成都七中高 2023 届零诊模拟检测试题

理科数学

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．设非空集合 M，N 满足 $M\cup N=N$，则（　　）

A．$\forall x\in N$，有 $x\in M$　　B．$\forall x\notin N$，有 $x\notin M$

C．$\exists x_0\notin M$，有 $x_0\in N$　　D．$\exists x_0\in N$，有 $x_0\notin M$

2．若复数 z 满足 $(1-i)z=1+2i$，则 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．已知 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}$ 均为单位向量，且满足 $\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=0$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 的值为（　　）

A．$\frac{3}{8}$　　B．$\frac{5}{8}$　　C．$\frac{7}{8}$　　D．$\frac{19}{8}$

4．数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=-a_n^2+a_n\left(n\in N^*\right)$，$a_1\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$，则以下说法正确的个数（　　）

①$0<a_{n+1}<a_n$；

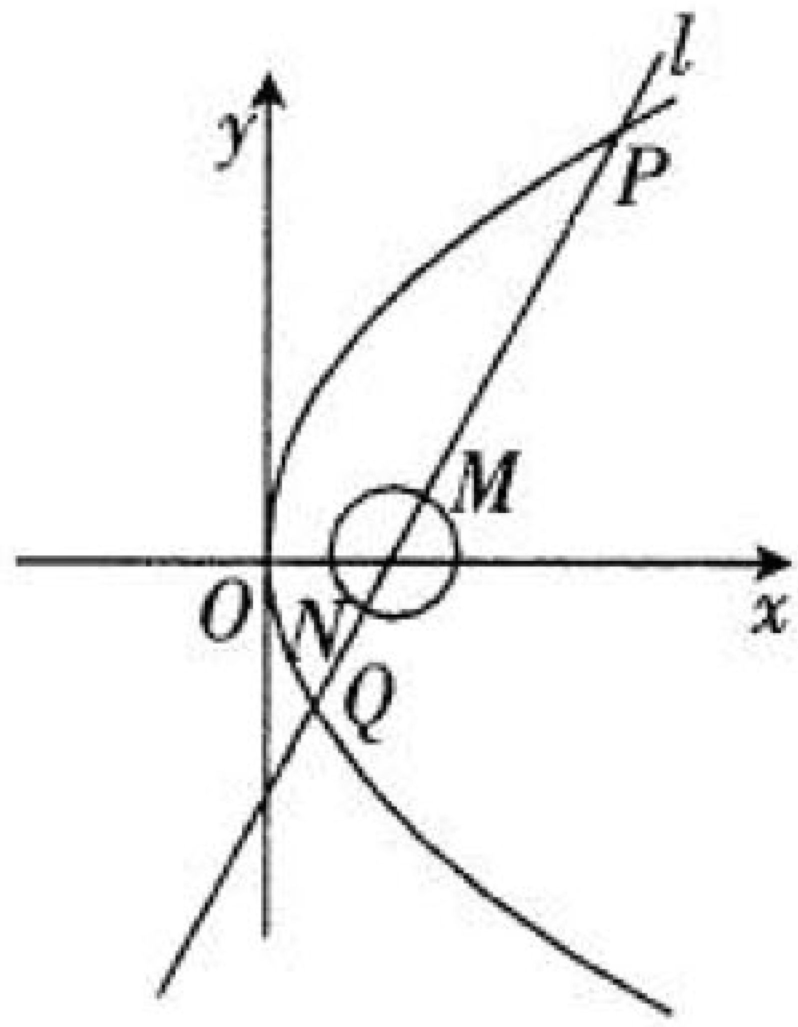
②$a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_n^2<a_1$；

③对任意正数 b，都存在正整数 m 使得 $\frac{1}{1-a_1}+\frac{1}{1-a_2}+\frac{1}{1-a_3}+\cdots+\frac{1}{1-a_m}>b$ 成立；

