

2022 北京人大附中高二（上）期末

数 学

2022.01

学校_____姓名_____准考证号_____

考 生 须 知	1. 本样题共 5 页，共两部分，19 道题，满分 100 分。考试时间 90 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 3. 答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。
------------------	--

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 下列直线中，倾斜角为 45° 的是

- (A) $x+y-1=0$ (B) $x+1=0$
(C) $x-y+2=0$ (D) $x-\sqrt{2}y-1=0$

(2) 若直线 $x-ay+1=0$ 与直线 $2x+y=0$ 垂直，则 a 的值为

- (A) 2 (B) 1 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) -1

(3) 如图，在四面体 $O-ABC$ 中， $\overrightarrow{OA}=a, \overrightarrow{OB}=b, \overrightarrow{OC}=c$ ， D 为 BC 的中点， E 为 AD 的中点，则 $\overrightarrow{OE}$ 可用向量 a, b, c 表示为

- (A) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c$ (B) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}b + \frac{1}{4}c$
(C) $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{4}c$ (D) $\frac{1}{4}a + \frac{1}{4}b + \frac{1}{2}c$

(4) 平面 α 与平面 β 平行的充分条件可以是

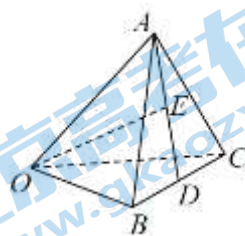
- (A) 平面 α 内有一条直线与平面 β 平行
(B) 平面 α 内有两条直线分别与平面 β 平行
(C) 平面 α 内有无数条直线分别与平面 β 平行
(D) 平面 α 内有两条相交直线分别与平面 β 平行

(5) 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线经过点 $(\sqrt{3}, 1)$ ，则双曲线的离心率为

- (A) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2

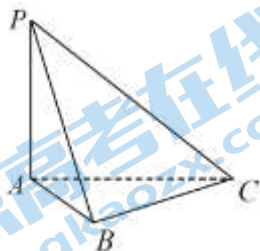
(6) 已知球 O 的半径为 2，球心到平面 α 的距离为 1，则球 O 被平面 α 截得的截面面积为

- (A) $2\sqrt{3}\pi$ (B) 3π (C) $\sqrt{3}\pi$ (D) π

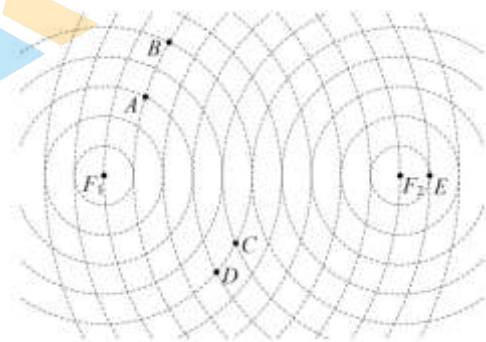


(7) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $AB \perp AC$, $PA = \sqrt{2}$, $AB = AC = 2$, 则点 A 到平面 PBC 的距离为

- (A) 1 (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$



(8) 如图, F_1, F_2 是平面上的两点, 且 $|F_1F_2| = 10$, 图中的一系列圆是圆心分别为 F_1, F_2 的两组同心圆, 每组同心圆的半径分别是 1, 2, 3, ..., A, B, C, D, E 是图中两组同心圆的部分公共点. 若点 A 在以 F_1, F_2 为焦点的椭圆 M 上, 则



- (A) 点 B 和 C 都在椭圆 M 上
(B) 点 C 和 D 都在椭圆 M 上
(C) 点 D 和 E 都在椭圆 M 上
(D) 点 E 和 B 都在椭圆 M 上

(9) 设 P 为直线 $y = kx + 2$ 上任意一点, 过 P 总能作圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的切线, 则 k 的最大值为

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3}$

(10) 某综合实践小组设计了一个“双曲线型花瓶”. 他们的设计思路是将某双曲线的一部分 (图 1 中 A, C 之间的曲线) 绕其虚轴所在直线 l 旋转一周, 得到花瓶的侧面, 花瓶底部是平整的圆面, 如图 2. 该小组给出了图 1 中的相关数据: $AA_1 = 13\text{cm}$, $BB_1 = 12\text{cm}$, $CC_1 = 20\text{cm}$, $A_1B_1 = 15\text{cm}$, $B_1C_1 = 48\text{cm}$, 其中 B 是双曲线的一个顶点. 小组中甲、乙、丙、丁四位同学分别用不同的方法估算了该花瓶的容积 (忽略瓶壁和底部的厚度), 结果如下表所示.

