 100 个果实中大果的个数为：

$(0.040+0.020)\times5\times100=30$ 个.

采用分层抽样的方法从 100 个果实中抽取 10 个，其中大果有 $\frac{30}{100}\times10=3$ 个 ……………1

从这 10 个果实中随机抽取 3 个，记“大果”个数为 X，

则 X 的可能取值为 $0,1,2,$， ……………………1

$$P(X=0)=\frac{C_7^3}{C_{10}^3}=\frac{35}{120}=\frac{7}{24}\qquad P(X=1)=\frac{C_7^2C_3^1}{C_{10}^3}=\frac{63}{120}=\frac{21}{40}$$

$$P(X=2)=\frac{C_7^1C_3^2}{C_{10}^3}=\frac{21}{120}=\frac{7}{40}\qquad P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{120}$$ ……………………4

所以 X 的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{7}{24}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{1}{120}$

……………………1

所以 $EX=0\times\frac{7}{24}+1\times\frac{21}{40}+2\times\frac{7}{40}+3\times\frac{1}{120}=\frac{9}{10}$ ……………………2（11）

(Ⅲ) $n=3$ ……………………2（13）

（19）（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）由已知得 $a=2,b=1,$

所以 $c=\sqrt{a^2-b^2}-\sqrt{3}.$

所以椭圆 G 的焦点坐标为 $(-\sqrt{3},0),(\sqrt{3},0)$ ………………………………2

离心率为 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}.$ ………………………………2（4）

（Ⅱ）由题意知，$|m|\ge 1.$

当 $m=1$ 时，切线 l 的方程 $x=1$，点 A、B 的坐标分别为 $(1,\dfrac{\sqrt{3}}{2}),(1,-\dfrac{\sqrt{3}}{2}),$

此时 $|AB|=\sqrt{3}$

当 m=－1 时，同理可得 $|AB|=\sqrt{3}$ ………………………………2

当 $|m|>1$ 时，设切线 l 的方程为 $y=k(x-m),$

由 $\begin{cases} y=k(x-m), \\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1. \end{cases}$ 得 $(1+4k^2)x^2-8k^2mx+4k^2m^2-4=0$ ………………………………2

设 A、B 两点的坐标分别为 $(x_1,y_1)(x_2,y_2)$，则

$x_1+x_2=\dfrac{8k^2m}{1+4k^2},x_1x_2=\dfrac{4k^2m^2-4}{1+4k^2}$ ………………………………2

又由 l 与圆 $x^2+y^2=1$ 相切，得 $\dfrac{|km|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，即 $m^2k^2=k^2+1.$ ………………………………2

所以 $|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$=\sqrt{(1+k^2)[\dfrac{64k^4m^2}{(1+4k^2)^2}-\dfrac{4(4k^2m^2-4)}{1+4k^2}]}=\dfrac{4\sqrt{3}|m|}{m^2+3}.$

$\dfrac{4\sqrt{3}|m|}{m^2+3}=2\Rightarrow m=\pm\sqrt{3}$ ………………………………3（15）

(20)（本小题 15 分）

（Ⅰ）$f'(x)=2x, g'(x)=\dfrac{2a}{x}(x>0)$ ……………………………………2

由题意，公共切线的斜率 $k=f'(1)=g'(1)$，即 $a=1$ ……………………………2（4）

（Ⅱ）设函数 $h(x)=f(x)-g(x)=x^2-1-2a\ln x\,(x>0)$.

“曲线 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 有且仅有一个公共点”等价于“函数 $h(x)$ 有且仅有一个零点”.

$$h'(x)=2x-\frac{2a}{x}=\frac{2x^2-2a}{x}$$

① 当 $a\le 0$ 时，

当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，所以 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增.

又因为 $h(1)=0$，所以 $y=h(x)$ 有且仅有一个零点 1，符合题意. ……………………3

② 当 $a=1$ 时，令 $h'(x)=0$，解得 $x=1$

$h'(x)$ 与 $h(x)$ 的变化情况如下：

x	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$	
$h'(x)$	$-$	0	$+$	
$h(x)$	↘		↗	

所以 $h(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

所以当 $x=1$ 时，$h(x)_{\min}=h(1)=0$，

故 $y=h(x)$ 有且仅有一个零点 1，符合题意. ……………………………………3

③ 当 $0<a<1$ 时，　令 $h'(x)=0$，解得 $x=\sqrt{a}$.

$h'(x)$ 与 $h(x)$ 的变化情况如下：

x	$(0,\sqrt{a})$	$\sqrt{a}$	$(\sqrt{a},+\infty)$
$h'(x)$	$-$	0	$+$
$h(x)$	↘		↗

所以 $h(x)$ 在 $(0,\sqrt{a})$ 上单调递减，在 $(\sqrt{a},+\infty)$ 上单调递增，

所以当 $x=\sqrt{a}$ 时，$h(x)_{\min}=h(\sqrt{a})$

因为 $h(1)=0$，$\sqrt{a}<1$，且 $h(x)$ 在 $(\sqrt{a},+\infty)$ 上单调递增，

所以 $h(\sqrt{a})<h(1)=0$

又因为存在$e^{-\frac{1}{a}}\in(0,1)$，

使得$h(e^{-\frac{1}{a}})=e^{-\frac{2}{a}}-1-2a\ln(e^{-\frac{1}{a}})=e^{-\frac{2}{a}}+1>0$

