2023届高三开年摸底联考 全国卷
文科数学试题

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟，满分 150 分

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x \mid x^2-3x\leqslant 0\}$，$B=\{-1,0,6\}$，则 $(\complement_{R}A)\cap B=$

A. $\varnothing$　　B. $\{-1,6\}$　　C. $\{-1,0,6\}$　　D. $\{0,1\}$

2. 若 $z=\dfrac{1-i^3}{1-i}$，则 z 的虚部是

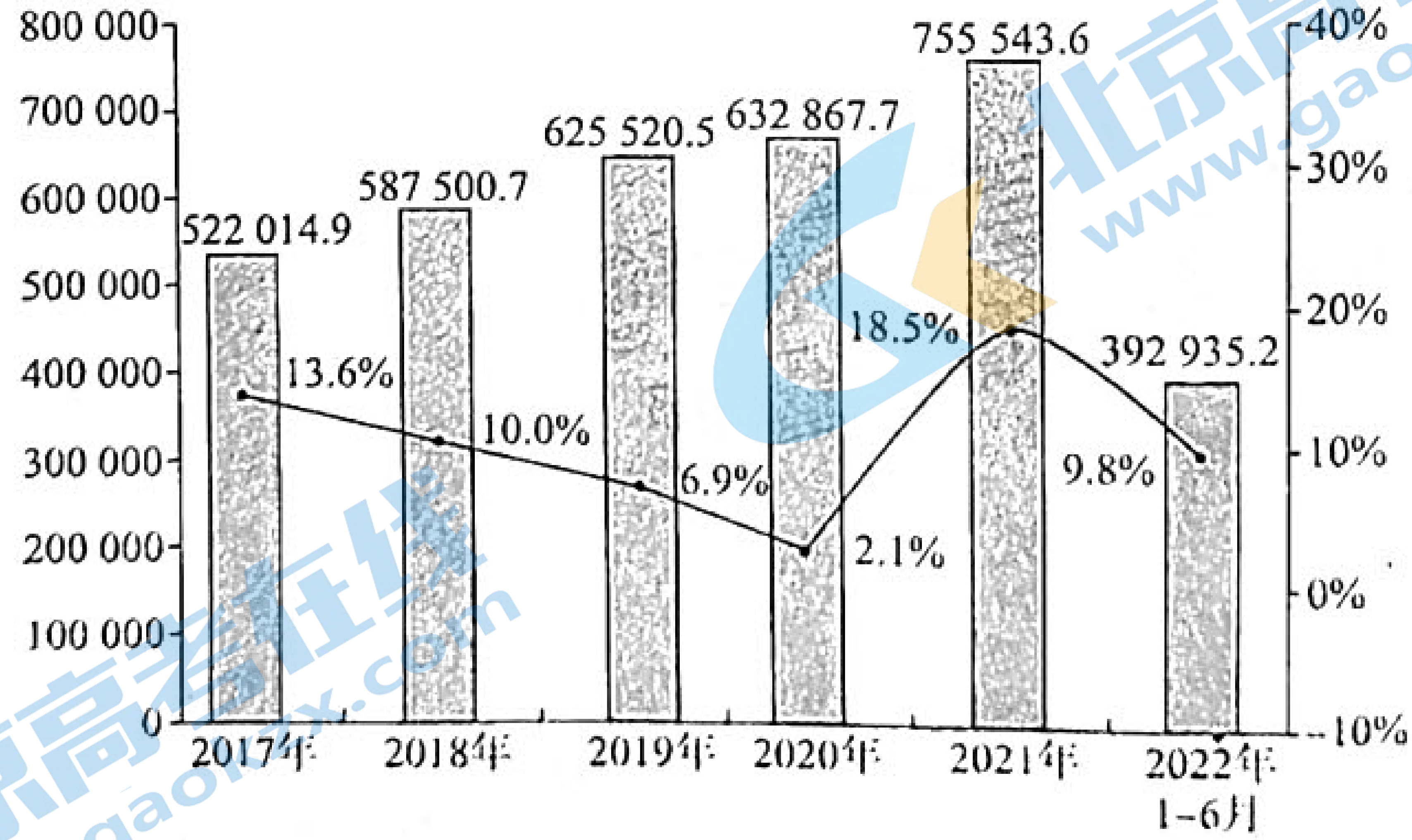
A. i　　B. 2i　　C. 1　　D. 2

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，a_5，a_7 是关于 x 的方程 $x^2-4x+k=0$ 的两根，则 $S_{11}=$