学生	甲	乙	丙	丁
估算结果(cm^3)	25200π	17409π	14889π	13809π

其中估算结果最接近花瓶的容积的同学是

(参考公式: $V_{\text{圆柱}} = \pi R^2 h$, $V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h$, $V_{\text{圆台}} = \frac{1}{3} \pi h (r^2 + rR + R^2)$)

- (A) 甲
(B) 乙
(C) 丙
(D) 丁



图 1



图 2

第二部分 (非选择题 共 60 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分。

(11) 圆 $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 9 = 0$ 的圆心坐标为 _____; 半径为 _____.

(12) 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AC_1} \cdot \overrightarrow{A_1B_1} =$ _____.

(13) 已知双曲线 M 的中心在原点, 以坐标轴为对称轴. 从以下三个条件中任选两个条件, 并根据所选条件求双曲线 M 的标准方程.

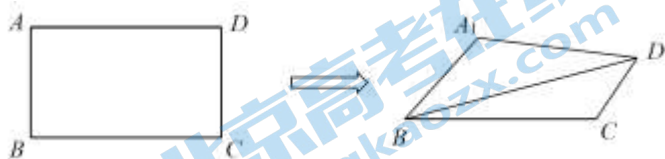
- ①一个焦点坐标为 $(2, 0)$; ②经过点 $(\sqrt{3}, 0)$; ③离心率为 $\sqrt{2}$.

你选择的两个条件是_____, 得到的双曲线 M 的标准方程是_____.

(说明: 仅填写第一空不得分, 只有在第一空填写的条件下填对第二空才得满分)

(14) 椭圆 $C: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的右焦点为 F , 过原点的直线与椭圆 C 交于两点 A, B , 则 $\triangle ABF$ 的面积的最大值为_____.

(15) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=1, AD=\sqrt{3}$, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 所在的直线进行翻折, 得到空间四边形 A_1BCD .



给出下面三个结论:

- ①在翻折过程中, 存在某个位置, 使得 $A_1C \perp BD$;
 ②在翻折过程中, 三棱锥 A_1-BCD 的体积不大于 $\frac{1}{4}$;
 ③在翻折过程中, 存在某个位置, 使得异面直线 A_1D 与 BC 所成角为 45° .

其中所有正确结论的序号是_____.

三、解答题共 4 小题, 共 40 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

(16) (本小题 8 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 圆 O 以原点为圆心, 且经过点 $M(1, \sqrt{3})$.

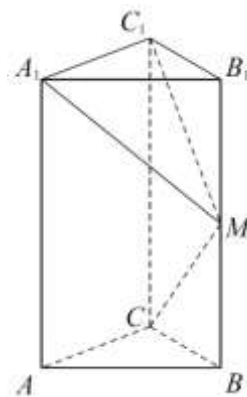
(I) 求圆 O 的方程;

(II) 若直线 $\sqrt{3}x + y - 2 = 0$ 与圆 O 交于两点 A, B , 求弦长 $|AB|$.

(17) (本小题 11 分)

如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC \perp BC, AC=BC=1, AA_1=2$. M 为侧棱 BB_1 的中点, 连接 A_1M, C_1M, CM .

- (I) 证明: $AC \parallel$ 平面 A_1C_1M ;
 (II) 证明: $CM \perp$ 平面 A_1C_1M ;
 (III) 求二面角 $C_1-A_1M-B_1$ 的大小.



(18) (本小题 10 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ 经过点 $(1, 2)$.

(I) 求抛物线 C 的方程及其准线方程;

(II) 经过抛物线 C 的焦点 F 的直线 l 与抛物线交于两点 M, N , 且与抛物线的准线交于点 Q . 若 $|MN| = 2\sqrt{2}|QF|$, 求直线 l 的方程.

(19) (本小题 11 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 一个焦点为 $(2, 0)$.

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) 设 O 为原点, 直线 $y = x + m (m \neq 0)$ 与椭圆 E 交于不同的两点 A, B , 且与 x 轴交于点 C , P 为线段 OC 的中点, 点 B 关于 x 轴的对称点为 B_1 . 证明: $\triangle PAB_1$ 是等腰直角三角形.

