

高一 数学

一、选择题(本大题共 11 小题, 每小题 4 分, 共 44 分)

1、设集合 $A = \{-2, 0, 2\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. \emptyset B. $\{2\}$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{-2\}$

2、下列函数中是偶函数的是 ()

- A. $y = x^4 (x < 0)$ B. $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ C. $y = 3x - 1$ D. $y = |x + 1|$

3、下面命题正确的是()

- A. 若 $ac > bc$, 则 $a > b$ B. 若 $a^2 > b^2$, 则 $a > b$
 C. 若 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 则 $a < b$ D. 若 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$, 则 $a > b$

4、 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 是 $x = 1$ 的 ()

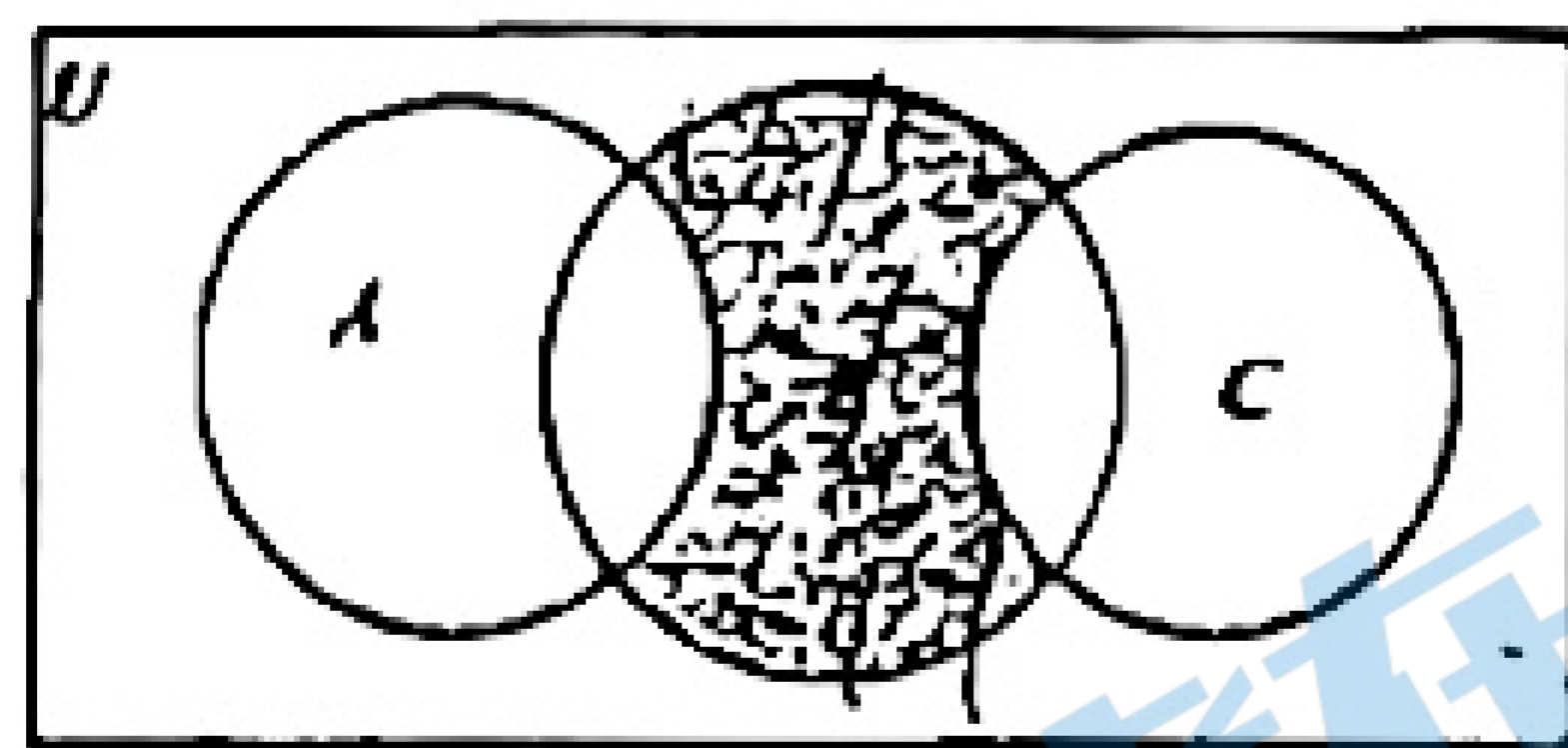
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5、奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3, 6]$ 上是增函数, 在区间 $[3, 6]$ 上的最大值为 8, 最小值为 -1, 则

$f(6) + f(-3)$ 的值为 ()

- A. 10 B. -10 C. 9 D. 15

6、如图中阴影部分所表示的集合是 ()