④$a_n<\frac{1}{n+1}$．

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

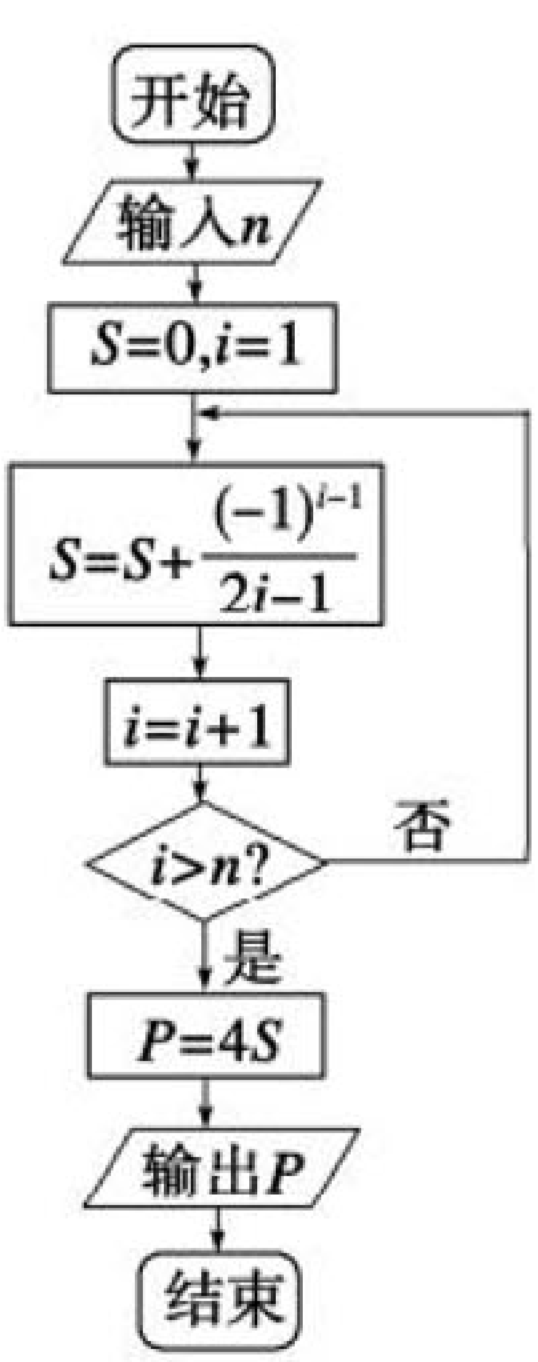
5．如图，已知抛物线 C_1 的顶点在坐标原点，焦点在 x 轴上，且过点 $(3,6)$，圆 $C_2:x^2+y^2-6x+8=0$，过圆心 C_2 的直线 l 与抛物线和圆分别交于 P，Q，M，N，则 $|PN|+3|QM|$ 的最小值为



A. $12+4\sqrt{3}$　　B. $16+4\sqrt{3}$

C. $16+6\sqrt{3}$　　D. $20+6\sqrt{3}$

6. 德国数学家莱布尼兹(1646 年-1716 年)于 1674 年得到了第一个关于π的级数展开式,该公式于明朝初年传入我国.在我国科技水平业已落后的情况下,我国数学家、天文学家明安图(1692 年-1765 年)为提高我国的数学研究水平,从乾隆初年(1736 年)开始,历时近 30 年,证明了包括这个公式在内的三个公式,同时求得了展开三角函数和反三角函数的 6 个新级数公式,著有《割圆密率捷法》一书,为我国用级数计算π开创了先河.如图所示的程序框图可以用莱布尼兹"关于π的级数展开式"计算π的近似值(其中 P 表示π的近似值),若输入 $n=10$,则输出的结果是(　　)



A. $P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{17})$　　B. $P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots-\frac{1}{19})$

C. $P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{21})$　　D. $P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots-\frac{1}{21})$

7. 在正四面体 $ABCD$ 中，异面直线 AB 与 CD 所成的角为 α，直线 AB 与平面 BCD 所成的角为 β，二面角 $C-AB-D$ 的平面角为 γ，则 α，β，γ 的大小关系为（　　）

A. $\beta<\alpha<\gamma$　　B. $\alpha<\beta<\gamma$　　C. $\gamma<\beta<\alpha$　　D. $\beta<\gamma<\alpha$

8. 对于角θ，当分式$\dfrac{\tan\theta+\sin\theta}{\tan\theta\sin\theta}$有意义时，该分式一定等于下列选项中的哪一个式子（　　）

