人大附中 2019-2020 学年度第一学期期中高二年级数学练习

℘必修 5 模块考核试题

2019 年 11 月 6 日

制卷人：吴忠才　　审卷人：梁丽平

说明：本试题分 I 卷和 II 卷，I 卷 17 道题，共 100 分，作为模块考试成绩；II 卷 7 道题，共 50 分；I 卷、II 卷共 24 题，合计 150 分，作为期中成绩；考试时间 120 分钟；请在答题卡上填写个人信息，并将条形码贴在答题卡的相应位置上.

I 卷（共 17 题，满分 100 分）

一、　单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每个题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的，请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置.）

1、已知 $a<0<b$，下列不等式恒成立的是（　　）

A、$a+b<0$　　B、$\frac{a}{b}<1$　　C、$\frac{a}{b}>1$　　D、$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

2、等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2=1, a_4=5$, 那公差 d 等于（　　）

A、2　　B、$\frac{1}{2}$　　C、$\frac{4}{3}$　　D、$\frac{3}{4}$

3、椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的焦距和离心率分别为（　　）

A、2 和 $\frac{1}{4}$　　B、1和 $\frac{1}{4}$　　C、2 和 $\frac{1}{2}$　　D、1和 $\frac{1}{2}$

4、等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3=9, a_5=1$, 则 a_6 的值为（　　）

A、$\frac{1}{3}$　　B、$-\frac{1}{3}$　　C、$\pm\frac{1}{3}$　　D、$\frac{1}{9}$

5、若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$ 的实轴长为 2，则其渐近线方程为（　　）

A、$y=\pm\sqrt{2}x$　　B、$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$　　C、$y=\pm\frac{1}{2}x$　　D、$y=\pm x$

6、已知$Rt\triangle ABC$的斜边长为 2，则下列关于$\triangle ABC$的说法中，正确的是（　　）

A、周长最大值为$2+2\sqrt{2}$　　B、周长最小值为$2+2\sqrt{2}$

C、面积的最大值为 2　　D、面积的最小值为 1

7、已知抛物线$x^2=2py(p>0)$的准线被双曲线$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=1$截得的弦长为 6，则该抛物线的焦点坐标是（　　）

A、$(0,\frac{1}{32})$　　B、$(0,32)$　　C、$(0,\frac{1}{2})$　　D、$(0,2)$

8、已知平面区域Ω：$\begin{cases}\sqrt{3}x-y+\sqrt{3}\geq 0\\ \sqrt{3}x+y-\sqrt{3}\leq 0\\ y\geq 0\end{cases}$，若圆$C:(x-a)^2+(y-b)^2=r^2(r>0)$与$x$轴和直线$y=\sqrt{3}(x+1)$均相切，且圆心$C\in\Omega$，则$\frac{ab+r^2}{a^2+b^2}$的最小值为（　　）

A、0　　B、$\frac{3+\sqrt{3}}{4}$　　C、$\frac{1-\sqrt{2}}{2}$　　D、$\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.请把结果填在答题纸上的相应位置）

9、等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_3=-6,S_5=15$,则$a_5=$________.

10、已知双曲线$E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的渐近线方程为$y=\pm 2x$，则双曲线$E$的离心率为________.

11、等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$,且$a_2a_4+a_3=6$，则$a_5=$________.

12、已知$A(-2,-2),B(0,2),C(2,0)$，则表示$\triangle ABC$内部区域（含边界）的不等式组为__________.

13、已知直线$l:y=x-t$与抛物线$C:y^2=4x$交于A,B两个不同点，O为坐标原点，若$\overline{OA}\cdot\overline{OB}=-3$，则$t$的值为________.

14、已知数列$\{a_n\}$满足$a_{k+1}^2-|a_k|=d$（d为常数，$k=1,2,\cdots,n,n\in N^*,n\geq 3$），给出下列四个结论：

①若数列$\{a_n\}$是周期数列，则周期必为2；

②若$d=0$，则数列$\{a_n\}$必是常数列；

③若$d>0$，则数列$\{a_n\}$是递增数列；

④若$d<0$，则数列$\{a_n\}$是有穷数列.

其中，所有错误结论的序号为________.

三、解答题（本大题共3小题，每题10分，共30分，解答应写出文字说明过程或演算步骤，请将答案写在答题纸上的相应位置.）

15、等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_1=1,S_2=3,b_n=\dfrac{S_n}{n}$.

