高 三 数 学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

4. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-6x+8>0\}$，$B=\{x|x-3<0\}$，则 $A\cap B=$

A. $(2,3)$　　B. $(-\infty,3)$　　C. $(-\infty,2)$　　D. $(4,+\infty)$

2. 若复数 $z=\frac{2i}{1+i}$，则 $z-\bar{z}=$

A. 2　　B. $-2i$　　C. -2　　D. $2i$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(3,5)$，$\boldsymbol{b}=(m-1,2m+1)$，若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则 $m=$

A. 8　　B. -8　　C. $-\frac{2}{13}$　　D. $-\frac{8}{7}$

4. 已知 $a=\log_{0.3}2$，$b=3^{0.2}$，$c=0.2^{0.3}$，则

A. $b>c>a$　　B. $b>a>c$　　C. $c>b>a$　　D. $c>a>b$

5. 抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，M 是抛物线 C 上的点，O 为坐标原点，若 $\triangle OFM$ 的外接圆与抛物线 C 的准线相切，且该圆的面积为 36π，则 $p=$

A. 4　　B. 8　　C. 6　　D. 10

6. 已知函数 $f(x)=2\sqrt{2}\cos(\frac{\pi}{4}+x)\cos(\frac{\pi}{4}-x)$，要得到函数 $g(x)=\sin 2x-2\cos^2x+1$ 的图象，只需将 $f(x)$ 的图象

A. 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度　　B. 向左平移 $\frac{3\pi}{4}$ 个单位长度

C. 向右平移 $\frac{3\pi}{4}$ 个单位长度　　D. 向右平移 $\frac{3\pi}{8}$ 个单位长度

7. 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 8 的正三角形，D 是 AC 的中点，沿 BD 将 $\triangle BCD$ 折起使得二面角 A-BD-C 为 $\frac{\pi}{3}$，则三棱锥 C-ABD 外接球的表面积为

A. 52π　　B. $\frac{52}{3}\pi$　　C. $\frac{208}{3}\pi$　　D. $\frac{103}{3}\pi$

8. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，且 $a_na_{n+1}=n$，当 $n\geqslant 2$ 时，$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}\leqslant a_n+a_{n+1}-2^{\lambda}$，则实数 λ 的取值范围为

A. $(-\infty,1]$　　B. $[1,+\infty)$　　C. $(0,1]$　　D. $(-\infty,4]$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．

9．《黄帝内经》中的十二时辰养生法认为：子时（23点到次日凌晨1点）的睡眠对一天至关重要．相关数据表明，入睡时间越晚，沉睡时间越少，睡眠指数也就越低．根据某次的抽样数据，对早睡群体和晚睡群体的睡眠指数各取10个，如下表：

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
早睡群体睡眠指数	65	68	75	85	85	85	88	92	92	95
晚睡群体睡眠指数	35	40	55	55	55	66	68	74	82	90

根据样本数据，下列说法正确的是

A．早睡群体的睡眠指数一定比晚睡群体的睡眠指数高

B．早睡群体的睡眠指数的众数为85

C．晚睡群体的睡眠指数的第60百分位数为66

D．早睡群体的睡眠指数的方差比晚睡群体的睡眠指数的方差小

10．下列结论正确的是

A．若 $a<b<0$，则 $a^2>ab>b^2$　　　B．若 $x\in\mathbf{R}$，则 $x^2+2+\frac{1}{x^2+2}$ 的最小值为2

C．若 $a+b=2$，则 a^2+b^2 的最大值为2　　　D．若 $x\in(0,2)$，则 $\frac{1}{x}+\frac{1}{2-x}\geqslant 2$

11．已知点 $A(0,5)$，$B(-5,0)$，动点 P 在圆 C：$(x+3)^2+(y-4)^2=8$ 上，则

A．直线 AB 截圆 C 所得的弦长为 $\sqrt{6}$

B．$\triangle PAB$ 的面积的最大值为15

C．满足到直线 AB 的距离为 $\sqrt{2}$ 的 P 点位置共有3个

D．$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的取值范围为 $[-2-4\sqrt{5},-2+4\sqrt{5}]$

