

南充市高 2022 届高考适应性考试（三诊）

文科数学评分细则

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	A	B	C	B	A	B	C	D	A	D	B

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分。

13. -1 14. 511 15. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 16. $\frac{2\pi}{3}$

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 【解析】(1) 已知 $a = 2\sqrt{2}$, $b = 5$, $\angle C = \frac{\pi}{4}$. 由余弦定理得:

$$c^2 = 25 + 8 - 2 \times 5 \times 2\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} = 13,$$

$$\therefore c = \sqrt{13}. \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

由正弦定理得:

$$\frac{c}{\sin \frac{\pi}{4}} = \frac{a}{\sin A} \Rightarrow \sin A = \frac{2\sqrt{13}}{13}. \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

(2) 因为 $a = 2\sqrt{2} < 5$, 故 A 为锐角.

$$\therefore \cos A = \frac{3\sqrt{13}}{13} \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$\therefore \sin 2A = 2 \sin A \cos A = \frac{12}{13}, \quad \cos 2A = 2 \cos^2 A - 1 = \frac{5}{13}, \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

$$\text{所以 } \sin(3A + B) = \sin\left(2A + \frac{3\pi}{4}\right)$$

$$= \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \sin 2A + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2A = -\frac{7\sqrt{2}}{26} \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

18. 【解析】(1) 根据题意得 $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{5} = 30$, $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^5 y_i}{5} = 105$.
 关注北京高者在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} = \frac{1800}{1200} = 1.5, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 105 - 1.5 \times 30 = 60.$$

y 关于 x 的回归方程为 $\hat{y} = 1.5x + 60$5分

(2) 由 (1) 可知: 当 $x=80$ 时, $\hat{y} = 1.5 \times 80 + 60 = 180$6分

由频率分布直方图, 以频率为概率可以估计:

销售的 180 万件产品中, 劣质品约为 $180 \times 0.25 = 45$ (万件)

优等品约为 $180 \times 0.65 = 117$ (万件)

特优品约为 $180 \times 0.1 = 18$ (万件)9分

故可估计今年企业该产品的总收益为

$$45 \times (-0.8) + 117 \times 4 + 18 \times 6 - 80 = 460 \text{(万元)}$$

综上: 今年企业该产品的销售总量估计为 180 万件, 年总收益估计为 460 万元.

.....12分

19. 【解析】(1) 取 AD 中点为 F , 连接 AC , CF ,

由 $AD = 2BC$ 得 $AF \parallel BC$ 且 $AF = BC$

\therefore 四边形 $ABCF$ 为平行四边形

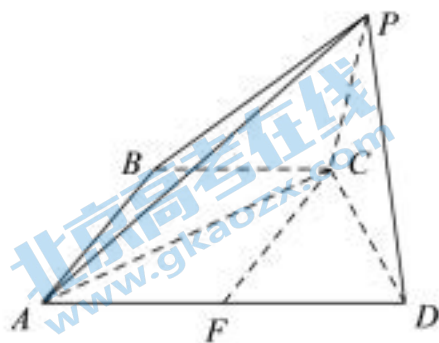
$\therefore CF = AF = DF$

$\therefore AC \perp CD$,3分

又因为二面角 $P-CD-B$ 为直二面角, 且平面 $PCD \cap$ 平面 $ABCD = CD$

$\therefore AC \perp$ 平面 PCD , $PD \subset$ 平面 PCD ,

所以 $AC \perp PD$;5分



(2) $\because BC \parallel AD$, $BC \subset$ 平面 PBC , $AD \not\subset$ 平面 PBC ,

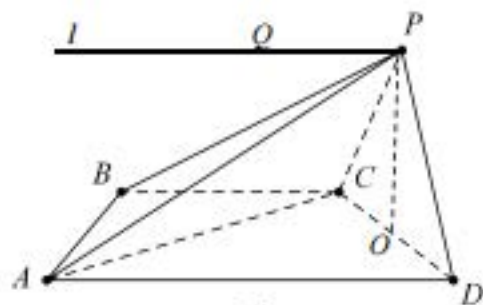
$\therefore AD \parallel$ 平面 PBC

\therefore 平面 $PBC \cap$ 平面 $PAD = l$

$\therefore l \parallel AD$, 且 l 是过 P 且与 AD 平行的直线.

$\therefore l \parallel$ 平面 $ABCD$.

$\therefore Q \in l$



关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。

∴ Q 到平面 $ABCD$ 的距离等于 P 到平面 $ABCD$ 的距离.8分

取 CD 的中点 O . 易得 $|CD| = \sqrt{2}$.

