

房山区 2020-2021 学年度第二学期期末检测试卷

高二数学

本试卷共 4 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回，试卷自行保存。

第一部分 (选择题 共 50 分)

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $M = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$ ，则集合 $\complement_U M =$

- (A) $\{x | -2 < x < 3\}$ (B) $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 3\}$
(C) $\{x | -2 \leq x \leq 3\}$ (D) $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$

(2) 若 $a > b$ ，则下列不等式一定成立的是

- (A) $a^2 > b^2$ (B) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
(C) $a - 1 > b - 2$ (D) $a + b > 2\sqrt{ab}$

(3) 已知命题 p ：所有能被 2 整除的整数都是偶数，那么 $\neg p$ 为

- (A) 所有不能被 2 整除的整数都是偶数
(B) 所有能被 2 整除的整数都不是偶数
(C) 存在一个不能被 2 整除的整数是偶数
(D) 存在一个能被 2 整除的整数不是偶数

(4) 要得到函数 $y = \cos 3x (x \in \mathbf{R})$ 的图象，只需将函数 $y = \cos x (x \in \mathbf{R})$ 的图象上的所有点，

- (A) 横坐标变为原来的 $\frac{1}{3}$ (纵坐标不变)
(B) 横坐标变为原来的 3 倍 (纵坐标不变)
(C) 纵坐标变为原来的 $\frac{1}{3}$ (横坐标不变)
(D) 纵坐标变为原来的 3 倍 (横坐标不变)

(5) $\sin(\frac{10\pi}{3}) =$

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{1}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(6) 函数 $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{4})$ 的一条对称轴可以为

(A) $x = -\frac{\pi}{2}$

(B) $x = 0$

(C) $x = \frac{\pi}{4}$

(D) $x = \frac{\pi}{2}$

(7) 若命题 “ $\forall x \in [1, 2], ax + 1 > 0$ ” 是真命题, 则 a 的取值范围是

(A) $(-\frac{1}{2}, +\infty)$

(B) $[-\frac{1}{2}, +\infty)$

(C) $(-1, +\infty)$

(D) $[-1, +\infty)$

(8) “ $-2 < x < 3$ ” 是 “ $x^2 - 2x - 3 < 0$ 成立” 的

(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

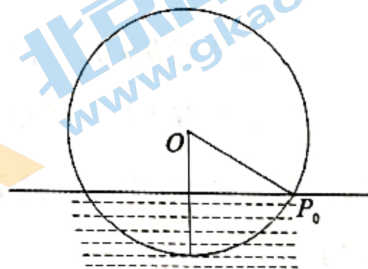
(9) 一个半径为 2m 的水轮, 水轮圆心 O 距离水面 1m , 已知水轮每分钟转动 (按逆时针方向) 3 圈, 当水轮上的点 P 从水中浮现时开始计时, 即从图中点 P_0 开始计算时间. 当时间 $t = 10$ 秒时, 点 P 离水面的高度为

(A) 3 m

(B) 2 m

(C) 1 m

(D) 0 m



(10) 已知函数 $f(x) = \cos^2 x + \sin x$, 则下列结论中正确的是

(A) $f(x)$ 是奇函数

(B) $f(x)$ 的最大值为 2

(C) $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6})$ 上是增函数

(D) $f(x)$ 在 $(-\pi, 0)$ 上恰有一个零点

第二部分 (非选择题 共 100 分)

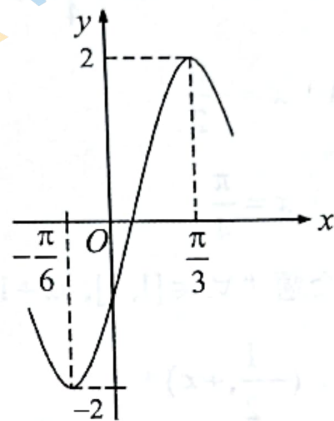
二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分。

(11) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 4, a_4 + a_6 = 12$, 则 $a_3 =$ _____.

(12) 已知函数 $f(x) = \ln(2x+1)$, 则函数 $f(x)$ 的定义域为 _____; $f(x)$ 的导函数 $f'(x) =$ _____.

(13) 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos A = \frac{1}{3}$, 则 $\tan A =$ _____.

(14) 函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如右图所示, 则函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T =$ _____, 函数 $f(x)$ 的解析式为 _____.



(15) 能够说明“设 $\theta \in \mathbf{R}$, 若 $\sin \theta < \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ”为假命题的一个 θ 的值为 _____.

(16) 已知在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_{n+1} + a_n = b^n$ ($b > 0$), 其前 n 项和为 S_n .

给出下列四个结论:

① $b = 1$ 时, $S_5 = 3$;

② $a_3 > 0$;

③ 当 $b > 1$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 是递增数列;

④ 对任意 $b > 0$, 存在 $\lambda \in \mathbf{R}$, 使得数列 $\{a_n - \lambda b^n\}$ 成等比数列.

其中所有正确结论的序号是 _____.

三、解答题共 5 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

(17) (本小题 14 分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_5 = \frac{1}{8}a_2$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;

(III) 比较 S_n 与 2 的大小, 并说明理由.

(18) (本小题 14 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α, β 的顶点都与坐标原点重合, 始边都落在 x 轴的正半轴. 角 α 的终边与单位圆的交点坐标为 $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$, 将角 α 的终边逆时针旋转 $\frac{\pi}{3}$ 后得到角 β 的终边.

(I) 直接写出 $\sin \alpha, \cos \alpha$ 的值;

(II) 将 β 用含 α 的代数式表示;

(III) 求 $\sin(\alpha + \beta)$ 的值.

(19) (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x - 2 \sin^2 x + m$, 再从下列条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知.

(I) 求 m 的值;

(II) 求函数 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的单调递增区间.

条件①: $f(x)$ 的最大值与最小值之和为 0;

条件②: $f(\frac{\pi}{2}) = 0$.

注: 如果选择条件①和条件②分别解答, 按第一个解答计分.

(20) (本小题 14 分)

某公司欲将一批货物从甲地运往乙地, 甲地与乙地相距 120 千米, 运费为每小时 60 元, 装卸费为 1000 元, 货物在运输途中的损耗费的大小 (单位: 元) 是汽车速度 (千米/小时) 值的 2 倍. (注: 运输的总费用 = 运费 + 装卸费 + 损耗费)

(I) 若汽车的速度为 50 千米/小时, 求运输的总费用;

(II) 汽车以每小时多少千米的速度行驶时, 运输的总费用最小? 求出最小总费用.

(21) (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = (ax^2 + x + 1)e^x$ ($a \leq \frac{1}{2}$).

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 0$ 处的切线方程;

(II) 证明: 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) \leq 1$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