所以存在$x_0\in(0,1)$使得$h(x_0)=0$，

所以函数$y=h(x)$存在两个零点$x_0,1$，与题意不符. 4

综上，曲线$y=f(x)$与$y=g(x)$有且仅有一个公共点时，

a的范围是$\{a\,|\,a\le 0或a=1\}$. 1

（21）（本小题 15 分）

(1) 既不是 5 可表,也不是 6 可表 4

(2) 若$k\le 3$,设为a,b,c,则至多$a+b,b+c,a+b+c,a,b,c$ 6 种矛盾 $\therefore k_{\min}\ge 4$ 2

例如数列$k=4$时：$Q:2,4,1,3$为$8-$连续可表数列.........(或 Q:, 1，4，1，2 等) ....2（8）

(3) 若$k\le 5$，则$a_1,a_2,\cdots,a_k$至多可组成 1+2+3+4+5=15 个连续和，矛盾 1

若$k=6$,则$a_1,a_2,\cdots,a_6$至多可表示21个连续和,而$a_1+a_2+\cdots+a_6<20$,所以必存在负数,且$a_1,a_2,\cdots,a_6$中不含有 0，且负数只有一个，从而这 21 个连续和表示 1~20 及一个负数（恰 21 个）.

下证此负数必定为a_1或a_6.

若此负数不是a_1或a_6，不妨设$a_2<0$，$a_1,a_3,\cdots,a_6>0$，且必有$a_1+a_2>0$，$a_2+\cdots+a_6>0$（否则无法表示 20 个连续和），

则$a_1+a_2+\cdots+a_6>a_1$,$a_1+a_2+\cdots+a_6>a_3+\cdots+a_6$,即$a_1+a_2+\cdots+a_6$是最大连续和,故$a_1+a_2+\cdots+a_6=20$，而$a_1+a_2+\cdots+a_6<20$，矛盾

故此负数必定为a_1或a_6，不妨设$a_1<0$，由此可知，$a_1<0$，$a_2,a_3,\cdots,a_6>0$，$a_2+\cdots+a_6=20$.

下面考虑等于 19 的连续和，有以下几种可能：

① $a_2=1$，则$a_3+\cdots+a_6=19$;

② $a_1=-1$，则$a_1+\cdots+a_6=19$;

③ $a_6=1$，则$a_2+\cdots+a_5=19$.

首先可证明①不成立. 若$a_2=1$，由于数列各项均为整数，且$a_1<0$，若$a_1=-1$，则$a_1+a_2=0$，矛盾；若$a_1\le -2$，则$a_1+a_2<0$，也矛盾，故排除情况①.

其次可证明情况②和情况③不同时成立. 若$a_1=-1$，$a_6=1$，则$a_1+a_2+\cdots+a_6=a_2+\cdots+a_5$，出现了两个相等的连续和，矛盾.

考虑情况②，即$a_1=-1$，由上类似讨论可知$a_2,a_3,\cdots,a_6$均不等于 1，注意到$a_2+\cdots+a_6=20$且$2+3+4+5+6=20$，可知$a_2,a_3,\cdots,a_6\in\{2,3,4,5,6\}$.

则必有$a_2=2$，否则无法出现等于1的连续和，故数列Q：-1，2，a_3，a_4，a_5，a_6.

考虑a_3，若$a_3=3$，则2+3=5，矛盾；若$a_3=4$，则2+4=6，矛盾；若$a_3=5$，则-1+2+5=6，矛盾，从而必有$a_3=6$，即Q：-1，2，6，a_4，a_5，a_6，其中a_4，a_5，$a_6\in\{3,4,5\}$.

注意到-1+2+6=7，所以3，4不能相邻，故数列Q：-1，2，6，3，5，4或-1，2，6，4，5，3两种情形，而前者6+3=5+4=9矛盾，后者2+6=5+3=8也矛盾，排除. 同理2+6=8，所以3，5不能相邻，故数列Q：-1，2，6，3，4，5或-1，2，6，5，4，3两种情形，同样可知矛盾，因此情况②排除.

考虑情况③，即$a_6=1$，由上讨论可知$a_1\neq-1$，故$a_1\le-2$，则$a_2\neq2$，否则$a_1+a_2\le0$，矛盾.

考虑等于18的连续和，唯一可能的情形是$a_1=-2$，$a_1+a_2+\cdots+a_6=18$.

类似情况②中讨论可知$a_2,a_3,\cdots,a_5$中不含有2，则必有$a_2=4$，否则无法出现等于2的连续和，即数列Q：-2，4，a_3，a_4，a_5，1，$a_3+a_4+a_5=15$.

注意到3+5+7=15，则$a_3,a_4,a_5\in\{3,5,7\}$.

考虑a_3，若$a_3=3$，则4+3=7，矛盾；若$a_3=5$，则-2+4+5=7，矛盾；从而必有$a_3=7$，即Q：-2，4，7，a_4，a_5，1，其中a_4，$a_5\in\{3,\ 5\}$.

注意到3+1=4，则$a_5\neq3$，从而Q：-2，4，7，3，5，1，但此时-2+4+7=3+5+1=8，矛盾，因此排除情况③.

综上所述，当$k=6$时，不存在这样的数列Q为20-连续可表数列，即$k\neq6$..4（13）

当$k=7$时：考虑上述数列Q：-1，2，6，3，4，5仅不能表示16，17，

故可构造出符合条件的数列Q：-1，2，6，3，4，5，-3；

或考虑上述数列Q：-1，2，6，4，5，3仅不能表示13，14，

故可构造出符合条件的数列Q：-1，2，6，4，5，3，-6；

或考虑上述数列Q：-2，4，7，3，5，1. 仅不能表示13，

故可构造出符合条件的数列Q：-2，4，7，3，5，1，-3或Q：-2，4，7，3，5，1，-7；

或Q：-2，4，7，3，5，1，-5；

所以k的最小值为7. ....2（15）

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。