则由 $\triangle PCD$ 为等边三角形得: $PO \perp CD, |PO| = \frac{\sqrt{6}}{2}$

∴ 平面 $PCD \perp$ 平面 ACD , 平面 $PCD \cap$ 平面 $ACD = CD, PO \subset$ 平面 PCD

∴ $PO \perp$ 平面 $ABCD$ 10分

又 $\triangle ABCD$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$

∴ $V_{D-BCQ} = V_{Q-BCD} = V_{P-BCD} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{12}$ 12分

20. 【解析】(1) 已知 $f(x) = e^x - ax$, 则 $f'(x) = e^x - a$.

当 $a > 0$ 时, $f(x)$ 的减区间为 $(-\infty, \ln a)$; 增区间为 $(\ln a, +\infty)$2分

若 $0 < a \leq e$, 函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上递增, 则 $f(x)_{\min} = f(1) = e - a$;3分

若 $e < a < e^2$, 函数 $f(x)$ 在 $[1, \ln a]$ 上递减, 在 $[\ln a, 2]$ 上递增,

则 $f(x)_{\min} = f(\ln a) = a - a \ln a$;4分

若 $a \geq e^2$, 函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上递减, 则 $f(x)_{\min} = f(2) = e^2 - 2a$;5分

综上所述: $f(x)_{\min} = \begin{cases} e - a, & (0 < a \leq e) \\ a - a \ln a, & (e < a < e^2) \\ e^2 - 2a, & (a \geq e^2) \end{cases}$

(2) 由题意知 $F(x) = e^x - \cos x$, 则 $F'(x) = e^x + \sin x$.

当 $x \geq 0$ 时, 由 $e^x \geq 1, -1 \leq \sin x \leq 1$, 知 $F'(x) = e^x + \sin x > 0$.

故 $F(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 无极值点.7分

当 $-\frac{\pi}{2} \leq x < 0$ 时, $F(x) = e^x + \sin x = \phi(x)$, $\phi(x) = e^x + \cos x$,

由 $e^x > 0, \cos x \geq 0$, 知 $\phi(x) = e^x + \cos x > 0$. $F(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, 0)$ 为增函数.

∴ $F'(-\frac{\pi}{2}) = e^{-\frac{\pi}{2}} - 1 < 0, F'(0) = e^0 + 0 > 0$

$\therefore \exists x_0 \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$, 使得 $F'(x_0) = 0$. 且 $x \in [-\frac{\pi}{2}, x_0)$, $F'(x) < 0$, $F(x)$ 递减;

$x \in (x_0, +\infty)$, $F'(x) > 0$, $F(x)$ 递增

所以 $F(x)$ 有唯一的极小值点 x_010分

又由 $F'(x_0) = 0$ 得 $e^{x_0} + \sin x_0 = 0$ 即 $e^{x_0} = -\sin x_0$

$$\therefore F(x_0) = e^{x_0} - \cos x_0 = -\sin x_0 - \cos x_0 = -\sqrt{2} \sin(x_0 + \frac{\pi}{4})$$

由 $x_0 \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$, 得 $x_0 + \frac{\pi}{4} \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

故 $-1 < F(x_0) < 1$12分

21. 【解析】(1) 根据题意, 得 $|F_1T| = 6, |OE| = 1$, OE 为 $\triangle TF_1F_2$ 的中位线.

$$\therefore |F_2T| = 2$$

$$\therefore 2a = |F_2T| + |F_1T| = 8, a = 4 \dots\dots\dots 2分$$

又圆 $E: x^2 + (y-1)^2 = 9$ 与 x 轴交点为 $F_1(-2\sqrt{2}, 0), F_2(2\sqrt{2}, 0)$

$$\therefore c = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore b^2 = a^2 - c^2 = 8 \dots\dots\dots 4分$$

$$\therefore \text{椭圆 } C \text{ 的方程为 } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1 \dots\dots\dots 5分$$

(2) 显然直线 MN 的斜率不为 0, 故可设直线 MN 方程为 $x = my + n$.

$$\text{由 } \begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1 \\ x = my + n \end{cases} \text{ 得: } (m^2 + 2)y^2 + 2mny + n^2 - 16 = 0$$

由 $\Delta > 0$ 得: $8m^2 - n^2 + 16 > 0$

设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$

$$\therefore y_1 + y_2 = \frac{-2mn}{m^2 + 2} \quad y_1 y_2 = \frac{n^2 - 16}{m^2 + 2}$$

$$\therefore x_1 + x_2 = (my_1 + n) + (my_2 + n) = \frac{4n}{m^2 + 2} \quad x_1 x_2 = (my_1 + n)(my_2 + n) = \frac{2n^2 - 16m^2}{m^2 + 2} \dots\dots\dots 7分$$