- A. $B \cap (\complement_U (A \cup C))$ B. $(A \cup B) \cup (B \cup C)$ C. $(A \cup C) \cap (\complement_U B)$ D. $B \cup (\complement_U (A \cup C))$

7、函数 $y = -x^3$ 是 ()

- A. 在定义内是增函数 B. 奇函数 C. 偶函数 D. 非奇非偶函数

8、已知 $a > 0$, 则 $a - 1 + \frac{4}{a}$ 的最小值为 ()

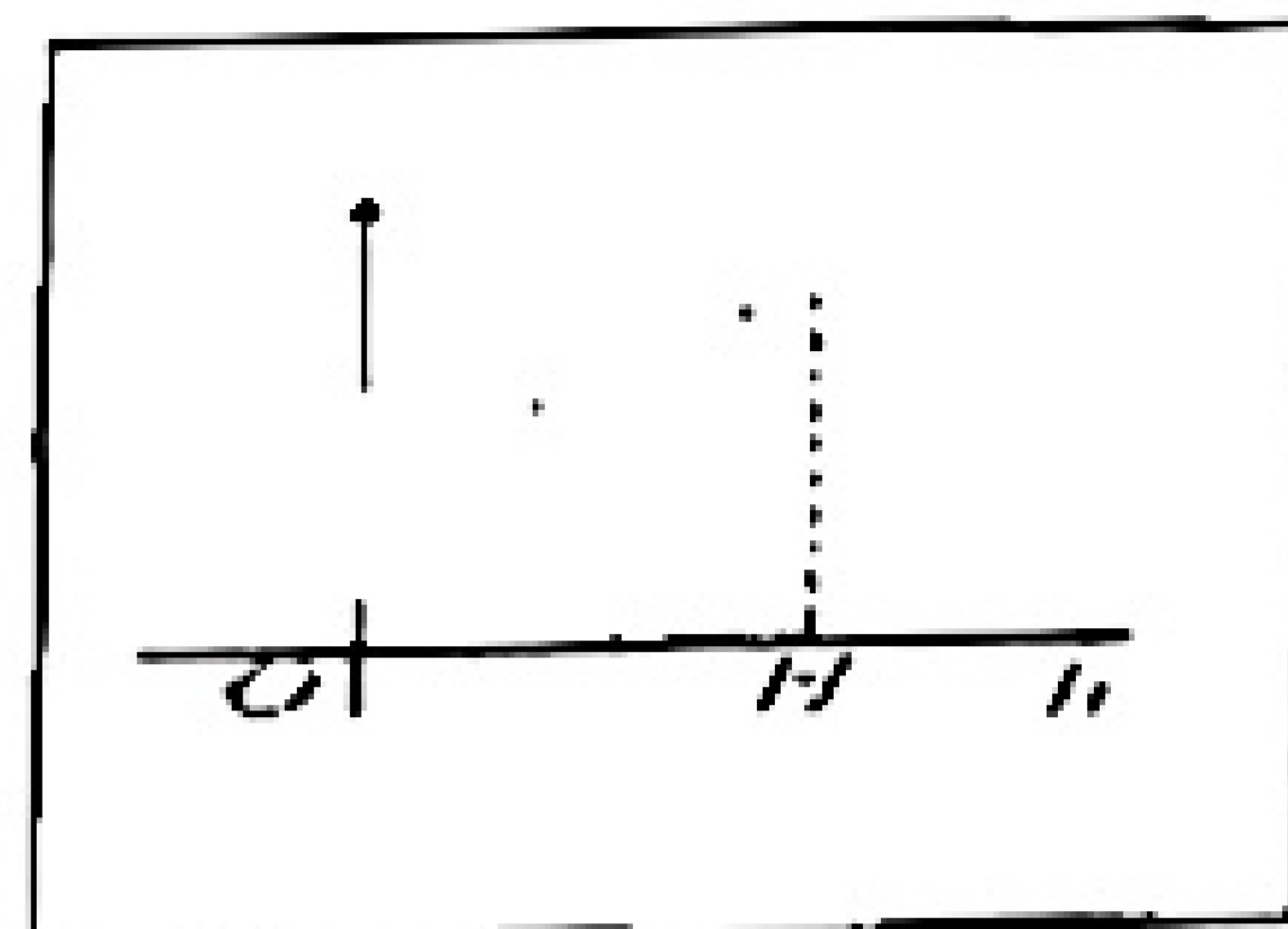
- A. 3 B. -1 C. 4 D. 5

题 答 要 不 线 封 密

9. 已知函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 2)$ 上是减函数，又函数 $y = f(x+2)$ 是偶函数，那么 $f(x)$ (