A. 22　　B. 24　　C. 26　　D. 28

4. 下图反映 2017 年到 2022 年 6 月我国国有企业营业总收入及增速统计情况：

2017年到2022年6月国有企业营业总收入及增速统计图



根据图中的信息，下列说法正确的是

A. 2017—2022 年我国国有企业营业总收入逐年增加

B. 2017—2022 年我国国有企业营业总收入逐年下降

C. 2017—2021 年中，我国国有企业营业总收入增速最快的是 2021 年

D. 2017—2021 年我国国有企业营业总收入的平均数大于 630 000 亿元

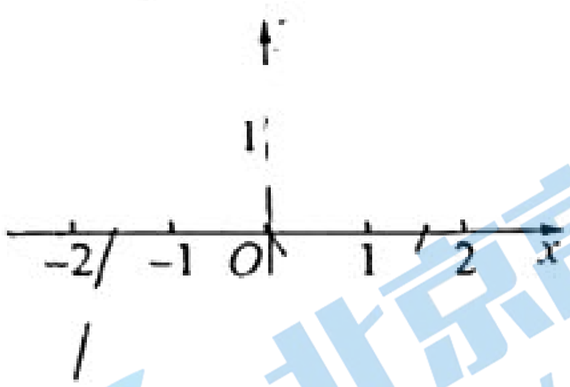
5.已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$，若把 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$ 对称，则 ω 的最小值为

A.2　　B.3　　C.4　　D.5

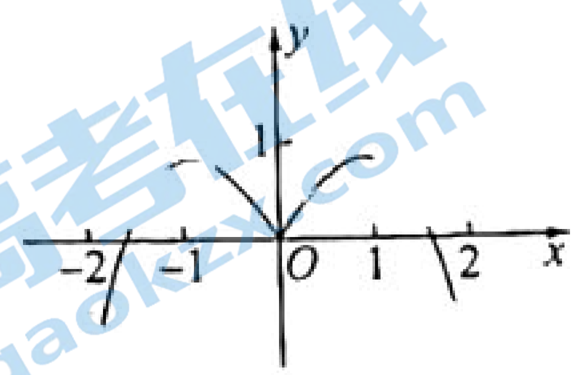
6.盲盒是指消费者不能提前得知具体产品款式的商品盒子.已知某盲盒产品共有 2 种玩偶，小明依次购买 3 个盲盒(每个盲盒里只有 1 种玩偶)，则他能集齐这 2 种玩偶的概率是

A.$\frac{3}{8}$　　B.$\frac{3}{4}$　　C.$\frac{5}{8}$　　D.$\frac{1}{4}$

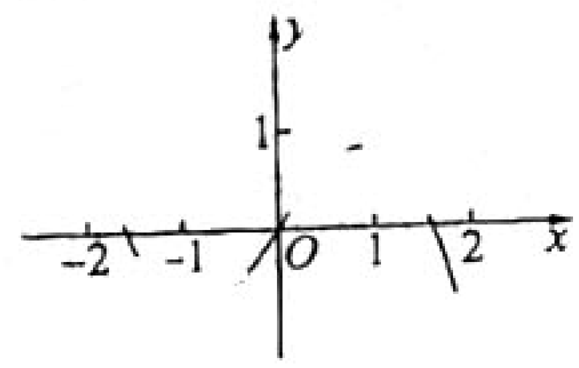
7.函数 $f(x)=(2^{-x}-2^{x})\cos x$ 在$[-2,2]$上的图象大致为



