

数学(文科)

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间为 120 分钟,其中第 II 卷 22 题,23 题为选考题,其它题为必考题,考试结束后,将答题卡交回,2. 答题前,考生必须将自己的姓名、准考证号码填写清楚,将条形码准确粘贴在条形码区域内。

3. 选择题必须用 2B 铅笔填涂;非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写,字体工整、笔迹清楚。

4. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸、试题卷上答题无效。

5. 保持卡面清洁,不要折叠、不要弄破、不准使用涂改液、刮纸刀。

第 I 卷 选择题(共 60 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一个是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | 2^x < 4\}$, $B = \{x | y = \sqrt{x-1}\}$, 则 $A \cap B$ 等于

- A. $(2, +\infty)$ B. $[1, +\infty)$ C. $(1, 2)$ D. $[1, 2)$

2. 若复数 z 在复平面内的对应点为 $(1, -1)$, 则 $\frac{z}{1+i}$ 的虚部为

- A. i B. -1 C. 0 D. 1

3. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_n > 0, q > 1, a_3 + a_5 = 20, a_2 a_6 = 64$, 则 S_4 等于

- A. 15 B. 20 C. 31 D. 32

4. 已知空间中不过同一点的三条直线 m, n, l , 则“ m, n, l 两两相交”是“ m, n, l 在同一平面”的

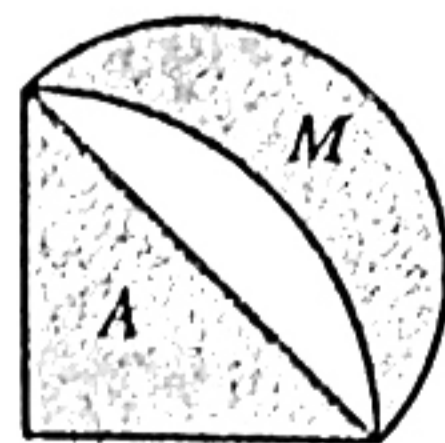
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 候鸟每年都要随季节的变化进行大规模的迁徙, 研究某种鸟类的专家发现, 该种鸟类的飞行速度 v (单位: m/s) 与其耗氧量 Q 之间的关系为 $v = a + \log_2 \frac{Q}{10}$ (其中 a 是实数). 据统计, 该种鸟类在静止的时候其耗氧量为 20 个单位, 若这种鸟类为赶路程, 飞行的速度不能低于 $2m/s$, 其耗氧量至少需要() 个单位。

- A. 70 B. 60 C. 80 D. 75

6. 如图来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形, 此图由一个半圆和一个四分之一圆构成, 两个阴影部分分别标记为 A 和 M . 在此图内任取一点, 此点取自 A 区域的概率记为 $P(A)$, 取自 M 区域的概率记为 $P(M)$, 则