（1）求a_n和S_n；

（2）证明：对任意$n\in N^*,b_n\geq 1$.

16、某商家耗资4500万元购进一批VR（虚拟现实）设备，经调试后计划明年开始投入使用，由于设备损耗和维护，第一年需要维修保养费用200万元，从第二年开始，每年的维修保养费用比上一年增加40万元，该设备使用后，每年的总收入为2800万元.

（1）求盈利额y（万元）与使用年数x之间的函数关系式；

（2）该设备使用多少年，商家的年平均盈利额最大？最大年平均盈利额是多少？

17、已知椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$的离心率为$\dfrac{1}{2}$，过右焦点$F(1,0)$作两条互相垂直的直线$l_1,l_2$，分别交椭圆$E$于$A,B$和$C,D$四点，设$AB$、$CD$的中点为$M$、$N$.

（1）求椭圆E的方程；

（2）直线MN是否经过定点？若是，求出定点坐标；若否，请说明理由.

II 卷（共 7 道题，满分 50 分）

一、不定项选择题（本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的四个选项中，可能有一项或几项是符合题目要求的，请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置.）

18、下列结论中，所有正确的结论有（　　）

A、若 $\frac{a}{c^2}>\frac{b}{c^2}$, 则 $a-c^2>b-c^2$；

B、若 $a,b,m\in R^+$，则 $\frac{a+m}{b+m}>\frac{a}{b}$；

C、当 $x\in(0,\pi)$ 时，$\sin x+\frac{1}{\sin x}\ge 2$；

D、若 $a,b\in R^+,a+b=1$，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge 4$.

19、已知数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 均为递增数列，$\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$\{b_n\}$ 的前 n 项积为 T_n，且满足 $a_n+a_{n+1}=2n,b_n\cdot b_{n+1}=2^n(n\in N^*)$，则下列说法正确的有（　　）

A、$0<a_1<1$　　B、$1<b_1<\sqrt{2}$　　C、$S_{2n}<T_{2n}$　　D、$S_{2n}\ge T_{2n}$

20、已知点 P 是双曲线 $E:\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 的右支上一点，F_1,F_2 为双曲线 E 的左、右焦点，$\triangle PF_1,F_2$ 的面积为 20，则下列说法正确的有

A、点 P 的横坐标为 $\frac{20}{3}$　　B、$\triangle PF_1F_2$ 的周长为 $\frac{80}{3}$

C、$\angle F_1PF_2$ 小于 $\frac{\pi}{3}$　　D、$\triangle PF_1F_2$ 的内切圆半径为 $\frac{3}{2}$

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.请把结果填在答题纸上的相应位置.）

21、已知椭圆 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 上存在相异两点关于直线 $y=x+t$ 对称，请写出两个符合条件的实数 t 的值：__________.

22、已知 $f(n)=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}(n\in N^{*})$，用数学归纳法证明 $f(2^{n})>\frac{n}{2}$，请补全证明过程：

（1）当 $n=1$ 时，$f(2^{1})=1+\frac{1}{2}>\frac{1}{2}$；

（2）假设 $n=k$ 时命题成立，即 $f(2^{k})>\frac{k}{2}$，则当 $n=k+1$ 时，

$f(2^{k+1})=f(2^{k})+$ ____

$>$ ____ $=\frac{k+1}{2}$，

即当 $n=k+1$ 时，命题成立.

综上所述，对任意 $n\in N^{*}$，都有 $f(2^{n})>\frac{n}{2}$ 成立.

23、曲线 E 是平面内到定点 $A(1,0)$ 的距离与到定直线 $x=-1$ 的距离之积为 8 的动点 P 的轨迹，则 x 的取值范围是__________；曲线 E 上的点到原点的最小距离是________.

三、解答题（本大题共 1 小题，满分 14 分.解答应写出文字说明过程或演算步骤. 请将答案写在答题纸上的相应位置.）

24、正整数数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，前 n 项积为 T_n，若 $\frac{T_i}{S_i}\in N^{*}(i=1,2,\cdots,n)$，则称数列 $\{a_n\}$ 为"Z 数列".

（1）判断下列数列是否是 Z 数列，并说明理由；

①2, 2, 4, 8；　　②8, 24, 40, 56.

（2）若数列 $\{a_n\}$ 是 Z 数列，且 $a_2=2$，求 S_3 和 T_3；

（3）是否存在等差数列是 Z 数列？请阐述理由.

（请将答案全部写在答题纸上，在试卷上作答无效）