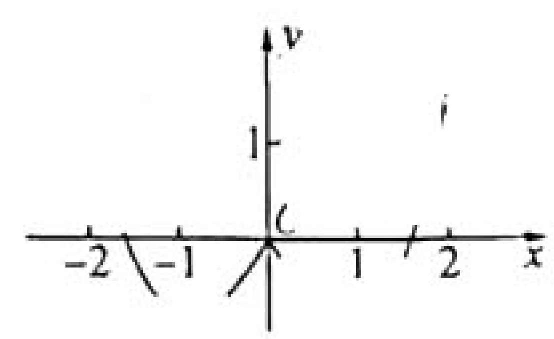
A



B



C



D

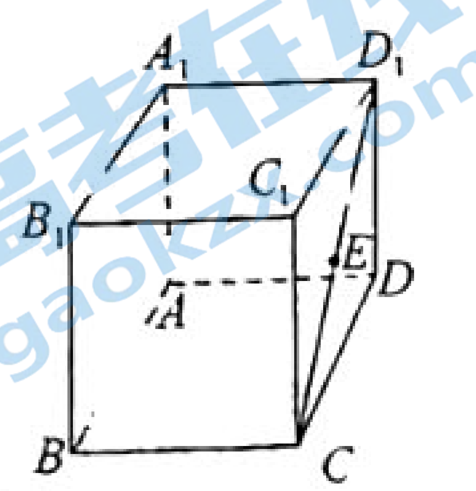
8.若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+2y-4\leqslant 0,\\ x-y+2\geqslant 0,\\ y-1\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=2x-3y$ 的最小值为

A.-6　　B.-5　　C.0　　D.1

9.若 $a=\log_{0.4}0.3$，$b=0.5^{0.6}$，$c=0.6^{0.5}$，则

A.$b<a<c$　　B.$b<c<a$　　C.$c<a<b$　　D.$a<b<c$

10.在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 CD_1 上的动点，则 AE 与平面 AA_1B_1B 所成角的正切值不可能为



A.1　　B.$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C.$\sqrt{2}$　　D.$\sqrt{3}$

11.若不等式 $\ln x\leqslant k+e^{x+k}$ 恒成立，则实数 k 的最小值为

A.2　　B.-1　　C.0　　D.1

12.已知双曲线 $\Gamma:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，点 M 是 Γ 上不与顶点重合的一点，满足 $\tan\frac{\angle MF_1F_2}{2}=2\tan\frac{\angle MF_2F_1}{2}$，则 Γ 的离心率为

A.$\sqrt{2}$　　B.2　　C.$\sqrt{3}$　　D.3

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.已知向量 a,b 为单位向量，且 $a\perp b$，则 $a\cdot(a+b)=$______.

14.已知圆 $F:x^2+y^2+4x-8y+12=0$，则过点 $A(-3,2)$ 的最长的弦所在的直线方程为______

15.若直线 $3kx-3y-2=0$ 与抛物线 $x^2=\frac{8}{3}y$ 无交点，则 k 的取值范围为______.

16.在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，$AC=2BC$，点 D 与点 A 分别在直线 BC 的两侧，且 $CD=\sqrt{2}$，$BD=2$，则 AD 的长度的最大值是__2__.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：60 分。

17.（12 分）已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，公比 $q>1$，若 $a_2=8$，$S_3=28$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）证明：a_n^2- [illegible] $+7$.

18.（12 分）2022 年卡塔尔世界杯足球赛于 11 月 21 日至 12 月 18 日在卡塔尔境内举办，这是第二十二届世界杯足球赛，是历史上首次在卡塔尔和中东国家境内举行，也是继 2002 年韩日世界杯之后时隔二十年第二次在亚洲举行的世界杯足球赛，备受瞩目，一时间掀起了国内外的足球热潮.某机构为了了解喜爱足球运动是否与性别有关，随机抽取了男性和女性各 120 名观众进行调查，统计数据如下：

	喜爱足球运动	不喜爱足球运动
男性	80	40
女性	60	60

（1）根据上表，分别估计男性、女性观众中喜爱足球运动的概率；

（2）能否在犯错误概率不超过 0.01 的前提下认为喜爱足球运动与性别有关？

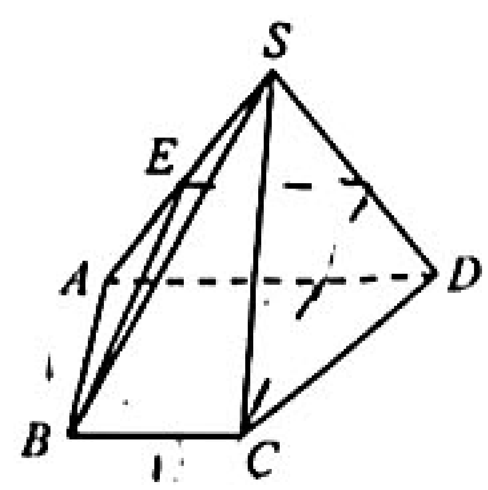
附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，（其中 $n=a+b+c+d$）.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19.（12 分）如图，在四棱锥 $S-ABCD$ 中，平面 $SAD\perp$平面 $ABCD$，$AD/\!/BC$，$AB\perp AD$，$AD=2AB=2BC=2$，$AS=DS=\sqrt{3}$，点 E 为 AS 的中点.