A. $\dfrac{\tan\theta+\cos\theta}{\tan\theta\cos\theta}$　　B. $\dfrac{\tan\theta-\sin\theta}{\tan\theta\cos\theta}$　　C. $\dfrac{\tan\theta\sin\theta}{\tan\theta-\cos\theta}$　　D. $\dfrac{\tan\theta\sin\theta}{\tan\theta-\sin\theta}$

9. 对于三次函数$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$（$a\neq0$），给出定义：设$f'(x)$是函数$y=f(x)$的导数，$f''(x)$是$f'(x)$的导数，若方程$f''(x)=0$有实数解x_0，则称点$(x_0,f(x_0))$为函数$y=f(x)$的“拐点”．某同学经过探究发现：任何一个三次函数都有“拐点”；任何一个三次函数都有对称中心，且“拐点”就是对称中心．设函数$g(x)=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2+3x-\dfrac{5}{12}$，则$g\left(\dfrac{1}{2015}\right)+g\left(\dfrac{2}{2015}\right)+\cdots+g\left(\dfrac{2014}{2015}\right)=$（　　）

A. 2014　　B. 2013　　C. $\dfrac{2015}{5}$　　D. 1007

10. 算盘是中国传统的计算工具，其形长方，周为木框，内贯直柱，俗称“档”，档中横以梁，梁上两珠，每珠作数五，梁下五珠，每珠作数一．算珠梁上部分叫上珠，梁下部分叫下珠．例如：在十位档拨上一颗上珠和一颗下珠，个位档拨上一颗上珠，则表示数字65．若在个、十、百、千位档中随机选择一档拨一颗上珠，再随机选择两个档位各拨一颗下珠，则所拨数字大于200的概率为（　　）

A. $\dfrac{3}{8}$　　B. $\dfrac{3}{4}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

11. 已知不等式$ae^x(x+3)-x-2<0(a<1)$恰有2个整数解，则a的取值范围为（　　）

A. $\dfrac{3}{4e^2}\le a<\dfrac{2}{3e}$　　B. $\dfrac{3}{4e^2}<a\le\dfrac{2}{3e}$　　C. $\dfrac{3}{4e}\le a<\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{3}{4e}<a\le\dfrac{2}{3}$

12. 已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左，右焦点分别是$F_1$，$F_2$，点$P$是双曲线$C$右支上异

于顶点的点，点 H 在直线 $x=a$ 上，且满足 $\overrightarrow{PH}=\lambda\left(\frac{\overrightarrow{PF_1}}{\left|\overrightarrow{PF_1}\right|}+\frac{\overrightarrow{PF_2}}{\left|\overrightarrow{PF_2}\right|}\right)$，$\lambda\in\mathrm{R}$．若 $5\overrightarrow{HP}+4\overrightarrow{HF_2}+3\overrightarrow{HF_1}=\vec{0}$，

则双曲线 C 的离心率为（　　）

A. 3　　　　B. 4　　　　C. 5　　　　D. 6

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13. 命题"$\exists x\in[1,2]$，使得 $x^2+\ln x-a\le 0$"为假命题，则 a 的取值范围为__________．

14. 已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=-2$，且 $S_n=\frac{3}{2}a_n+n$，$f(x)$ 是定义在 **R** 上的奇函数，且满足 $f(2-x)=f(x)$，则 $f(a_{2021})=$______．

