2023 北京房山高一（下）期中

数　　学

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合

1．若角 α 的终边经过点 P（1，－2），则 sinα＝（　　）

A．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．－2　　D．$-\frac{1}{2}$

2．600° 角是（　　）

A．第一象限角　　B．第二象限角　　C．第三象限角　　D．第四象限角

3．下列函数中，奇函数是（　　）

A．$y=\sin x$　　B．$y=\sin|x|$

C．$y=\tan(x+\frac{\pi}{3})$　　D．$y=\cos 2x$

4．要得到函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{4})$ 的图象，只需将函数 $y=\sin 2x$ 的图象（　　）

A．向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位　　B．向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

C．向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位　　D．向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位

5．在半径为 3 的扇形中，圆心角为 2*rad*，则扇形的面积为（　　）

A．3　　B．6　　C．9　　D．18

6．已知 A，B，C 为△ABC 的三个内角，则下列四个结论中不一定成立的是（　　）

A．$\sin(A+B)=\sin C$　　B．$\cos(A+B)=\cos C$

C．$\sin\frac{A+B}{2}=\cos\frac{C}{2}$　　D．$\cos\frac{A+B}{2}=\sin\frac{C}{2}$

7．已知向量 $\vec{a}=(1,3)$，$\vec{b}=(-1,1)$，则下列结论正确的是（　　）

A．$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角是钝角

B．$(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$

C．$\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影的数量为 $\sqrt{2}$

D．$\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影的数量为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$

8．已知非零向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，则“$\vec{a}=\vec{b}$”是“$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

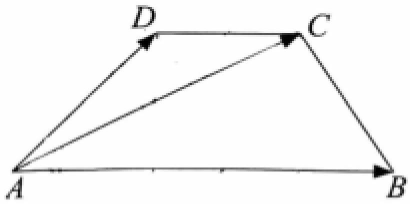
C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

9．函数 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})$ $(\omega>0)$ 的最小正周期记为 T．若 $\frac{2\pi}{3}<T<\pi$，且 $f(x)$ 的图象关于点

$(\frac{3\pi}{2}，0)$中心对称，则 $f(\frac{\pi}{2})=$（　　）

A．1　　　　B．$\frac{1}{2}$　　　　C．0　　　　D．－1

10．在梯形 $ABCD$ 中，$AB // CD$，$CD=2$，$\angle BAD=\frac{\pi}{4}$，若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=$（　　）



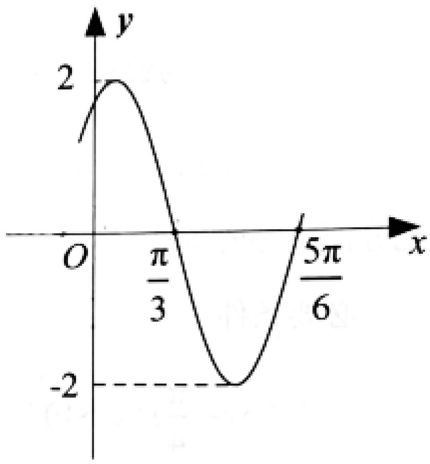
A．12　　　　B．16　　　　C．20　　　　D．$4\sqrt{10}$

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11．函数 $f(x)=\tan(x+\frac{\pi}{6})$ 的定义域为____________．

12．已知向量 $\vec{a}=(3，1)$，$\vec{b}=(2，-1)$．则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$______；$<\vec{a}，\vec{b}>=$___________．

13．函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图象如图所示，其中 $A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，则 $A=$______；$\varphi=$__________．



14．满足 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha+\cos\beta$ 的 α，β 的一组值是____________．（写出一组值即可）

15．已知函数 $f(x)=x\sin x$，给出下列四个结论：

①π 是 $f(x)$ 的一个零点；

②$f(x)$ 在$[-\frac{\pi}{2}，\frac{\pi}{2}]$上单调递增；

③$f(x)$ 在 $(0，\pi)$ 上有最大值；

④存在常数 $M>0$，使$|f(x)|\leq M|x|$对一切实数 x 都成立．

其中所有正确结论的序号是______．

三、解答题共 6 小题，共 75 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16.（15 分）已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=\sqrt{3}$，$<\vec{a}，\vec{b}>=\frac{\pi}{6}$.