（1）证明：$BE/\!/$平面 SCD；

（2）求四棱锥 $S-ABCD$ 的表面积.



20.(12 分)已知函数 $f(x)=x^3+4x^2+(4-a)x-2a-7,a>0$.

(1)若曲线 $y=f(x)$ 上横坐标为 -2 的点 P 处的切线斜率为 -1,求曲线在点 P 处的切线方程;

(2)证明:对任意的 $x>0$ 且 $x\neq a$,$f(x)-f(a)>f'(a)(x-a)$.

21.(12 分)已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦距为 2,且经过点 $A(0,\sqrt{3})$.

(1)求 C 的方程;

(2)若直线 $l:y=kx+m$ 与 C 相交于不同于 A 的 P,Q 两点,PQ 的中点为 M,当$\angle PMA=2\angle PQA$ 时,求 m 的值.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=t^2+\frac{1}{4t^2}-1,\\ y=2\sqrt{2}t-\frac{\sqrt{2}}{t},\end{cases}$($t>0$,$t$ 为参数).以坐标原点为极点,x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$.

(1)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2)已知直线 l 与 x 轴的交点为 F,且曲线 C 与直线 l 相交于 A,B 两点,求 $|AF|\cdot|BF|$的值.

23.[选修 4—5:不等式选讲](10 分)

设函数 $f(x)=2|x-1|+|x+2|+1$.

(1)求不等式 $f(x)\leq 6$ 的解集;

(2)记函数 $f(x)$的最小值为 m,正实数 a,b 满足 $a+b=m$,求证:$\frac{1}{a+1}+\frac{4}{b}\geq\frac{9}{5}$.

2023 届高三开年摸底联考　全国卷

文科数学参考答案及评分意见

1.B 【解析】因为 $A=\{x|x^2-3x\leqslant 0\}=\{x|0\leqslant x\leqslant 3\}$，$\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|x<0$ 或 $x>3\}$，所以 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=(-1,6)$.故选 B.

2.C 【解析】$z=\dfrac{1-i^3}{1-i}=\dfrac{1+i}{1-i}=i$，所以 z 的虚部是 1.故选 C.

3.A 【解析】因为 a_5，a_7 是关于 x 的方程 $x^2-4x+k=0$ 的两根，所以 $a_5+a_7=4$，$S_{11}=\dfrac{11(a_1+a_{11})}{2}=\dfrac{11(a_5+a_7)}{2}=22$.故选 A.

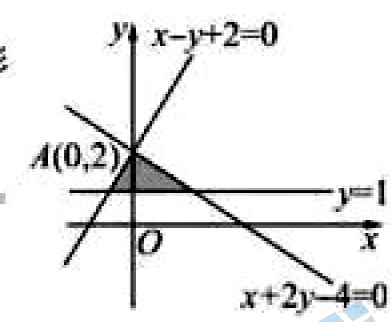
4.C 【解析】由图知，2022 年下半年我国国有企业营业总收入及增速未知，故 A、B 错误；2017—2021 年中，我国国有企业营业总收入增速最快的是 2021 年，为 18.5%，C 正确；2017—2021 年我国国有企业营业总收入的平均数小于 630 000 亿元，D 错误.故选 C.

5.A 【解析】平移后函数解析式为 $g(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{2-\omega}{6}\pi\right)$，由题意得 $\dfrac{\pi}{2}\omega+\dfrac{2-\omega}{6}\pi=k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，解得 $\omega=3k-1$，当 $k=1$ 时，$\omega_{\min}=2$.故选 A. 来源：高三答案公众号

6.B 【解析】设两种玩偶对应的盲盒分别为 a，b，小明依次购买 3 个盲盒，所有的基本事件有：aaa，aab，aba，baa，abb，bab，bba，bbb，共 8 种，其中，事件"这 2 种玩偶齐全"所包含的基本事件有：aab，aba，baa，abb，bab，bba，共 6 种，故所求概率为 $P=\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$.故选 B.

