

数学试卷

2022 年 11 月

本试卷共 4 页,共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效。考试结束后,请将答题卡交回。

第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。

(1) 直线 $y = \sqrt{3}x + 3$ 的倾斜角的度数为

- (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75°

(2) 已知圆的方程为 $x^2 + (y - 1)^2 = 2$, 则该圆的圆心和半径分别为

- (A) $(0, 1), \sqrt{2}$ (B) $(0, -1), \sqrt{2}$ (C) $(0, 1), 2$ (D) $(0, -1), 2$

(3) 已知点 P 为直线 $l_1: x + y - 1 = 0$ 与 $l_2: 2x + y + 1 = 0$ 的交点, 则点 P 到直线 $3x + 4y - 1 = 0$ 的距离为

- (A) $\frac{4}{5}$ (B) 1 (C) $\frac{7}{5}$ (D) $\frac{16}{5}$

(4) 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 可以作为空间向量一个基底的是

- (A) $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$ (B) $\vec{AB}, \vec{AA_1}, \vec{AB_1}$
(C) $\vec{D_1A_1}, \vec{D_1C_1}, \vec{D_1D}$ (D) $\vec{AC_1}, \vec{A_1C}, \vec{BB_1}$

(5) 设 n_1, n_2 分别是平面 α, β 的法向量, 其中 $n_1 = (1, y, -2), n_2 = (x, -2, 1)$, 若 $\alpha \parallel \beta$, 则 $x + y =$

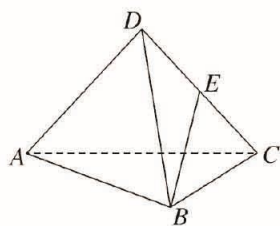
- (A) $-\frac{9}{2}$ (B) $-\frac{7}{2}$ (C) 3 (D) $\frac{7}{2}$

(6) 已知直线 l_1 的方向向量为 $u = (0, 0, 1)$, 直线 l_2 的方向向量为 $v = (0, \sqrt{3}, -1)$, 则直线 l_1 与 l_2 所成角的度数为

- (A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 150°

(7) 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, 点 E 为棱 CD 的中点, 设 $\vec{AB} = a, \vec{AC} = b, \vec{AD} = c$, 则 $\vec{BE} =$

- (A) $-a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c$
(B) $-a + \frac{3}{2}b - \frac{1}{2}c$
(C) $-2a + b + c$
(D) $a + \frac{3}{2}b + \frac{1}{2}c$



(8) 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 点 $A(2,1,1)$ 在坐标平面 Oxz 内的射影为点 B , 且关于 y 轴的对称点为点 C , 则 B, C 两点间的距离为

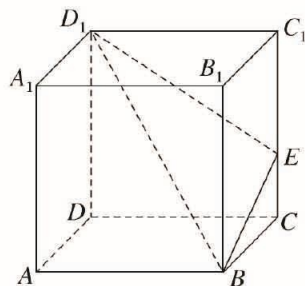
- (A) $\sqrt{17}$ (B) $3\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{21}$

(9) 已知圆 $x^2 + y^2 + 4x = 0$ 与直线 $y = kx + 1$ 相切, 则

- (A) $k = -\frac{3}{4}$ (B) $k = -\frac{4}{3}$
 (C) $k = -\frac{3}{4}$, 或 $k = 0$ (D) $k = -\frac{4}{3}$, 或 $k = 0$

(10) 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 2$, E 为正方形 BCC_1B_1 的边上一点 (与点 B 不重合), 且满足 $\frac{1}{|EB|} + 2|ED_1| \cos \angle BED_1 = 0$, 则满足条件的点 E 的个数为

- (A) 2 (B) 3
 (C) 4 (D) 8



第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

(11) 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 0, -1)$, $\mathbf{b} = (m, -2, 1)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $m =$ _____.

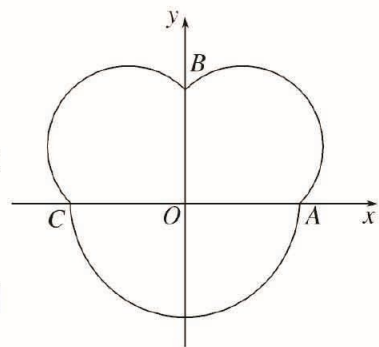
(12) 已知两个向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} , 其中 $\mathbf{a} = (1, 0, 1)$, $|\mathbf{b}| = 3$, \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 45° , 则 $|\mathbf{a}| =$ _____; $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ _____.

(13) 已知 $M(1, 0), N(3, -4)$, 直线 l 经过线段 MN 的中点, 且垂直于线段 MN , 则直线 MN 的斜率为 _____; 直线 l 的方程为 _____.