12．已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)+f(x)=f(2026)$，且 $f(x+1)-1$ 是奇函数，则

A．$f(1)+f(3)=2$

B．$f(2023)+f(2025)=f(2024)$

C．$f(2023)$ 是 $f(2022)$ 与 $f(2024)$ 的等差中项

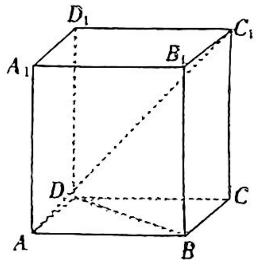
D．$\sum\limits_{i=1}^{2024}f(i)=2024$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13．若函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x-ae^x$ 的图象在点 $(0,f(0))$ 处的切线平行于 x 轴，则 $a=$___▲___．

14．某美食套餐中，除必选菜品以外，另有四款凉菜及四款饮品可供选择，其中凉菜可四选二，不可同款，饮品选择两杯，可以同款，则该套餐的供餐方案共有___▲___种．

15．如图，在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=8$，$AD=6$，异面直线 BD 与 AC_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{7}}{10}$，则 $CC_1=$___▲___．



16．法国数学家加斯帕·蒙日被称为"画法几何创始人""微分几何之父"．他发现椭圆的两条互相垂直的切线的交点的轨迹是以该椭圆的中心为圆心的圆，这个圆被称为该椭圆的蒙日圆．若椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的蒙日圆为 $x^2+y^2=\frac{7}{3}b^2$，则 C 的离心率为___▲___．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n 满足 $2S_n+a_n-1=0$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设 $b_n=\log_{27}a_n$，求数列$\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\}$的前 n 项和 T_n.

18.（12 分）

已知某公司生产的风干牛肉干是按包销售的，每包牛肉干的质量 M(单位：g)服从正态分布 $N(250,\sigma^2)$，且 $P(M<248)=0.1$.

(1)若从公司销售的牛肉干中随机选取 3 包，求这 3 包中恰有 2 包质量不小于 248 g 的概率；

(2)若从公司销售的牛肉干中随机选取 K(K 为正整数)包，记质量在 248 g～252 g 内的包数为 X，且 $D(X)>320$，求 K 的最小值.

19.（12 分）

在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$a=3\sqrt{2}$，$a\sin B=b\sin(A+\frac{\pi}{3})$.

(1)求角 A；

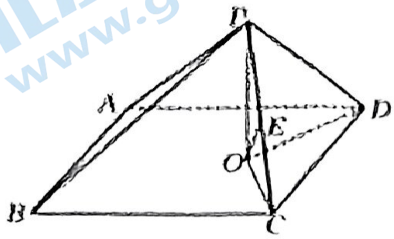
(2)作角 A 的平分线与 BC 交于点 D，且 $AD=\sqrt{3}$，求 $b+c$.

20.（12 分）

如图，在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，$PO\perp$ 平面 $ABCD$，垂足为 O，E 为 PC 的中点，$OE\,/\!/$ 平面 PAD.

(1) 证明：$PC=PD$.

(2) 若 $AD=2AB=4$，$OC\perp OD$，PC 与平面 $ABCD$ 所成的角为 60°，求平面 PBC 与平面 PCD 夹角的余弦值.



21.（12 分）

已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{42}}{6}$，且其焦点到渐近线的距离为 1.

(1) 求 C 的方程；

(2) 若动直线 l 与 C 恰有 1 个公共点，且与 C 的两条渐近线分别交于 P，Q 两点，O 为坐标原点，证明：$\triangle OPQ$ 的面积为定值.

22.（12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{\ln x+a}{x}$，$x\in[1,+\infty)$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性.

(2) 是否存在两个正整数 x_1，x_2，使得当 $x_1>x_2$ 时，$(x_1-x_2)^{x_1x_2}=x_1^{x_2}x_2^{x_1}$？若存在，求出所有满足条件的 x_1，x_2 的值；若不存在，请说明理由.