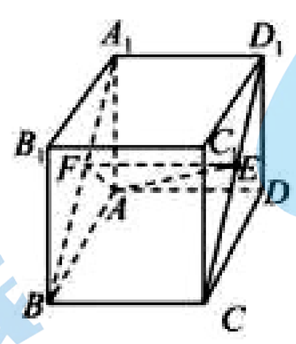
7.A 【解析】因为 $f(x)=(2^{-x}-2^x)\cdot\cos x$，$f(-x)=(2^x-2^{-x})\cdot\cos(-x)=-(2^{-x}-2^x)\cdot\cos x=-f(x)$，所以 $f(x)$ 为奇函数，排除 B、D 选项；因为 $f(2)=\left(\dfrac{1}{4}-4\right)\times\cos 2>0$，所以 A 正确.故选 A.

8.A 【解析】如图，先画出不等式组表示的可行域，由目标函数 $z=2x-3y$ 得 $y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{1}{3}z$，因此结合图形分析可知 z 在点 A 处取得最小值，联立直线方程 $\begin{cases}x+2y-4=0,\\x-y+2=0,\end{cases}$ 可得点 A 的坐标为 $A(0,2)$，所以 $z_{\min}=2\times0-3\times2=-6$.故选 A.



9.B 【解析】因为 $b=0.5^{0.6}<0.6^{0.6}<0.6^{0.5}=c<0.6^0=1$，$a=\log_{0.4}0.3>\log_{0.4}0.4=1$，所以 $b<c<a$.故选 B.

10.D 【解析】如图，在 A_1B 上取点 F，使得 $A_1F=D_1E$，连接 EF，易证四边形 $FBCE$ 为平行四边形，则 $EF=BC=2$.因为 $BC\perp$ 平面 AA_1B_1B，$BC/\!/EF$，所以 $EF\perp$ 平面 AA_1B_1B，所以 AE 与平面 AA_1B_1B 所成角为 $\alpha=\angle EAF$，$\tan\alpha=\dfrac{EF}{AF}=\dfrac{2}{AF}$，而 $AF\in[\sqrt{2},2]$，所以 $\tan\alpha\in[1,\sqrt{2}]$，因为 $\sqrt{3}\notin[1,\sqrt{2}]$，故选 D.



11.B 【解析】令 $f(x)=e^x+x$，易知 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，由 $\ln x\leqslant k+e^{x+k}$ 得 $x+\ln x\leqslant x+k+e^{x+k}\Leftrightarrow e^{\ln x}+\ln x\leqslant x+k+e^{x+k}$，所以 $x+k\geqslant\ln x$，结合 $x-1\geqslant\ln x$ 知，$k\geqslant-1$.故选 B.

12.D 【解析】因为 $\tan\dfrac{\angle MF_1F_2}{2}=2\tan\dfrac{\angle MF_2F_1}{2}$，所以 $\dfrac{\angle MF_1F_2}{2}$，$\dfrac{\angle MF_2F_1}{2}\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，所以 $\dfrac{\angle MF_1F_2}{2}>\dfrac{\angle MF_2F_1}{2}$，故 M 点在左支上，作 $\triangle MF_1F_2$ 的内切圆 P，设内切圆 P 与 MF_1 切于点 C，与 MF_2 切于点 B，与 F_1F_2 切于点 A，连接 PF_1，PF_2，PA，PB，PC，则 $PA\perp F_1F_2$，$PB\perp MF_2$，$PC\perp MF_1$，且 PF_1 平分 $\angle MF_1F_2$，PF_2 平分 $\angle MF_2F_1$，由双曲线的定义可知：$|MF_2|-|MF_1|=2a$，因为 $|MB|=|MC|$，$|CF_1|=|AF_1|$，$|BF_2|=|AF_2|$，所以 $|BF_2|-|CF_1|=|AF_2|-|AF_1|=2a$，设点 A 坐标为 $(t,0)$，则 $(c-t)-(t+c)=2a$，解得 $t=-a$，故点 A 为双曲线的左顶点，因为 $\tan\dfrac{\angle MF_1F_2}{2}=2\tan\dfrac{\angle MF_2F_1}{2}$，

所以 $\frac{|PA|}{|F_1A|}=2\frac{|PA|}{|AF_2|}$，$|AF_2|=2|AF_1|$，所以 $c+a=2c-2a$，$e=\frac{c}{a}=3$.故选 D.