（Ⅰ）求 $\vec{a}\cdot\vec{b}$；

（Ⅱ）求$|\vec{a}-2\vec{b}|$；

（Ⅲ）若（$\lambda\vec{a}+\vec{b}$）$\perp\vec{a}$，求实数 λ 的值.

17.（13 分）已知 $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，且 α 是第二象限角.

（Ⅰ）求 cos2α 的值；

（Ⅱ）求 $\tan(\alpha-\frac{\pi}{4})$的值.

18.（10 分）已知函数 $f(x)=\cos(3x-\frac{\pi}{4})$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小正周期；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 的单调递减区间.

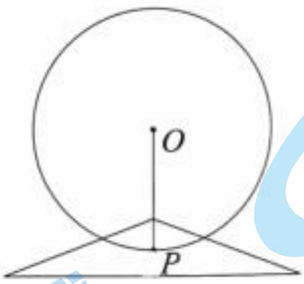
19.（13 分）已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x-\cos 2x$，$x\in[0，\frac{\pi}{2}]$.

（1）求 $f(x)$ 的最大值及取得最大值时 x 的值；

（Ⅱ）直接写出方程 $f(x)=\frac{3}{2}$的所有根的和.

20.（12 分）将图（1）所示的摩天轮抽象成图（2）所示的平面图形．已知摩天轮的半径为 40 米，其中心点 O 距地面 45 米，摩天轮按逆时针方向匀速转动，每 24 分钟转一圈，摩天轮上一点 P 距离地面的高度为 h（单位：米），若 P 从摩天轮的最低点处开始转动，则 h 与转动时间 t（单位：分钟）之间的关系为 $h=A\sin(\omega t+\varphi)+k$（$A>0$，$\omega>0$，$\varphi\in[-\pi，\pi]$）.

（1）



（2）

（Ⅰ）求 A，ω，φ，k 的值；

（Ⅱ）摩天轮转动 8 分钟后，求点 P 距离地面的高度；

（Ⅲ）在摩天轮转动一圈内，求点 P 距离地面的高度超过 65 米的时长.

21.（12分）对于分别定义在 D_1，D_2 上的函数 $f(x)$，$g(x)$ 以及实数 k，若存在 $x_1\in D_1$，$x_2\in D_2$ 使得 $f(x_1)-g(x_2)=k$，则称函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 具有关系 $M(k)$.

（Ⅰ）若 $f(x)=\cos x$，$x\in[0，\pi]$；$g(x)=\sin x$，$x\in[0，\pi]$，判断 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是否具有关系 $M(-2)$，并说明理由；

（Ⅱ）若 $f(x)=2\sin x$ 与 $g(x)=\cos 2x+\sin x$ 具有关系 $M(k)$，求 k 的取值范围；

（Ⅲ）已知 $a>0$，$h(x)$ 为定义在 **R** 上的奇函数，且满足：

①在 $[0，2a]$ 上，当且仅当 $x=\frac{a}{2}$ 时，$h(x)$ 取得最大值 1；

②对任意 $x\in\mathbf{R}$，有 $h(a+x)=-h(a-x)$.

判断 $f(x)=\sin 2\pi x+h(x)$ 与 $g(x)=h(x)-\cos 2\pi x$ 是否具有关系 $M(4)$，并说明理由.

参考答案

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合

1.【解答】解：∵点 P（1，－2），

∴$x=1$，$y=-2$，$|OP|=\sqrt{1+(-2)^2}=\sqrt{5}$，

因此，$\sin\alpha=\dfrac{y}{|OP|}=\dfrac{-2}{\sqrt{5}}=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$．

故选：B．

2.【解答】解：因为 600°＝360°+240°，

又 240°为第三象限角且 600°与 240°终边相同，

故 600°角是第三象限角．

故选：C．

3.【解答】解：$y=\sin x$ 为奇函数，符合题意；

$y=\sin|x|$为偶函数，不符合题意；

$t=\tan\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$为非奇非偶函数，不符合题意；

$y=\cos 2x$ 为偶函数，不符合题意．

故选：A．

4.【解答】解：由于函数 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin 2\left(x+\dfrac{\pi}{8}\right)$，