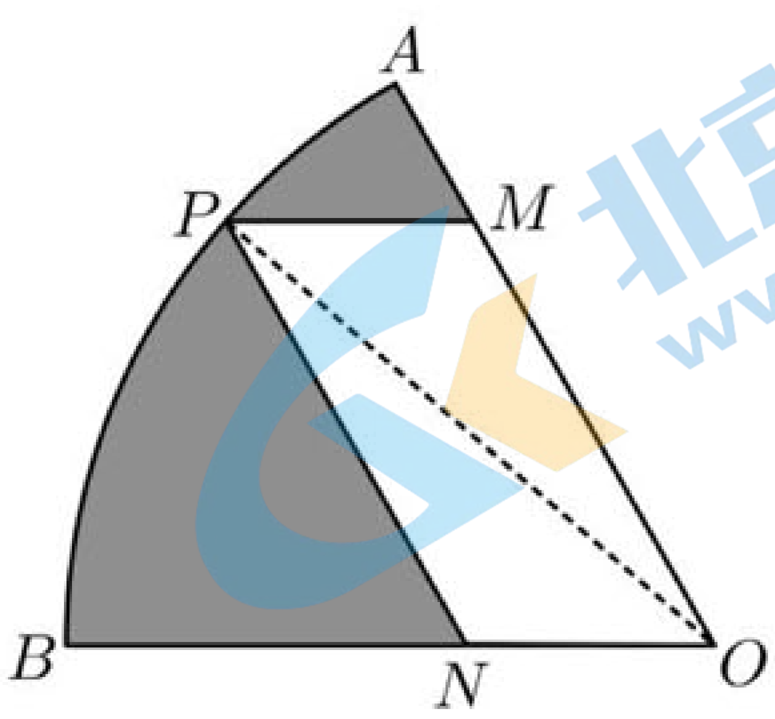
15. 已知实数 a，b，c 满足 $a^2+b^2=c^2$，$c\neq0$，则 $\frac{b}{a-2c}$ 的取值范围为______________．

16. 设函数 $f(x)=\begin{cases}|12x-4|+1, x\le 1\\ x(x-2)^2+a, x>1\end{cases}$，若恰好存在互不相等的 4 个实数 x_1,x_2,x_3,x_4，使得 $\frac{f(x_1)}{x_1}=\frac{f(x_2)}{x_2}=\frac{f(x_3)}{x_3}=\frac{f(x_4)}{x_4}=7$，则 a 的取值范围为__________．

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17. 由于 2020 年 1 月份国内疫情爆发，餐饮业受到重大影响，目前各地的复工复产工作在逐步推进，居民生活也逐步恢复正常．李克强总理在考察山东烟台一处老旧小区时提到，地摊经济、小店经济是就业岗位的重要来源，是人间的烟火，和"高大上"一样，也是中国的商机．某商场经营者王某准备在商场门前"摆地摊"，经营"冷饮与小吃"生意．已知该商场门前是一块扇形区域，拟对这块扇形空地 AOB 进行改造．如图所示，平行四边形 $OMPN$ 区域为顾客的休息区域，阴影区域为"摆地摊"区域，点 P 在弧 AB 上，点 M 和点 N 分别在线段 OA 和线段 OB 上，且 $OA=90$ 米，$\angle AOB=\frac{\pi}{3}$．记 $\angle POB=\theta$．



（1）当$\theta=\dfrac{\pi}{4}$时，求$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}$；

（2）请写出顾客的休息区域$OMPN$的面积S关于θ的函数关系式，并求当θ为何值时，S取得最大值.

18. 如图1，在边上为4的菱形$ABCD$中，$\angle DAB=60^\circ$，点M，N分别是边BC，CD的中点，$AC\cap BD=O_1$，$AC\cap MN=G$．沿MN将$\triangle CMN$翻折到$\triangle PMN$的位置，连接PA，PB，PD，得到如图2所示的五棱锥$P-ABMND$.