13.1 【解析】因为 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$.结合向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 为单位向量，则 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1+0=1$.故答案为 1.

14.$2x-y+8=0$ 【解析】圆 $x^2+y^2+4x-8y+12=0$ 可整理为 $(x+2)^2+(y-4)^2=8$，所以圆心 $O(-2,4)$，$k_{OA}=\frac{4-2}{-2-(-3)}=2$，

当过点 A 的弦经过圆心时，弦长最长，所以过点 A 的最长的弦所在的直线方程为 $y-2=2(x+3)$，整理得 $2x-y+8=0$.故答案为 $2x-y+8=0$.

15.$(-1,1)$ 【解析】由 $x^2=\frac{8}{3}y$ 得 $y=\frac{3}{8}x^2$，代入 $3kx-3y-2=0$ 中得 $\frac{9}{8}x^2-3kx+2=0$，因为直线 $3kx-3y-2=0$ 与抛物线 $x^2=\frac{8}{3}y$ 无交点，故 $\Delta=(-3k)^2-4\times\frac{9}{8}\times2=9k^2-9<0$，解得 $-1<k<1$.故答案为 $(-1,1)$.

16.$4+\sqrt{6}$ 【解析】设 $BC=x$，$\angle BDC=\alpha$，则 $AB=\sqrt{3}x$，

由余弦定理得 $BC^2=BD^2+CD^2-2BD\cdot CD\cdot\cos\alpha$，即 $x^2=2+4-4\sqrt{2}\cos\alpha=6-4\sqrt{2}\cos\alpha$，

由正弦定理得 $\frac{CD}{\sin\angle CBD}=\frac{BC}{\sin\alpha}$，所以 $x\sin\angle CBD=\sqrt{2}\sin\alpha$，

连接 AD，在△ABD 中，由余弦定理得

$AD^2=AB^2+BD^2-2AB\cdot BD\cdot\cos\angle ABD=3x^2+4-4\sqrt{3}x\cos(90^\circ+\angle CBD)=$

$3x^2+4+4\sqrt{3}x\sin\angle CBD=3(6-4\sqrt{2}\cos\alpha)+4+4\sqrt{6}\sin\alpha=22+8\sqrt{6}\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)\leqslant22+8\sqrt{6}$，当 $\alpha=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}$ 时等号成立，

所以 AD 长度的最大值为 $\sqrt{22+8\sqrt{6}}=4+\sqrt{6}$.故答案为 $4+\sqrt{6}$.

17.解：(1)由 $a_2=8$，$S_3=28$ 得 $\begin{cases}a_1q=8,\\a_1+a_1q+a_1q^2=28,\end{cases}$ 结合 $q>1$ 解得 $\begin{cases}a_1=4,\\q=2.\end{cases}$ ………… 3 分

所以 $a_n=a_1q^{n-1}=2^{n+1}$. ………… 6 分

(2)$S_n=\frac{4(1-2^n)}{1-2}=2\cdot2^{n+1}-4$， ………… 8 分

所以 $a_n^2-S_n-7=(2^{n+1})^2-2\cdot2^{n+1}-3=(2^{n+1}-3)(2^{n+1}+1)>0$， ………… 10 分

所以 $a_n^2>S_n+7$. ………… 12 分

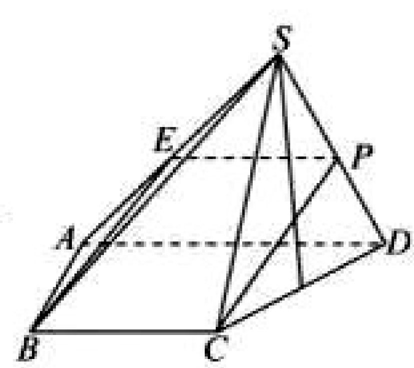
18.解：(1)由表知，男性观众中喜爱足球运动的概率 $P_1=\frac{80}{80+40}=\frac{2}{3}$； ………… 3 分

女性观众中喜爱足球运动的概率 $P_2=\frac{60}{60+60}=\frac{1}{2}$. ………… 6 分

(2)因为 $K^2=\frac{240\times(80\times60-40\times60)^2}{140\times100\times120\times120}\approx6.857>6.635$，故在犯错误概率不超过 0.01 的前提下认为喜爱足球运动与性别有关.