故只要将函数 $y=\sin 2x$ 的图象向左平移$\dfrac{\pi}{8}$个单位，即可得到函数 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$的图象，

故选：D．

5.【解答】解：扇形的圆心角为 $2rad$，半径为 3，扇形的弧长为：$l=2\times3=6$，

所以扇形的面积为：$S=\dfrac{1}{2}lr=\dfrac{1}{2}\times6\times3=9$．

故选：C．

6.【解答】解：对于 A：$\sin(A+B)=\sin(\pi-C)=\sin C$，故 A 正确；

对于 B：$\cos(A+B)=\cos(\pi-C)=-\cos C$，故 B 错误；

对于 C：$\sin\dfrac{A+B}{2}=\sin\dfrac{\pi-C}{2}=\cos\dfrac{C}{2}$，故 C 正确；

对于 D：$\cos\dfrac{A+B}{2}=\cos\dfrac{\pi-C}{2}=\sin\dfrac{C}{2}$，故 D 正确．

故选：B．

7.【解答】解：对于 A，因为$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1+3=2>0$，所以$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角不是钝角，选项 A 错误；

对于 B，$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=2+2=4\neq0$，所以$(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$不成立，选项 B 错误；

对于 C，$\vec{a}$在$\vec{b}$上的投影的数量为$\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，选项 C 正确；

对于 D，由 C 知选项 D 错误．

故选：C．

8．【解答】解：非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，

①若$\vec{a}=\vec{b}$成立，则$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$一定成立，

②若$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$成立，只表示向量$\vec{a}$和$\vec{b}$在向量$\vec{c}$上的投影相等，而$\vec{a}=\vec{b}$不一定成立，

∴$\vec{a}=\vec{b}$是$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$的充分不必要条件．

故选：A．

9．【解答】解：因为 $f(x)$ 的图象关于点$(\frac{3\pi}{2}, 0)$中心对称，

所以 $f(\frac{3\pi}{2})=\sin(\frac{3\omega\pi}{2}+\frac{\pi}{4})=0$，解得$\frac{3\omega\pi}{2}+\frac{\pi}{4}=k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，即 $\omega=-\frac{1}{6}+\frac{2k}{3}$，$k\in\mathbf{Z}$．

又$\frac{2\pi}{3}<T<\pi$，所以$\frac{2\pi}{3}<\frac{2\pi}{\omega}<\pi$，解得 $2<\omega<3$．

因为 $\omega=-\frac{1}{6}+\frac{2k}{3}$，$k\in\mathbf{Z}$．易知当 $k=4$ 时符合题意，此时 $\omega=\frac{5}{2}$．

所以 $f(x)=\sin(\frac{5}{2}x+\frac{\pi}{4})$，则 $f(\frac{\pi}{2})=\sin(\frac{5\pi}{4}+\frac{\pi}{4})=\sin\frac{3\pi}{2}=-1$．

故选：D．

10．【解答】解：因为$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$，所以$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$，

所以 $2|\overrightarrow{AB}|=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$，可得 $|\overrightarrow{AD}|\cos\frac{\pi}{4}=2$，解得$|\overrightarrow{AD}|=2\sqrt{2}$，

所以$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}\cdot(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC})=\overrightarrow{AD}^2+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{DC}=(2\sqrt{2})^2+2\sqrt{2}\times2\times\cos\frac{\pi}{4}=12$．

故选：A．

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11．【解答】解：令 $x+\frac{\pi}{6}\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，解得 $x\neq k\pi+\frac{\pi}{3}$（$k\in\mathbf{Z}$），

故函数 $f(x)$ 的定义域为$\{x|x\neq k\pi+\frac{\pi}{3}\}$（$k\in\mathbf{Z}$）．

12．【解答】解：向量$\vec{a}=(3, 1)$，$\vec{b}=(2, -1)$，

所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=3\times2+1\times(-1)=5$；

计算 $\cos<\vec{a}, \vec{b}>=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{5}{\sqrt{9+1}\times\sqrt{4+1}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

又因为$<\vec{a}, \vec{b}>\in[0, \pi]$，

所以$<\vec{a}, \vec{b}>=\frac{\pi}{4}$．

故答案为：5；$\frac{\pi}{4}$.