又 $A(-4, 0), AM \perp AN$

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。

$$\therefore \overline{AM} \cdot \overline{AN} = (x_1 + 4, y_1) \cdot (x_2 + 4, y_2) = x_1 x_2 + 4(x_1 + x_2) + 16 + y_1 y_2 = 0$$

$$\frac{2n^2 - 16m^2}{m^2 + 2} + \frac{16n}{m^2 + 2} + 16 + \frac{n^2 - 16}{m^2 + 2} = 0$$

$$\text{整理得: } 3n^2 + 16n + 16 = 0$$

$$\therefore n = -\frac{4}{3} \text{ 或 } n = -4$$

显然 $n = -4$ 时, 直线 MN 过点 $A(-4, 0)$ 不符合题意

$$\therefore \text{直线 } MN \text{ 的方程为 } x = my - \frac{4}{3}, \text{ 直线 } MN \text{ 过定点 } Q\left(-\frac{4}{3}, 0\right) \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\because AD \perp MN \text{ 即 } \angle ADQ = 90^\circ$$

\therefore 点 D 在以 AQ 为直径的圆上

$$\therefore \text{当 } P \text{ 为线段 } AQ \text{ 的中点 } \left(-\frac{8}{3}, 0\right) \text{ 时, } |PD| = \frac{1}{2}|AQ| = \frac{4}{3} \text{ 为定值.}$$

$$\text{综上: 存在定点 } P\left(-\frac{8}{3}, 0\right), \text{ 使得 } |PD| \text{ 为定值 } \frac{4}{3}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

22. 【解析】(1) 由题意易得 \widehat{AB} 所在圆的直角坐标方程为: $x^2 + y^2 = 4$,

$$\text{所以 } \widehat{AB} \text{ 的极坐标方程为 } \rho = 2, \theta \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]; \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

因为 $A\left(2, -\frac{\pi}{6}\right)$ 的直角坐标是 $(\sqrt{3}, -1)$, 故 \widehat{OB} 的所在的圆的直角坐标方程为 $(x - \sqrt{3})^2 + (y + 1)^2 = 4$,

$$\text{所以 } \widehat{OB} \text{ 的极坐标方程为 } \rho = 4 \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right), \theta \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]; \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 因为 } Q \text{ 是 } \widehat{AB} \text{ 上的动点, 设 } Q(\rho, \theta) = (2, \theta), \theta \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right],$$

$$\text{在 } \triangle OMQ \text{ 中, 由余弦定理得 } MQ^2 = OQ^2 + OM^2 - 2OQ \cdot OM \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12} - \theta\right),$$

$$= 4 + 2 - 4\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{12} - \theta\right) = 6 - 4\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{12} - \theta\right), \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{由 } \theta \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right], \text{ 得 } \frac{\pi}{12} - \theta \in \left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4}\right], \therefore \cos\left(\frac{\pi}{12} - \theta\right) \in \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right],$$

$$\text{故 } |MQ|^2 \in [6 - 4\sqrt{2}, 2] \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

23. 【解析】(1) 解: 因为 $|x-2| + |x+1| \geq |(x-2) - (x+1)| = 3$, 获取更多试题资料及排名分析信息。

当且仅当 $(x-2)(x+1) \leq 0$, 即 $-1 \leq x \leq 2$ 时, 上式等号成立,

故函数 $f(x) = |x+2| + |x-1|$ 的最小值为 3，此时 x 的取值范围是 $[-1, 2]$4分

(2)解：因为 $\{x|f(x)+ax-1>0\} = R$ ，所以 $\forall x \in R, f(x) > -ax+1$.

函数 $f(x) = |x-2| + |x+1| = \begin{cases} 1-2x, & x < -1 \\ 3, & -1 \leq x \leq 2 \\ 2x-1, & x > 2 \end{cases}$,作出 $f(x)$ 的图像.....6分

令 $g(x) = -ax+1$ ，其图像为过点 $P(0,1)$ ，斜率为 $-a$ 的一条直线.

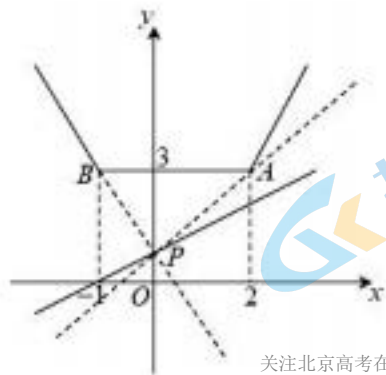
如图所示，点 $A(2,3), B(-1,3)$ ，

则直线 PA 的斜率为 $k_1 = 1$ ，直线 PB 的斜率为 $k_2 = -2$ ，8分

因为 $f(x) > g(x)$ 恒成立， $f(x)$ 图像恒在 $g(x)$ 图像上方.

由图可知： $-2 < -a < 1$ ，即 $-1 < a < 2$ ，

所以 a 的取值范围为 $(-1, 2)$ 10分



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号：bjgkzx

官方网站：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980

微信客服：gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](https://www.gkzxx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。