- A. $P(A) > P(M)$
B. $P(A) < P(M)$

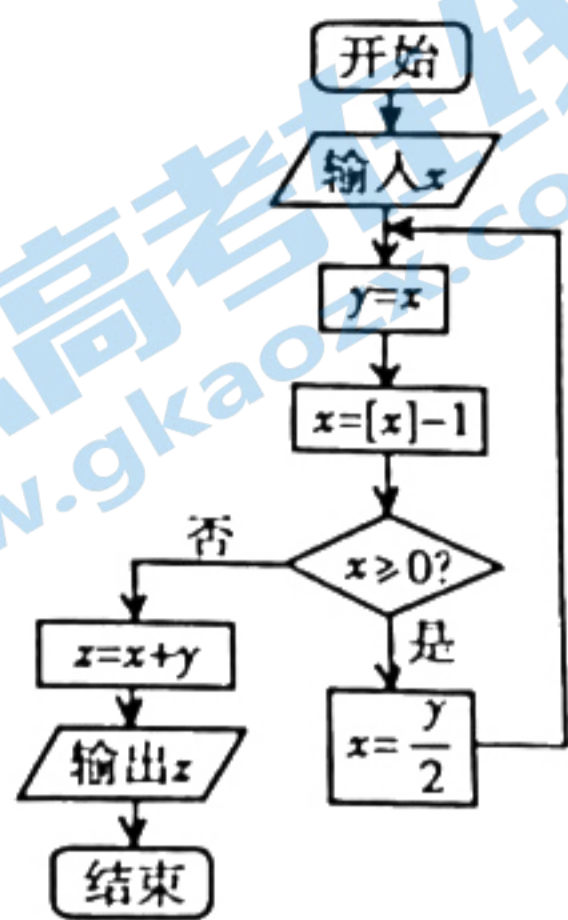


C. $P(A) = P(M)$

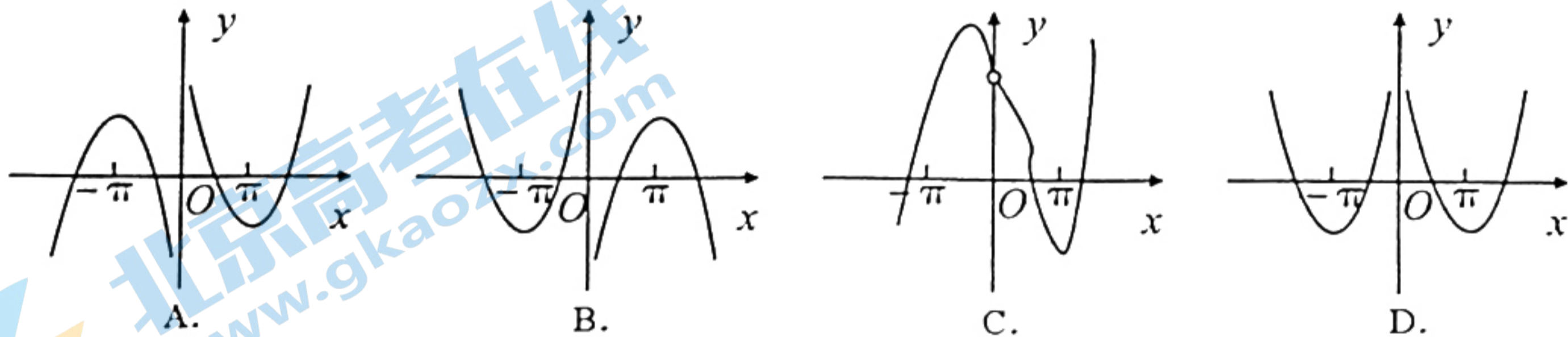
D. $P(A)$ 与 $P(M)$ 的大小关系与半径长度有关

7. 已知 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数. 执行如图所示的程序框图, 若输入 x 的值为 2.4, 则输出 z 的值为