13.【解答】解：由函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图象可得 $A=2$，$\frac{T}{2}=\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$，

又 $\omega>0$，

故 $T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$，

故 $\omega=2$，于是 $y=2in(2x+\varphi)$；

由“五点作图法”可得 $2\times\frac{\pi}{3}+\varphi=\pi$，

故 $\varphi=\frac{\pi}{3}$.

故答案为：2，$\frac{\pi}{3}$.

14.【解答】解：一般情况下不满足 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha+\cos\beta$，

但在特殊情况下是成立的，如 $\alpha=\frac{\pi}{2}$，$\beta=-\frac{\pi}{4}$时，

左边$=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，右边$=\cos(-\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$

故答案为：$\begin{cases}\alpha=\frac{\pi}{2}\\ \beta=-\frac{\pi}{4}\end{cases}$.

15.【解答】解：对于①：当 $x=\pi$ 时，$f(\pi)=\pi\sin\pi=0$，故①正确；

对于②：$f'(x)=\sin x+x\cos x$，

所以在$(-\frac{\pi}{2},0)$上 $f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，

在$(0,\frac{\pi}{2})$上 $f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，故②错误；

对于③：由②可得在$(0,\frac{\pi}{2})$上 $f(x)$ 单调递增，

$f''(x)=\cos x+\cos x+x(-\sin x)=2\cos x-x\sin x$，

所以在$(\frac{\pi}{2},\pi)$上，$f''(x)<0$，$f'(x)$ 单调递减，

所以 $f'(\pi)<f'(x)<f'(\frac{\pi}{2})$，

所以 $-\pi<f'(x)<1$，

所以存在 $x_0\in(\frac{\pi}{2},\pi)$ 使得 $f'(x_0)=0$，

所以在$(\frac{\pi}{2},x_0)$上，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，

在（x_0，π）上，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，

所以$f(x)_{max}=f(x_0)$，

所以$f(x)$在（0，π）上有最大值，故③正确；

对于④：当$x=0$时，不等式$|f(x)|\leqslant M|x|$可化为$0\leqslant M$，

当$x\neq 0$时，不等式$|f(x)|\leqslant M|x|$可化为$|\sin x|\leqslant M$，

不妨取$M=1$，可得不等式$|f(x)|\leqslant M|x|$对一切实数都成立，故④正确，

故答案为：①③④．

三、解答题共6小题，共75分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16．【解答】解：（Ⅰ）$\because|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=\sqrt{3}$，$<\vec{a},\vec{b}>=\frac{\pi}{6}$，

$\therefore\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\frac{\pi}{6}=1\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}$；

（Ⅱ）$|\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{(\vec{a}-2\vec{b})^2}=\sqrt{\vec{a}^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2}=\sqrt{1-6+12}=\sqrt{7}$；

（Ⅲ）$\because(\lambda\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{a}$，

$\therefore(\lambda\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}=\lambda\vec{a}^2+\vec{a}\cdot\vec{b}=\lambda+\frac{3}{2}=0$，

$\therefore\lambda=-\frac{3}{2}$．

17．【解答】解：（Ⅰ）已知$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，且α是第二象限角，

故$\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1=2\times\frac{9}{25}-1=-\frac{7}{25}$．

（Ⅱ）已知$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，且α是第二象限角，

所以$\sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\tan\alpha=-\frac{4}{3}$；

故$\tan(\alpha-\frac{\pi}{4})=\frac{\tan\alpha-1}{1+\tan\alpha}=\frac{-\frac{4}{3}-1}{1-\frac{4}{3}}=7$．

18．【解答】解：因为$f(x)=\cos(3x-\frac{\pi}{4})$．

（Ⅰ）故$f(x)$的最小正周期$T=\frac{2\pi}{3}$；

（Ⅱ）令$2k\pi\leqslant 3x-\frac{\pi}{4}\leqslant 2k\pi+\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