………… 12 分

19.解：(1)如图，取 DS 的中点 P，连接 EP，PC.



因为 E，P 分别为 AS，DS 的中点，

所以 $EP\parallel AD$，$EP=\frac{1}{2}AD$. ………… 1 分

因为 $AD\parallel BC$，$AD=2BC$，

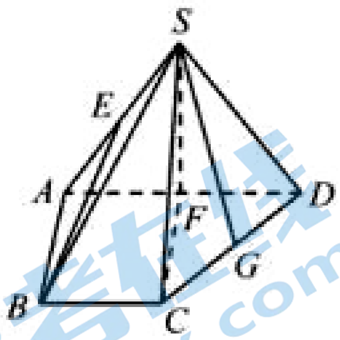
所以 $EP\parallel BC$，$EP=BC$，

所以四边形 EBCP 为平行四边形. ………… 3 分

所以 $BE\parallel CP$. ………… 4 分

因为 $CP\subset$ 平面 SCD，$BE\not\subset$ 平面 SCD，

所以 $BE\parallel$ 平面 SCD. ………… 5 分



(2)如图，取 AD 的中点 F，连接 SF，CF，取 CD 的中点 G，连接 SG.

因为$\triangle SAD$ 为等腰三角形，

所以 $SF\perp AD$. ·· 6 分

因为平面 $SAD\perp$平面 $ABCD$，平面 $SAD\cap$平面 $ABCD=AD$，

所以 $SF\perp$平面 $ABCD$，$SF\perp FC$. ·· 7 分

由勾股定理得：$SF=\sqrt{DS^2-FD^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2-1^2}=\sqrt{2}$，$SC=\sqrt{SF^2+CF^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$，

$CD=\sqrt{CF^2+FD^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$SG=\sqrt{SD^2-\left(\frac{CD}{2}\right)^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$.

$SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$，所以 $SB^2=SC^2+BC^2$，所以 $SC\perp BC$， ······································ 9 分

$S_{\triangle SAD}=\frac{1}{2}AD\cdot SF=\sqrt{2}$，$S_{\triangle SAB}=\frac{1}{2}AB\cdot AS=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$S_{\triangle SBC}=\frac{1}{2}BC\cdot SC=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$S_{\triangle SCD}=\frac{1}{2}CD\cdot SG=\frac{\sqrt{5}}{2}$，$S_{梯形ABCD}=\frac{3}{2}$， ·· 11 分

所以 $S_{四棱锥S-ABCD}=\frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{5}+3}{2}$. ·· 12 分

20.**解**：(1)由题意得 $f'(x)=3x^2+8x+4-a$，则 $f'(-2)=-a=-1$，解得 $a=1$，所以 $f(x)=x^3+4x^2+3x-9$， ·············· 2 分

$f(-2)=-7$，所以 $y-(-7)=-(x+2)$，即点 P 处的切线方程为 $x+y+9=0$. ·································· 4 分

(2)$f'(a)=3a^2+7a+4$，令 $g(x)=f(x)-f(a)-f'(a)(x-a)$

$=x^3+4x^2+(4-a)x-12a+7-a^3-4a^2-(4-a)a+2a+7-(3a^2+7a+4)(x-a)$

$=x^3+4x^2-(3a^2+8a)x+2a^3+4a^2$； ·· 5 分

设 $g(x)=x^3+4x^2-(3a^2+8a)x+2a^3+4a^2$，

则 $g'(x)=3x^2+8x-3a^2-8a=(3x+3a+8)(x-a)=0$，解得 $x=-\frac{3a+8}{3}$或 $x=a$， ······························ 7 分

由 $a>0$，所以$-\frac{3a+8}{3}<0$，所以在区间$(0,a)$上，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减，在区间$(a,+\infty)$上，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增， ·····

·· 9 分

所以 $g(x)\geqslant g(a)=a^3+4a^2-(3a^2+8a)a+2a^3+4a^2=0$，又 $x\neq a$， ··································· 11 分

所以 $g(x)>0$ 恒成立，即对任意的 $x>0$ 且 $x\neq a$，恒有 $f(x)-f(a)>f'(a)(x-a)$. ··························· 12 分

21.**解**：(1)由题意知，$2c=2$，$c=1$，$b=\sqrt{3}$， ·· 2 分

所以 $a=\sqrt{b^2+c^2}=2$，所以 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ·· 4 分