- A. 1.2
- B. 0.6
- C. 0.4
- D. -0.4



8. 函数 $f(x) = \frac{(e^x - e^{-x}) \cos x}{x^2}$ 的部分图象大致形状是

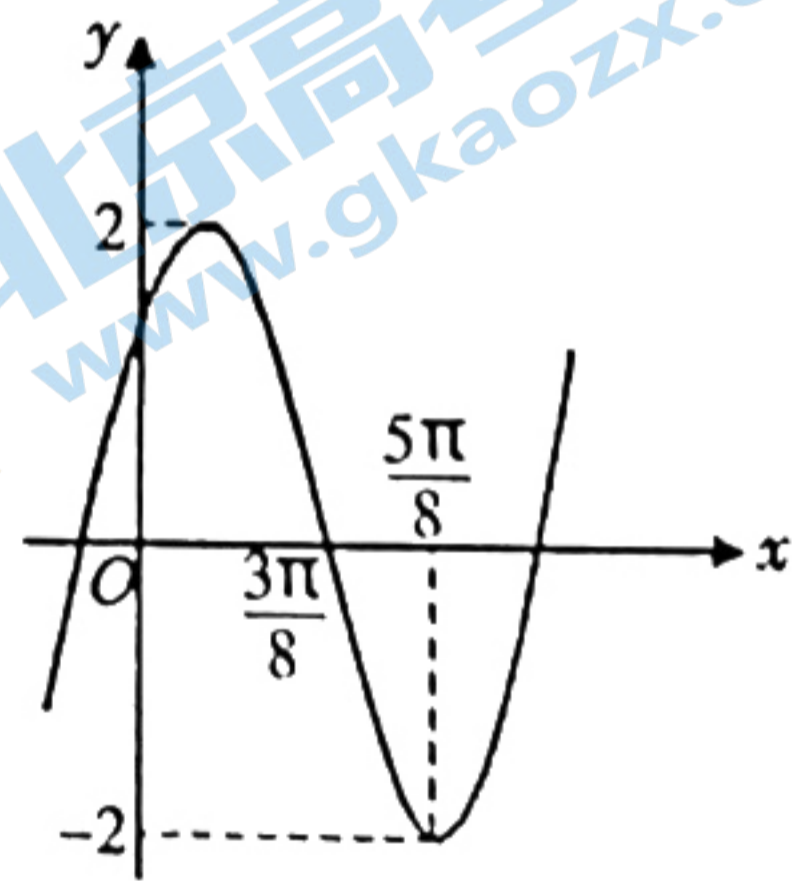


9. 若 P 为直线 $x - y + 4 = 0$ 上一个动点, 从点 P 引圆 $C: x^2 + y^2 - 4x = 0$ 的两条切线 PM, PN (切点为 M, N), 则 $|MN|$ 的最小值是

- A. $\frac{4}{3}$
- B. $\frac{4\sqrt{7}}{3}$
- C. $\frac{3\sqrt{7}}{4}$
- D. 6

10. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示. 现将函数 $f(x)$ 图象上的所有点向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后, 横坐标再缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍得到函数 $g(x)$ 的图象, 则函数 $g(x)$ 的解析式为

- A. $g(x) = 2 \sin(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4})$
- B. $g(x) = 2 \sin(4x + \frac{\pi}{4})$
- C. $g(x) = 2 \sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4})$
- D. $g(x) = 2 \sin(4x - \frac{\pi}{4})$



11. $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$, 对于 $\forall x \in [-1, +\infty)$, 均有 $f(x) - 1 \leq a(x+1)$, 则实数 a 的取值范围是

- A. $[\frac{1}{e^2}, +\infty)$
- B. $[\frac{1}{e}, +\infty)$
- C. $[1, +\infty)$
- D. $[\frac{1}{e^2}, \frac{1}{e})$

12. 侧棱长为 $2\sqrt{3}$ 的正四棱锥 $V-ABCD$ 内, 有一半球, 其大圆面落在正四棱锥底面上, 且与正四棱锥的四个侧面相切, 当正四棱锥的体积最大时, 该半球的半径为

- A. 1
- B. $\sqrt{2}$
- C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D. 2

第 II 卷 非选择题(共 90 分)

二、填空题:本题共 4 个小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知单位向量 e_1, e_2 的夹角是 $\frac{2\pi}{3}$, 向量 $a = 3e_1 + \lambda e_2$, 若 $a \perp e_2$, 则实数 $\lambda =$ _____.

14. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} 2x + y - 2 \geq 0 \\ 3x - y - 3 \leq 0 \\ x - 2y + 4 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = x - 3y$ 的最小值为 _____.

15. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{n+1} + (-1)^n a_n = 2n - 1$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 20 项之和为 _____.

16. 已知直线 $l: x - \sqrt{3}y = 0$ 交双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 于 A, B 两点.

(1) 已知点 P 是双曲线上不同于点 A, B 的任意一点, 则 $k_{PA} \cdot k_{PB} =$ _____ (结果用 a, b 表示)

(2) 过点 A 作直线 l 的垂线 AC 交双曲线 Γ 于点 C , 若 $\angle ABC = 60^\circ$, 则双曲线 Γ 的离心率为 _____.