则$\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{12}\leqslant x\leqslant\frac{2k\pi}{3}+\frac{5\pi}{12}$，

故$f(x)$的单调递减区间为$[\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{12},\frac{2k\pi}{3}+\frac{5\pi}{12}]$，$k\in\mathbf{Z}$．

19.【解答】解：（1）$f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x-\cos 2x=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$，$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，

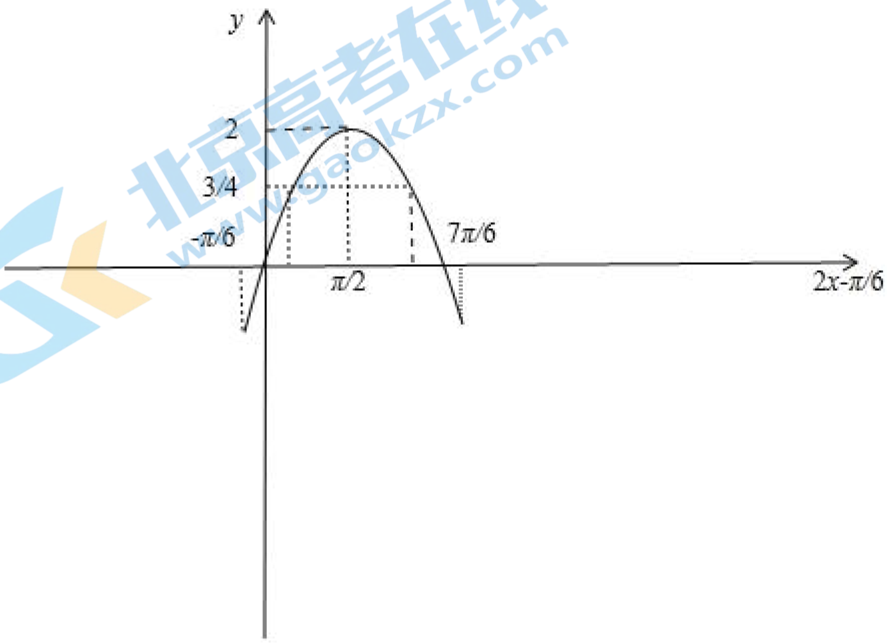
$(2x-\frac{\pi}{6})\in[-\frac{\pi}{6},\frac{7}{6}\pi]$，当 $x=\frac{\pi}{3}$ 时，即 $(2x-\frac{\pi}{6})=\frac{\pi}{2}$ 时，$f(x)$ 有最大值 2，

∴$f(x)$ 的最大值为 2，取得最大值时 $x=\frac{\pi}{3}$；

（2）$f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})=\frac{3}{2}$，$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，

$\sin(2x-\frac{\pi}{6})=\frac{3}{4}$，设两个根分别为 x_1、x_2，

∵ $(2x-\frac{\pi}{6})\in[-\frac{\pi}{6},\frac{7}{6}\pi]$，



如图，$\frac{\pi}{2}-x_1=x_2-\frac{\pi}{2}$，

∴$x_1+x_2=\pi$．

20.【解答】解：（Ⅰ）根据题意可得：$\begin{cases}A+k=85\\-A+k=5\end{cases}$，

可得 $A=40$，$k=45$，

又 $T=\frac{2\pi}{\omega}=24$，可得 $\omega=\frac{\pi}{12}$，可得 $h=40\sin(\frac{\pi}{12}t+\varphi)+45$，

当 $t=0$ 时，$y=40\sin\varphi+45=5$，即 $\sin\varphi=-1$，$\varphi\in[-\pi,\pi]$，

故 $\varphi=-\frac{\pi}{2}$．

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得 $h=40\sin(\frac{\pi}{12}t-\frac{\pi}{2})+45=-40\cos\frac{\pi}{12}t+45$，