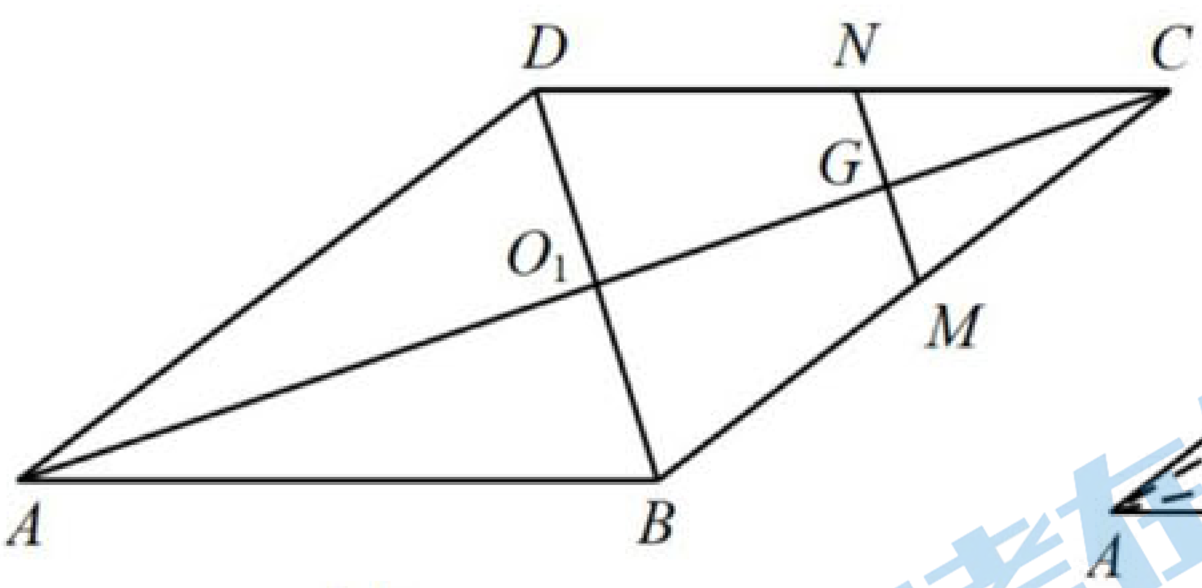


图1

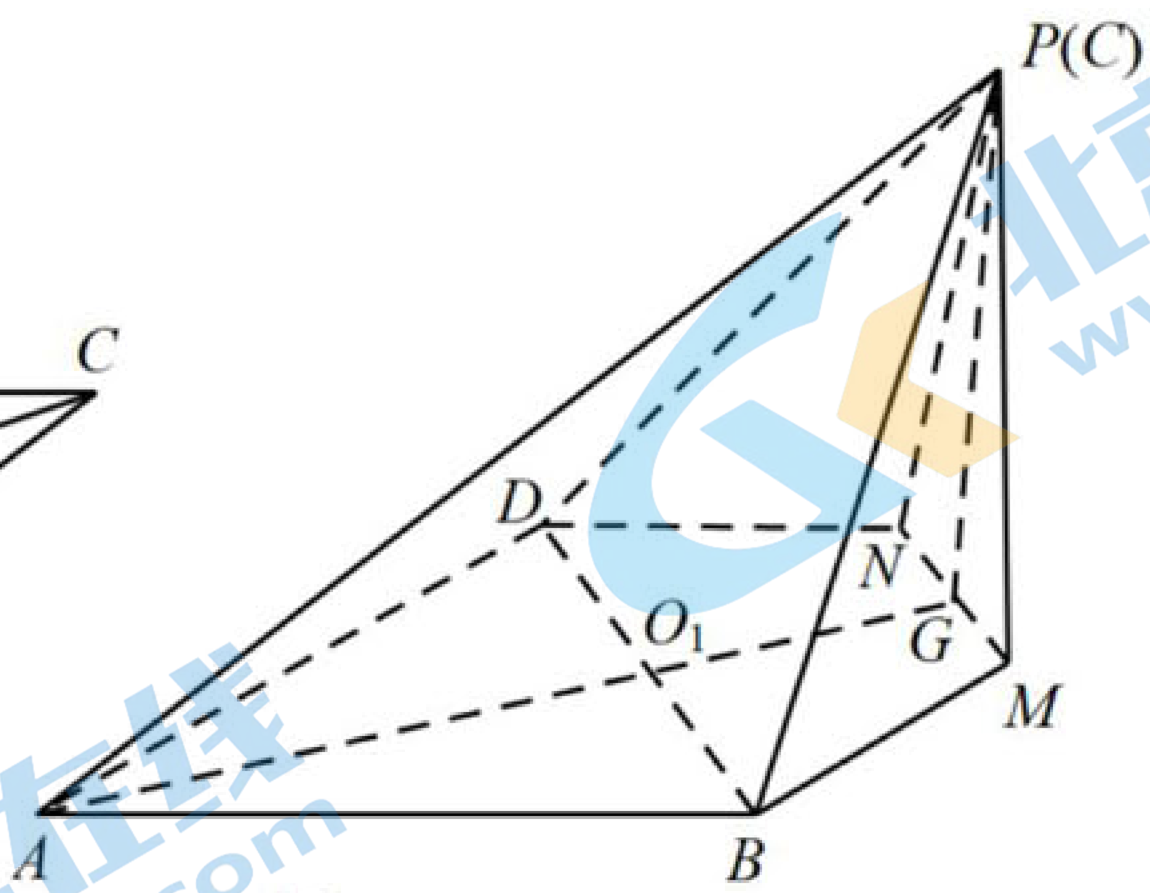


图2

（1）在翻折过程中是否总有平面$PBD\perp$平面PAG？证明你的结论；

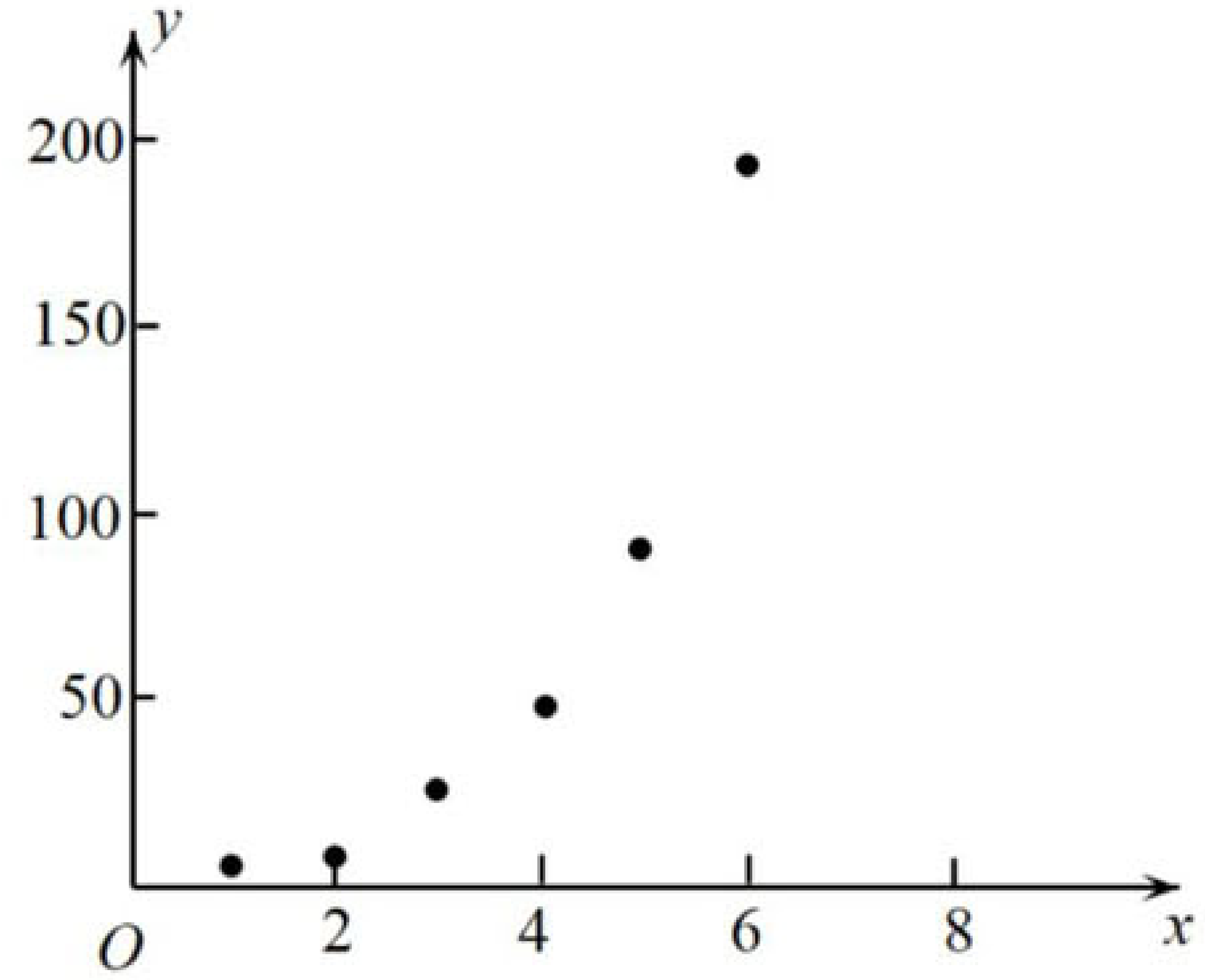
（2）当四棱锥$P-MNDB$体积最大时，求直线PB和平面$MNDB$所成角的正弦值；

（3）在（2）的条件下，在线段PA上是否存在一点Q，使得二面角$Q-MN-P$余弦值的绝对值为$\dfrac{\sqrt{10}}{10}$？若存在，试确定点Q的位置；若不存在，请说明理由.