三、解答题:本题共 6 小题,共 70 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

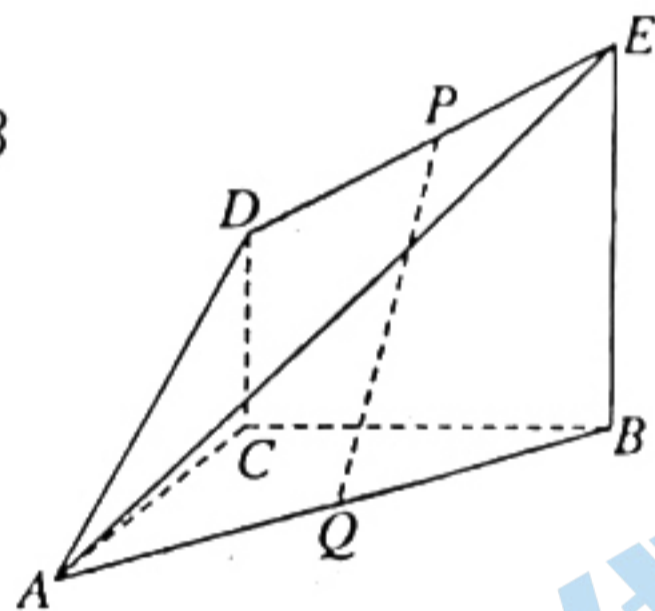
必考题:共 60 分

17. (本小题满分 12 分)

如图, $DC \perp$ 平面 ABC , $EB \parallel DC$, $AC = BC = EB = 2DC = 2$, $\angle ACB = 90^\circ$, P, Q 分别为 DE, AB 的中点.

(I) 求证: $PQ \parallel$ 平面 ACD ;

(II) 求几何体 $B-ADE$ 的体积.



18. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , $\sqrt{3}a \cos B - b \sin A = 0$.

(I) 求角 B 的大小;

(II) 若 $b = \sqrt{7}$, $a + c = 5$, 求 AC 边上的高.

19. (本小题满分 12 分)

近年来, 政府相关部门引导乡村发展旅游的同时, 鼓励农户建设温室大棚种植高品质农作物. 为了解某农作物的大棚种植面积对种植管理成本的影响, 甲、乙两同学一起收集 6 家农户的数据, 进行回归分析, 得到两个回归模型:

模型① $\hat{y}^{(1)} = -1.65x + 28.57$; 模型②: $\hat{y}^{(2)} = \frac{26.67}{x} + 13.50$.

对以上两个回归方程进行残差分析, 得到表:

种植面积 x (亩)		2	3	4	5	7	9
每亩种植管理成本 y (百元)		25	24	21	22	16	14
模型①	估计值 $\hat{y}^{(1)}$	25.27	23.62	21.97		17.02	13.72
	残差 $\hat{e}_i^{(1)}$	-0.27	0.38	-0.97		-1.02	0.28
模型②	估计值 $\hat{y}^{(2)}$	26.84		20.17	18.83	17.31	16.46
	残差 $\hat{e}_i^{(2)}$	-1.84		0.83	3.17	-1.31	-2.46

(I) 将以上表格补充完整, 并根据残差平方和判断哪个模型拟合效果更好;

(II) 视残差 \hat{e}_i 的绝对值超过 1.5 的数据为异常数据, 针对 (I) 中拟合效果较好的模型, 剔除异常数据后, 重新求回归方程.

$$\text{附: } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}; 0.27^2 + 0.38^2 + 0.97^2 + 1.02^2 + 0.28^2 = 2.277.$$

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax^2$, 其中常数 $a \in \mathbf{R}$.

(I) 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, 不等式 $f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(II) 若 $a = 1$, 且 $x \in [0, +\infty)$ 时, 求证: $f(x) > x^2 + 4x - 14$.

21. (本小题满分 12 分)

设点 $C(x, y) (y \geq 0)$ 为平面直角坐标系 xOy 中的一个动点 (其中 O 为坐标系原点), 点 C 到直线 $y = 0$ 的距离比到定点 $F(0, 1)$ 的距离小 1, 动点 C 的轨迹方程为 E .

(I) 求曲线 E 的方程;

(II) 若过点 F 的直线 l 与曲线 E 相交于 A, B 两点.

① 若 $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$, 求直线 l 的方程;

② 分别过点 A, B 作曲线 E 的切线且交于点 D , 若以 O 为圆心, 以 OD 为半径的圆与经过点 F 且垂直于直线 l 的直线 l_1 相交于 M, N 两点, 求 $|MN|$ 的取值范围.