所以 $t=8$ 时，可得 $h=-40\cos(\frac{\pi}{12}\times 8)+45=65$．

（Ⅲ）由题意 $-40\cos\frac{\pi}{12}t+45>65$，$t\in[0,24]$，

可得 $\cos\frac{\pi}{12}t<-\frac{1}{2}$，$t\in[0,24]$，

可得 $\frac{4\pi}{3}<\frac{\pi}{12}t<\frac{5\pi}{3}$，

解得 $16<t<20$，

故有 4 分钟长的时间点 P 距离地面的高度超过 65 米．

21.【解答】解：（Ⅰ）$f(x)$ 与 $g(x)$ 具有关系 $M(-2)$，理由如下：

当 $x\in[0,\pi]$ 时，$f(x)=\cos x\in[-1,1]$，

当 $x\in[0,\pi]$ 时，$g(x)=\sin x\in[0,1]$，

当 $x_1=\pi$，$f(x)=f(\pi)=-1$，

当 $x_2=\frac{\pi}{2}$ 时，$g(x)=g(\frac{\pi}{2})=1$，

此时 $f(\pi)-g(\frac{\pi}{2})=-2$，

所以 $f(x)$ 与 $g(x)$ 具有关系 $M(-2)$；

（Ⅱ）$f(x)=2\sin x\in[-2,2]$，

$g(x)=\cos2x+\sin x=-2\sin^2x+\sin x+1=-2(\sin x-\frac{1}{4})^2+\frac{9}{8}$，

因为 $\sin x\in[-1,1]$，

则当 $\sin x=-1$ 时，$-2(-1-\frac{1}{4})^2+\frac{9}{8}=-2$，

则 $g(x)\in[-2,\frac{9}{8}]$，

所以 $f(x_1)-g(x_2)\in[-\frac{25}{8},4]$，

则 $k\in[-\frac{25}{8},4]$；

（Ⅲ）不具有 $M(4)$ 关系，理由如下：

因为在 $[0,2a]$ 上，当且仅当 $x=\frac{a}{2}$ 时，$h(x)$ 取得最大值 1；

又 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，故在 $[-2a,0]$ 上，当且仅当 $x=-\frac{a}{2}$ 时，$f(x)$ 取得最小值 -1，

由对任意 $x\in\mathbf{R}$，有 $h(a+x)+h(a-x)=0$，

所以 $y=f(x)$ 关于点 $(a,0)$ 对称，

又 $h(a+x)=-h(a-x)=h(x-a)$，所以 $h(x)$ 的周期为 $2a$，

故 $h(x)$ 的值域为 $[-1,1]$；

$\sin2\pi x\in[-1,1]$，$\cos2\pi x\in[-1,1]$，

当 $h(x_1)=1$ 时，$x_1=\frac{a}{2}+2na$，$n\in\mathbf{Z}$；当 $\sin 2\pi x_1=1$ 时，$x_1=\frac{1}{4}+k$，$k\in\mathbf{Z}$，

若 $\frac{a}{2}+2na=\frac{1}{4}+k$，则 $a=\frac{4k+1}{8n+2}$，k，$n\in\mathbf{Z}$，此时有 $f(x_1)=\sin 2\pi x_1+h(x_1)=2$；

当 $h(x_2)=-1$ 时，$x_2=-\frac{a}{2}+2ma$，$m\in\mathbf{Z}$；当 $\cos 2\pi x_2=1$ 时，$x_2=t$，$t\in\mathbf{Z}$，

若 $-\frac{a}{2}+2ma=t$，则 $a=\frac{2t}{4m-1}$，

当 t，$m\in\mathbf{Z}$ 时，有 $g(x_2)=h(x_2)-\cos 2\pi x_2=-2$；

由于 $a=\frac{4k+1}{8n+2}\neq\frac{2t}{4m-1}$，

所以 $\sin 2\pi x_1+h(x_1)+\cos 2\pi x_2-h(x_2)<4$，

故不存在 $x_1\in\mathbf{R}$，$x_2\in\mathbf{R}$，使得 $\sin 2\pi x_1+f(x_1)+\cos 2\pi x_2-f(x_2)=4$，

所以 $f(x)=\sin 2\pi x+h(x)$ 与 $g(x)=h(x)-\cos 2\pi x$ 不具有关系 $M(4)$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。