(14) 已知直线 l 经过 $A(1, 0, 1), B(2, 0, 0)$ 两点, 则点 $P(2, 1, 4)$ 到直线 l 的距离为 _____.

(15) 如图, 点 $A(2, 0), B(0, 2), C(-2, 0)$, \widehat{AB} 是以 AB 为直径的半圆, \widehat{BC} 是以 BC 为直径的半圆, \widehat{AC} 是以 AC 为直径的半圆, 三段弧构成的曲线记为 Ω , 给出下列四个结论:

- ① 曲线 Ω 围成的图形面积为 $6\pi + 4$;
- ② \widehat{BC} 所在圆与 \widehat{AC} 所在圆的公共弦的弦长为 $2\sqrt{2}$;
- ③ 过点 $P(2, 3)$ 的直线 l 与 \widehat{AB} 所在圆相交所得弦长为 2, 则直线 l 的方程为 $3x - 4y + 6 = 0$, 或 $x = 2$;
- ④ 直线 $x + y + 1 = 0$ 与 \widehat{BC} 所在圆相交于 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 两点, 则 $x_1 + x_2 = -3, y_1 + y_2 = 1$.



其中所有正确结论的序号是 _____.

三、解答题共 6 小题,共 85 分。解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程。

(16)(本小题 12 分)

已知 $A(0, -3), B(2, 1)$, 直线 $l: x - 2y - 1 = 0$.

(I) 求直线 AB 的方程;

(II) 若直线 l_1 平行于直线 l , 且在 y 轴上的截距为 2, 求直线 l_1 的方程.

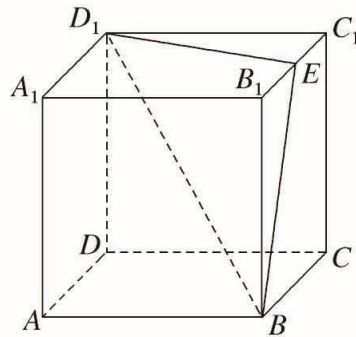
(17)(本小题 14 分)

如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2$, E 为线段 B_1C_1 的中点.

(I) 求证: $AA_1 \perp D_1E$;

(II) 求平面 D_1BE 的法向量;

(III) 求点 A_1 到平面 D_1BE 的距离.



(18)(本小题 12 分)

已知圆 C 的圆心 $(a, -2)$ 在直线 $x - y + 1 = 0$ 上, 且圆 C 经过点 $A(-1, 0)$.

(I) 求圆 C 的标准方程;

(II) 若动点 M 与点 A 的距离等于 2, 求点 M 的轨迹方程.

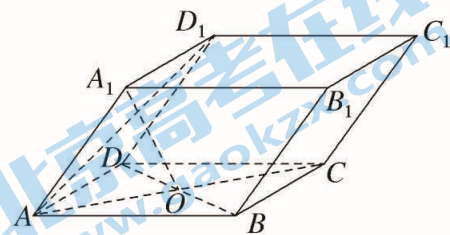
(19)(本小题 15 分)

如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=4,AD=2,AA_1=2\sqrt{2},AD_1=2\sqrt{5},\angle BAD=60^\circ,\angle BAA_1=45^\circ,AC$ 与 BD 相交于点 O .

(I)求 $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$;

(II)求 $\angle DAA_1$;

(III)求 OA_1 的长.



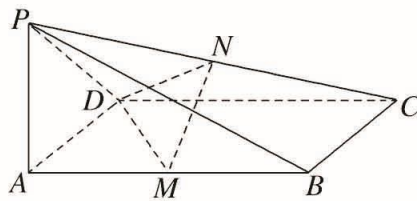
(20)(本小题 16 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是矩形, $PA \perp$ 平面 $ABCD,PA=AD=1,AB=2,M,N$ 分别是线段 AB,PC 的中点.

(I)求证: $MN \parallel$ 平面 PAD ;

(II)求平面 $ABCD$ 与平面 DMN 夹角的余弦值;

(III)在线段 CD 上是否存在一点 Q ,使得直线 NQ 与平面 DMN 所成角的正弦值为 $\frac{1}{3}$,若存在,求出 $\frac{CQ}{CD}$ 的值;若不存在,请说明理由.



(21)(本小题 16 分)

已知圆 C 经过点 $D(6,0)$,且与 y 轴相切,切点为坐标原点 O .

(I)求圆 C 的标准方程;

(II)直线 $l_1:y=k_1x$ 与圆 C 交于 O,A 两点,直线 $l_2:y=k_2x$ 与圆 C 交于 O,B 两点,且 $2k_1k_2+1=0$.

(i)若 $k_1=1$,求四边形 $AOBD$ 的面积;

(ii)求证:直线 AB 恒过定点.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