选考题: 共 10 分.

请考生在 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. (本小题满分 10 分)【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + t\cos\varphi \\ y = 1 + t\sin\varphi \end{cases}$ (t 为参数, $\varphi \in [0, \pi)$), 以

坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴, 建立极坐标系, 圆 C 的极坐标方程为 $\rho = 4\cos(\theta - \frac{\pi}{3})$.

(I) 求圆 C 的直角坐标方程;

(II) 设 P 点的坐标为 $P(1, 1)$, 若直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点, 求 $|\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB}|$ 的最大值.

23. (本小题满分 10 分)【选修 4-5: 不等式选讲】

已知 a, b, c 为正数, 且 $a + b + c = 2$, 求证:

(I) $ab + bc + ac \leq \frac{4}{3}$;

(II) $\frac{2-a}{b} \cdot \frac{2-b}{c} \cdot \frac{2-c}{a} \geq 8$.

2021 年河南省六市高三第一次联合调研检测
数学文科参考答案

一、选择题

1-6 DBAACC 7-12 DABDAB

二、填空题

13. $\frac{3}{2}$ 14. -7 15. 210 16. (1) $\frac{b^2}{a^2}$ (2) $\sqrt{2}$

三、解答题

17. (I) 证明: 如下图所示, 取 AE 的中点 M , 连接 PM 、 QM .

$\because P$ 、 M 分别为 DE 、 AE 的中点, 则 $PM \parallel AD$, 2 分

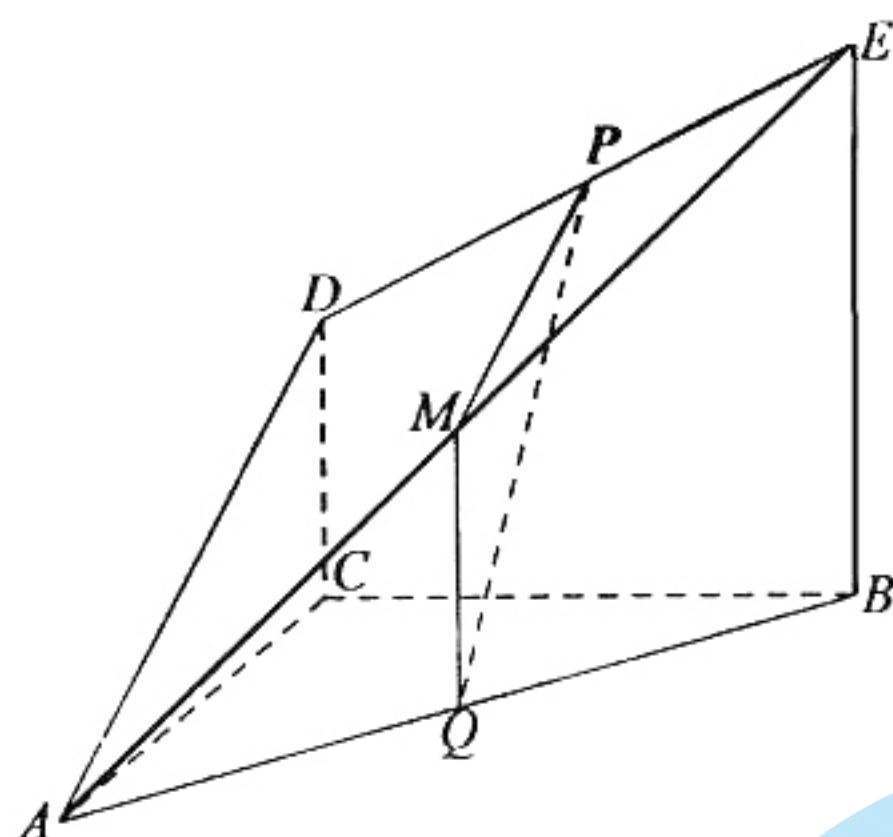
$\because PM \not\subset$ 平面 ACD , $AD \subset$ 平面 ACD , $\therefore PM \parallel$ 平面 ACD ,