19. 新冠肺炎疫情发生以来，我国某科研机构开展应急科研攻关，研制了一种新型冠状病毒疫苗，并已进入二期临床试验．根据普遍规律．志愿者接种疫苗后体内会产生抗体，人体中检测到抗体，说明有抵御病毒的能力．通过检测，用x表示注射疫苗后的天数．y表示人体中抗体含量水平（单位：miu/mL，即：百万国际单位毫升），现测得某志愿者的相关数据如下表所示：

天数x	1	2	3	4	5	6
抗体含量水平y	5	10	26	50	96	195

根据以上数据，绘制了散点图.



（1）根据散点图判断，$y=c\cdot e^{dx}$ 与 $y=a+bx$（a，b，c，d 均为大于零的常数）哪一个更适宜作为描述 y 与 x 关系的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）

（2）根据（1）的判断结果求出 y 关于 x 的回归方程，并预测该志愿者在注射疫苗后的第 10 天的抗体含量水平值；

（3）从这位志愿者的前 6 天的检测数据中随机抽取 4 天的数据作进一步的分析，记其中的 y 值大于 50 的天数为 X，求 X 的分布列与数学期望.

参考数据：

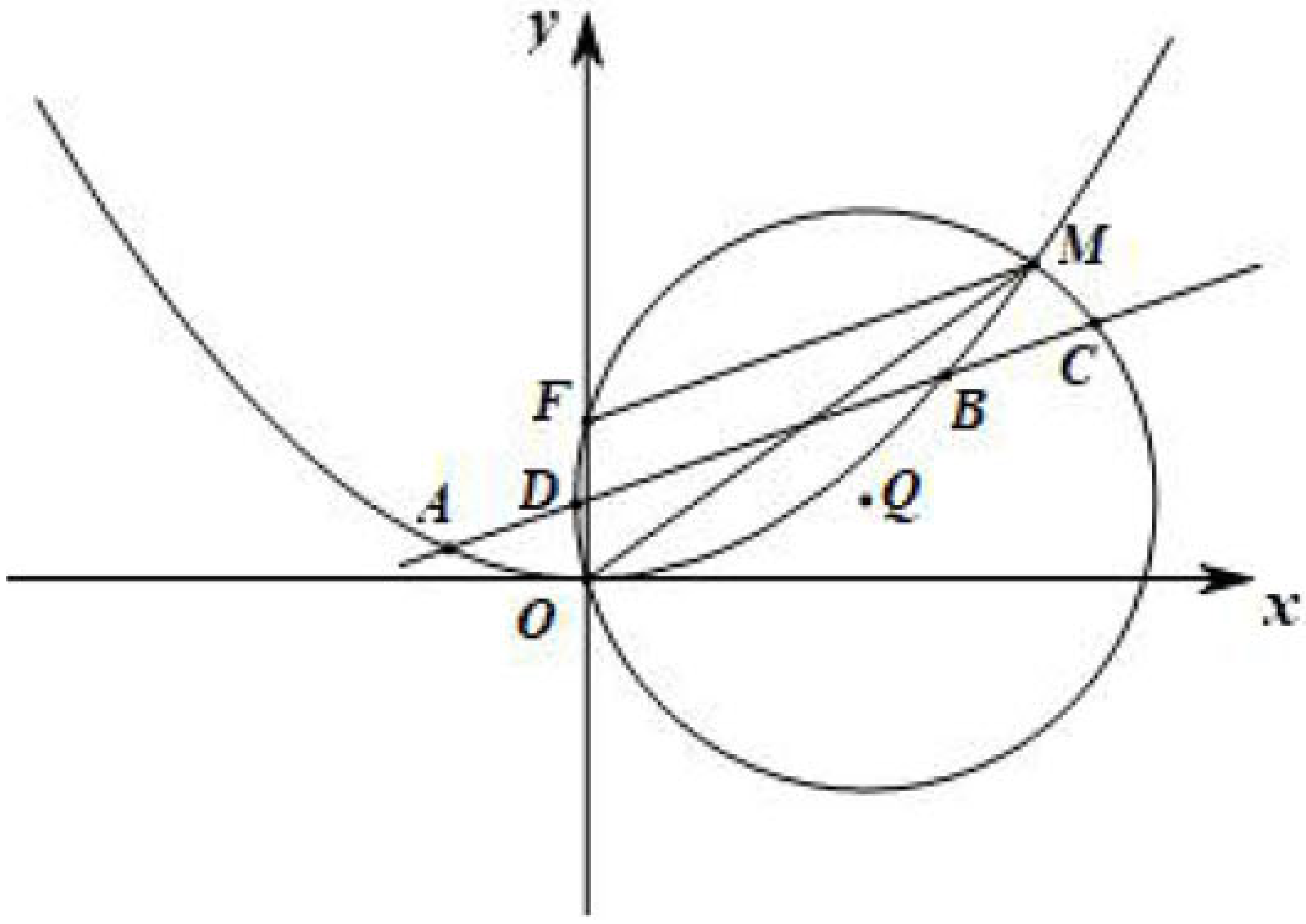
$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{\omega}$	$\sum\limits_{i=1}^{6}\left(x_1-\overline{x}\right)^2$	$\sum\limits_{i=1}^{6}\left(\omega_1-\overline{\omega}\right)^2$	$\sum\limits_{i=1}^{6}\left(\omega_i-\overline{\omega}\right)\left(x_i-\overline{x}\right)$	$\sum\limits_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)$	$e^{8.3}$
3.50	63.67	3.49	17.50	9.49	12.95	519.01	4023.87