- A. 在区间 $(2, 4)$ 内是减函数 B. 在区间 $(2, 4)$ 内是增函数
 C. 在区间 $(-2, 0)$ 内是减函数 D. 在区间 $(-2, 0)$ 内是增函数

10. 向高为 H 的水瓶内注水，一直到注满为止，如果注水量 V 与水深 h 的函数图象如右图所示，那么水瓶的形状大致是()



11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - ax - 7, & x \leq 1 \\ \frac{a}{x}, & x > 1 \end{cases}$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的增函数，则 a 的取值范围是 ()

- A. $[-4, 0)$ B. $(-\infty, 0)$ C. $(-\infty, -2]$ D. $[-4, -2]$

二、填空题(本大题共 11 个小题，每小题 4 分，共 44 分，把答案填在题中横线上)

12. 关于 a 的不等式的 $a^2 - 4 < 0$ 解集是_____.
13. 设集合 $A = \{x | -1 < x < 2, x \in \mathbb{N}_r\}$ ，则集合 A 的真子集有_____个.
14. 函数 $f(x) = -\frac{1}{x} - 1$ 的零点有_____个.
15. 函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 的定义域为_____.
16. 设方程 $|x^2 - 3| = a$ 的解的个数为 m ，则 m 可能的值有_____.
17. 写出函数 $f(x) = -x^2 + 3|x|$ 的单调递增区间_____.
18. 函数 $y = \frac{1}{x^2 + 2}$ 的值域是_____.
19. 若 “ $-1 < x < 1$ ” 是 “ $x - a \leq 0$ ” 的充分不必要条件，则实数 a 的取值范围是_____.
20. 用 32m^2 的材料制造某种长方体形状的无盖车厢，按交通管理部门的规定车厢宽度为 2m ，则车厢的最大容积是_____ m^3 ，此时高是_____ m .

21. 已知 $f(x) = x + \frac{4}{x}$, $g(x) = x^2 - mx + 1$. 若对 $\forall x_1 \in [1, 3]$, $\exists x_2 \in [1, 3]$, 使得 $f(x_1) = g(x_2) + 1$

则实数 m 的取值范围是_____.

22. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax, & x \leq 1, \\ ax - 1, & x > 1. \end{cases}$ 若 $\exists x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$, 使得 $f(x_1) = f(x_2)$ 成立,

数 a 的取值范围是_____.

三、解答题: 本大题有 5 小题, 共 62 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

23. (本小题满分 12 分)

已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$.

(1) 当 $m = 5$ 时, 求 $A \cup B$, $(C_R A) \cap B$;

(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 m 的取值范围;

(3) 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

24. (本小题满分 12 分)

为了保护水资源, 提倡节约用水, 某城市对居民实行“阶梯水价”, 计费方法如下表:

每户每月用水量	水价
不超过 12m^3 的部分	3 元/ m^3
超过 12m^3 但不超过 18m^3 的部分	6 元/ m^3
超过 18m^3 的部分	9 元/ m^3

(1) 求出每月用水量和水费之间的函数关系

(2) 若某户居民某月交纳的水费为 54 元, 则此月此户居民的用水量为多少?

25. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^2 - 2mx$

(1) 当 $x \in [0, 1]$, 求 $f(x)$ 的最小值 $g(m)$

(2) 当 $-1 \leq t \leq 1$ 时，若不等式 $f(t) < 2t + 2$ 恒成立，求实数 m 的取值范围？

26. (本题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数，且 $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{2}{5}$

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式，以及零点.

(2) 判断函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上的单调性，并用函数单调性的定义证明.

(3) 判断函数 $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上的单调性：(只需写出结论).

(4) 在所给出的平面直角坐标系上，作出 $f(x)$ 在定义域 \mathbb{R} 上的示意图.

27. (本小题满分 13 分)

已知集合 $D = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$ ，集合 $B = \{1, 2, 3\}$ ，集合 $C = \{0, 1, 2\}$ ，且集合 D 满足

$$D \cap B \neq \emptyset, D \cap C = C$$

(1) 求实数 a 的值.

(2) 对集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\} (k \geq 2)$ ，其中 $a_i \in \mathbb{Z} (i = 1, 2, \dots, k)$ ，定义由 A 中的元素构成两个相应的集合 $S = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a + b \in A\}$ ， $T = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a - b \in A\}$ ，其中 (a, b) 是有序实数对，集合 S 和 T 中的元素的个数分别为 m 和 n ，若对任意的 $a \in A$ 总有 $3 - a \in A$ ，则称集合 A 具有性质 P .

① 请检验集合 $B \cup C$ 与 $B \cup D$ 是否具有性质 P ，并对其中具有性质 P 的集合，写出相应的集合 S 和 T .

② 试判断 m 和 n 的大小关系，并证明你的结论.