$\because M$ 、 Q 分别为 AE 、 AB 的中点, 则 $MQ \parallel BE$, $\because EB \parallel DC$, $\therefore MQ \parallel DC$,

$MQ \not\subset$ 平面 ACD , $DC \subset$ 平面 ACD , $\therefore MQ \parallel$ 平面 ACD , 4 分

$\because PM \cap MQ = M$, \therefore 平面 $PQM \parallel$ 平面 ACD ,

$\because PQ \subset$ 平面 PQM , $\therefore PQ \parallel$ 平面 ACD ; 6 分



(II) 解: $\because DC \perp$ 平面 ABC , $AC \subset$ 平面 ABC , $\therefore AC \perp DC$,

$\because \angle ACB = 90^\circ$, 即 $AC \perp BC$, 且 $BC \cap DC = C$, $\therefore AC \perp$ 平面 $BCDE$, 8 分

$S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} BE \cdot BC = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2$, 10 分

$\therefore V_{B-ADE} = V_{A-BDE} = \frac{1}{3} S_{\triangle BDE} \cdot AC = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 = \frac{4}{3}$ 12 分

18. 解: (I) 在 $\triangle ABC$ 中, 因为 $\sqrt{3}a \cos B - b \sin A = 0$,

由正弦定理得, $\sqrt{3} \sin A \cos B - \sin B \sin A = 0$, 2 分

$\because 0 < A < \pi$, $\sin A > 0$, 所以 $\sqrt{3} \cos B - \sin B = 0$, 4 分

$\therefore \tan B = \sqrt{3}$, 因为 $B \in (0, \pi)$, 所以 $B = \frac{\pi}{3}$ 6 分

(II) 设 AC 边上的高为 h ,

$\because B = \frac{\pi}{3}$, $b = \sqrt{7}$, $a + c = 5$,

$\therefore b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = a^2 + c^2 - ac, \dots\dots\dots 8$ 分

即 $7 = (a+c)^2 - 3ac, \therefore ac = 6, \dots\dots\dots 10$ 分

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}bh = \frac{\sqrt{7}}{2}h, \therefore h = \frac{3\sqrt{21}}{7},$

$\therefore AC$ 边上的高是 $\frac{3\sqrt{21}}{7}, \dots\dots\dots 12$ 分

19.解:(1)

种植面积 x (亩)		2	3	4	5	7	9
每亩种植管理成本 y (百元)		25	24	21	22	16	14
模型①	估计值 $\hat{y}^{(1)}$	25.27	23.62	21.97	20.32	17.02	13.72
	残差 $\hat{e}_i^{(1)}$	-0.27	0.38	-0.97	1.68	-1.02	0.28
模型②	估计值 $\hat{y}^{(2)}$	26.84	22.39	20.17	18.83	17.31	16.46
	残差 $\hat{e}_i^{(2)}$	-1.84	1.61	0.83	3.17	-1.31	-2.46

模型①的残差平方和为 $0.27^2 + 0.38^2 + 0.97^2 + 1.02^2 + 0.28^2 + 1.68^2$
 $= 2.277 + 1.68^2 < 7,$

模型②的残差平方和大于 $3.17^2 > 9.$

\therefore 模型①的拟合效果比较好: $\dots\dots\dots 6$ 分

(II)应剔除第四组数据

$\bar{x} = \frac{1}{5}(2+3+4+7+9) = 5, \bar{y} = \frac{1}{5}(25+24+21+16+14) = 20, \dots\dots\dots 7$ 分

$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} = \frac{-56}{34} = -\frac{28}{17}, \dots\dots\dots 10$ 分

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 20 - (-\frac{28}{17}) \times 5 = \frac{480}{17}, \dots\dots\dots 11$ 分

\therefore 所求回归方程为 $\hat{y} = -\frac{28}{17}x + \frac{480}{17}, \dots\dots\dots 12$ 分