其中 $\omega=\ln y$.

参考公式：用最小二乘法求经过点 (u_1,v_1)，(u_2,v_2)，(u_3,v_3)，…，(u_i,v_i) 的线性回归方程 $\hat{v}=\hat{b}u+\hat{a}$ 的系数公式，

$$\hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(u_i-\overline{u}\right)\left(v_i-\overline{v}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(u_i-\overline{u}\right)^2}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}u_iv_i-n\overline{u}\overline{v}}{\sum\limits_{i=1}^{n}u_i^2-n\overline{u}^2}，\quad \hat{a}=\overline{v}-\hat{b}\overline{u}.$$

20. F 是抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$ 的焦点，M 是抛物线 C 上位于第一象限内的任意一点，过 M,F,O 三点的圆的圆心为 Q，点 Q 到抛物线 C 的准线的距离为 $\frac{3}{4}$.



（1）求抛物线 C 的方程；

（2）若点 M 的横坐标为 $\sqrt{2}$，直线 $l: y=mx+\frac{1}{4}$ 与抛物线 C 有两个不同的交点 A,B,l 与圆 Q 有两个不同的交点 D,E，求当 $\frac{1}{2}\le m\le 2$ 时，$|AB|^2+|DE|^2$ 的最小值.

21. 已知函数 $f(x)=3x-\frac{1}{x}+b\ln x$.

（1）当 $b=-4$ 时，求函数 $f(x)$ 的极小值；

（2）若 $\exists x\in[1,e]$ 上，使得 $4x-\frac{1}{x}-f(x)<-\frac{1+b}{x}$ 成立，求 b 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

[选修 4—4：坐标系与参数方程]

22. 在直角坐标系 xOy 中，倾斜角为 α 的直线 l 的参数方程为：$\begin{cases}x=2+t\cos\alpha,\\ y=\sqrt{3}+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数），在以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2=2\rho\cos\theta+8$.

（1）求直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程；

（2）若直线 l 与曲线 C 交于 A，B 两点，且 $|AB|=4\sqrt{2}$，求直线 l 的倾斜角.

[选修 4—5：不等式选讲]

23. 已知函数 $f(x)=m-|x-2|$，$m\in\mathbf{R}$，$g(x)=|x+3|$.

（I）当 $x\in\mathbf{R}$ 时，有 $f(x)\le g(x)$，求实数 m 的取值范围.

（II）若不等式 $f(x)\ge 0$ 的解集为 $[1,3]$，正数 a，b 满足 $ab-2a-b=3m-1$，求 $a+b$ 的最小值.