附加题

2022年1月12日

制卷人：侯立伟

审卷人：梁丽平

说明：请把答案填写在答题纸上

四、选择题（本大题共7小题，每小题5分，共35分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置.）

20.在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_2 + a_6 = 6$ ， $a_5 = 8$ ，则 $a_{10} = ()$

- A.20 B.25 C.30 D.33

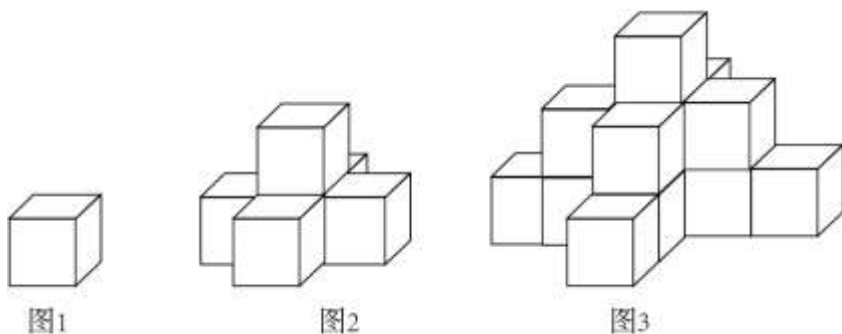
21.设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_4 = 8$ ， $S_8 = 20$ ，则 $a_{13} + a_{14} + a_{15} + a_{16} = ()$

- A.12 B.8 C.20 D.16

22.在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E 为棱 CC_1 上一点且 $CE = 2EC_1$ ，则异面直线 AE 与 A_1B 所成角的余弦值为 $()$

- A. $\frac{\sqrt{11}}{44}$ B. $\frac{\sqrt{11}}{22}$ C. $\frac{2\sqrt{11}}{44}$ D. $\frac{\sqrt{11}}{11}$

23.图1是一个水平摆放的小正方体木块，图2，图3是由这样的小正方体木块叠放而成的，按照这样的规律放下去，第8个叠放的图形中小正方体木块的总数是 $()$

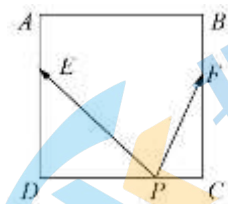


- A.66 B.91 C.107 D.120

24.已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，并且 $S_{12} > 0$ ， $S_{13} < 0$ ，若 $S_n \leq S_k$ 对 $n \in \mathbb{N}^*$ 恒成立，则正整数 k 的值为 $()$

- A.4 B.5 C.6 D.7

25.如图，正方形 $ABCD$ 的边长为6，点 E, F 分别在边 AD, BC 上，且 $DE = 2AE$ ， $CF = 2BF$.点 P 在正方形 $ABCD$ 的边上，且 $\overrightarrow{PE} \cdot \overrightarrow{PF} = 3$ ，则满足条件的点 P 的个数是 $()$



- A.0 B.2 C.4 D.6

26. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 若 C 上存在一点 P , 使得 $\angle F_1 P F_2 = 120^\circ$, 且

$\triangle F_1 P F_2$ 内切圆的半径大于 $\frac{\sqrt{3}}{12}a$, 则 C 的离心率的取值范围是 ()

- A. $\left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ B. $\left(0, \frac{11}{12}\right)$ C. $\left[\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{11}{12}\right)$ D. $\left(\frac{11}{12}, 1\right)$

五、解答题 (本大题共 1 小题, 共 15 分, 解答应写出文字说明过程或验算步骤, 请将答案写在答题纸上的相应位置.)

27. 对于无穷数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, 若 $b_k = \max\{a_1, a_2, \dots, a_k\} - \min\{a_1, a_2, \dots, a_k\} (k = 1, 2, 3, \dots)$, 则称 $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的“伴随数列”. 其中, $\max\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$, $\min\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ 分别表示 $a_1, a_2, \dots, a_k$ 中的最大数和最小数.

已知 $\{a_n\}$ 为无穷数列, 其前 n 项和为 S_n , 数列 $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的“伴随数列”.

(I) 若 $a_n = n + 2022$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和;

(II) 证明: $b_1 = 0$ 且 $b_{n+1} \geq b_n$;

(III) 若 $S_1 + S_2 + \dots + S_n = \frac{n(n+1)}{2}a_1 + \frac{n(n-1)}{2}b_n (n = 1, 2, 3, \dots)$, 求所有满足该条件的 $\{a_n\}$.

北京高一高二高三期末试题下载

北京高考资讯整理了【2022年1月北京各区各年级期末试题&答案汇总】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【北京高考资讯】公众号，对话框回复【期末】或者底部栏目<试题下载→期末试题>，

进入汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