20.解:(1)由题意知当 $x \in (0, +\infty)$ 时, 不等于 $f(x) = e^x - ax^2 > 0$ 恒成立, 即

$a < \frac{e^x}{x^2},$

设 $h(x) = \frac{e^x}{x^2} (x > 0),$ 则 $h'(x) = \frac{(x-2)e^x}{x^3},$

当 $x \in (0, 2)$ 时, $h'(x) < 0,$ 函数 $h(x)$ 单调递减,

当 $x \in (2, +\infty)$ 时, $h'(x) > 0,$ 函数 $h(x)$ 单调递增,

$\therefore h(x)$ 的最小值为 $h(2) = \frac{e^2}{4}, \therefore$ 实数 a 的取值范围为 $(-\infty, \frac{e^2}{4}); \dots\dots\dots 4$ 分

(II)证明:由题意知,要证 $f(x) > x^2 + 4x - 14,$ 即证 $e^x - x^2 > x^2 + 4x - 14,$

即证 $e^x - 2x^2 - 4x + 14 > 0$,

设 $g(x) = e^x - 2x^2 - 4x + 14 (x \geq 0)$, 5分

则 $g'(x) = e^x - 4x - 4$, 设 $h(x) = e^x - 4x - 4$, 则 $h'(x) = e^x - 4$,

令 $h'(x) = 0$, 解得 $x = 2\ln 2$, 易知函数 $h(x)$ 在 $[0, 2\ln 2)$ 单调递减, 在 $(2\ln 2, +\infty)$ 单调递增, 6分

设曲线 $y = h(x)$ 与 x 轴的交点为 $(m, 0)$,

$\because h(0) = -3 < 0, h(2) = e^2 - 12 < 0, h(3) = e^3 - 16 > 0$,

$\therefore 2 < m < 3$, 且 $e^m = 4m + 4$, 9分

故当 $x \in [0, m)$ 时, $g'(x) < 0$, 当 $x \in (m, +\infty)$ 时, $g'(x) > 0$,

$\therefore g(x) \geq g(m) = e^m - 2m^2 - 4m + 14 = 18 - 2m^2$, 11分

由于 $2 < m < 3$, 所以 $g(x) \geq 2(9 - m^2) > 0$, 即 $f(x) > x^2 + 4x - 14$, 12分

21. 解: (I) 设点 C 到直线 $y = 0$ 的距离为 $|y|$,

由题意知 $|CF| - |y| = 1, \therefore y \geq 0$,

$\therefore \sqrt{x^2 + (y-1)^2} - y = 1$, 化简得 $x^2 = 4y$ 为所求方程, 2分

(II) ① 由题意知, 直线 l 的斜率必存在,

设直线 l 的方程为 $y = kx + 1$

联立 $\begin{cases} x^2 = 4y \\ y = kx + 1 \end{cases}$, 消 y 得 $x^2 - 4kx - 4 = 0$, 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

$\therefore x_1 + x_2 = 4k, x_1 \cdot x_2 = -4$, 3分

又 $\because \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}, \therefore -x_1 = 2x_2$,

$\therefore x_1 = 2\sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$ 或 $x_1 = -2\sqrt{2}, x_2 = \sqrt{2}$,

$\therefore k = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 或 $k = -\frac{\sqrt{2}}{4}$,

\therefore 直线 l 的方程为 $\sqrt{2}x - 4y + 4 = 0$ 或 $\sqrt{2}x + 4y - 4 = 0$, 5分

② $\because x^2 = 4y, \therefore y = \frac{1}{4}x^2, y' = \frac{1}{2}x$

过点 A 的切线方程为 $y = \frac{x_1}{2}(x - x_1) + y_1$ 即 $y = \frac{x_1}{2}x - y_1$, ①

过点 B 的切线方程为 $y = \frac{x_2}{2}(x - x_2) + y_2$ 即 $y = \frac{x_2}{2}x - y_2$, ②

联立①②得 $(x_1 - x_2)x = 2(y_1 - y_2), \therefore x = \frac{2(y_1 - y_2)}{x_1 - x_2} = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{x_1 x_2}{4}$

$\therefore D$ 点的坐标为 $D(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{x_1 \cdot x_2}{4})$, 即 $D(2k, -1)$, 7分

$\therefore |OD| = \sqrt{4k^2 + 1}, l_1$ 的方程为 $y = -\frac{1}{k}x + 1$

又 \because 点 O 到直线 l_1 的距离为 $d = \frac{|k|}{\sqrt{k^2 + 1}}$,

$\therefore |OD|^2 - d^2 = \frac{(2k^2 + 1)^2}{k^2 + 1} > 0, \therefore k \in \mathbf{R}$ 9分

又 $\because \frac{|MN|}{2} = \sqrt{|OD|^2 - d^2}$,

$\therefore |MN| = 2 \sqrt{4k^2 + 1 - \frac{k^2}{k^2 + 1}} = 2 \sqrt{4(k^2 + 1) + \frac{1}{k^2 + 1} - 4}$.

令 $k^2 + 1 = t, t \in [1, +\infty), f(t) = 4t + \frac{1}{t} - 4$, 10 分

$\therefore f'(t) = 4 - \frac{1}{t^2} > 0$,

$\therefore f(t)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增, $\therefore f(t) \geq f(1) = 1$,

$\therefore |MN| \geq 2$,

$\therefore |MN|$ 的取值范围为 $[2, +\infty)$ 12 分

22. 解: (1) 圆 C 的极坐标方程为 $\rho = 4\cos(\theta - \frac{\pi}{3})$,

则 $\rho^2 = 2\rho\cos\theta + 2\sqrt{3}\rho\sin\theta$,

由极坐标与直角坐标的转化公式得圆 C 的直角坐标方程是: $x^2 + y^2 = 2x + 2\sqrt{3}y$,

即 $x^2 + y^2 - 2x - 2\sqrt{3}y = 0$ 5 分

(II) 将直线 l 的参数方程 $\begin{cases} x = 1 + t\cos\varphi \\ y = 1 + t\sin\varphi \end{cases}$ (t 为参数),

代入 $x^2 + y^2 - 2x - 2\sqrt{3}y = 0$ 得:

$t^2 - 2(\sqrt{3} - 1)\sin\varphi \cdot t - 2\sqrt{3} = 0$,

设点 A, B 所对应的参数分别为 t_1 和 t_2 ,

则 $t_1 + t_2 = 2(\sqrt{3} - 1)\sin\varphi, t_1 \cdot t_2 = -2\sqrt{3}$,

则 $|\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB}| = |t_1 - t_2| = \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1t_2} = \sqrt{4(\sqrt{3} - 1)^2\sin^2\varphi + 8\sqrt{3}}$,

当 $\sin\varphi = 1$ 时, $|\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB}|$ 的最大值为 4. 10 分

23. 证明: (1) 将 $a + b + c = 2$ 平方得: $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ab + 2ac = 4$, ... 1 分

由基本不等式知: $a^2 + b^2 \geq 2ab, b^2 + c^2 \geq 2bc, a^2 + c^2 \geq 2ac$,

三式相加得: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$, 3 分

则 $4 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac \geq 3ab + 3bc + 3ac$,

$ab + bc + ac \leq \frac{4}{3}$, 当且仅当 $a = b = c = \frac{2}{3}$ 时等号成立 5 分

(II) 由 $\frac{2-a}{b} = \frac{b+c}{b} \geq \frac{2\sqrt{bc}}{b}$, 同理 $\frac{2-b}{c} = \frac{a+c}{c} \geq \frac{2\sqrt{ac}}{c}, \frac{2-c}{a} = \frac{b+a}{a} \geq \frac{2\sqrt{ba}}{a}$,

..... 7 分

则 $\frac{2-a}{b} \cdot \frac{2-b}{c} \cdot \frac{2-c}{a} \geq \frac{2\sqrt{bc}}{b} \cdot \frac{2\sqrt{ac}}{c} \cdot \frac{2\sqrt{ba}}{a} = 8$,

即 $\frac{2-a}{b} \cdot \frac{2-b}{c} \cdot \frac{2-c}{a} \geq 8$, 当且仅当 $a = b = c = \frac{2}{3}$ 时等号成立. 10 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