(2)因为 P，Q 不同于 A，当$\angle PMA=2\angle PQA$ 时，$\angle PQA=\angle MAQ$，此时 $MA=MQ=\frac{1}{2}PQ$，且 $PA\perp QA$， ················ 5 分

设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，

联立$\begin{cases}y=kx+m,\\3x^2+4y^2=12,\end{cases}$得$(4k^2+3)x^2+8kmx+4m^2-12=0$，$\Delta=(8km)^2-4(4m^2-12)(4k^2+3)=-48m^2+192k^2+144$， ······ 8 分

令 $\Delta>0$ 解得 $m^2<4k^2+3$，

所以 $x_1+x_2=-\frac{8km}{4k^2+3}$，$x_1x_2=\frac{4m^2-12}{4k^2+3}$，① ·· 9 分

$k_{PA}\cdot k_{QA}=\frac{y_1-\sqrt{3}}{x_1}\cdot\frac{y_2-\sqrt{3}}{x_2}=\frac{(kx_1+m-\sqrt{3})\cdot(kx_2+m-\sqrt{3})}{x_1x_2}=\frac{k^2x_1x_2+k(m-\sqrt{3})(x_1+x_2)+(m-\sqrt{3})^2}{x_1x_2}=-1$，② ········

·· 10 分

把①代入②并整理得：$7m^2-6\sqrt{3}m-3=0$，解得 $m=\sqrt{3}$（舍去）或 $m=-\frac{\sqrt{3}}{7}$，故 m 的值为 $-\frac{\sqrt{3}}{7}$. ………………………… 12 分

22. 解：(1)由曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=t^2+\frac{1}{4t^2}-1,\\ y=2\sqrt{2}t-\frac{\sqrt{2}}{t},\end{cases}$ 则 $y^2=\left(2\sqrt{2}t-\frac{\sqrt{2}}{t}\right)^2=8t^2-8+\frac{2}{t^2}=8\left(t^2+\frac{1}{4t^2}-1\right)=8x$，

$t^2+\frac{1}{4t^2}-1\geqslant 1-1=0$，当且仅当 $t^2=\frac{1}{4t^2}$，即 $t=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，等号成立，故曲线 C 的直角坐标方程为 $y^2=8x$. ………………………… 3 分

直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$，$\frac{\sqrt{2}}{2}\rho(\cos\theta-\sin\theta)=\sqrt{2}$，得 $\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-2=0$，由 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\ y=\rho\sin\theta,\end{cases}$ 则直线 l 的直角坐标方程为 $x-y-2=0$. ………………………… 5 分

(2)因为直线 l 的方程为 $x-y-2=0$，所以 $F(2,0)$. ………………………… 6 分

把直线 l 的参数方程 $\begin{cases}x=2+\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t,\end{cases}$ (t 为参数)代入曲线 C，可得 $t^2-8\sqrt{2}t-32=0$，所以 $t_1t_2=-32$. ………………………… 8 分

由直线参数方程的意义可知 $|AF|\cdot|BF|=|t_1|\cdot|t_2|=32$，所以 $|AF|\cdot|BF|=32$. ………………………… 10 分

23. 解：(1) $f(x)=\begin{cases}-3x+1,x<-2,\\ -x+5,-2\leqslant x\leqslant 1,\\ 3x+1,x>1,\end{cases}$ ………………………… 2 分

故当 $x<-2$ 时，$-3x+1\leqslant 6$，无解；

当 $-2\leqslant x\leqslant 1$ 时，$-x+5\leqslant 6$，所以 $-1\leqslant x\leqslant 1$；当 $x>1$ 时，$3x+1\leqslant 6$，所以 $1<x\leqslant\frac{5}{3}$. ………………………… 4 分

综上，不等式 $f(x)\leqslant 6$ 的解集为 $\left[-1,\frac{5}{3}\right]$. ………………………… 5 分

(2)由(1)得，当 $x<-2$ 时，$f(x)>7$；当 $-2\leqslant x\leqslant 1$ 时，$4\leqslant f(x)\leqslant 7$；当 $x>1$ 时，$f(x)>4$.

故当 $x=1$ 时 $f(x)$ 取得最小值 $m=4$，所以 $a+b=4$. ………………………… 8 分

故 $\frac{1}{a+1}+\frac{4}{b}=\frac{1}{5}\left(\frac{1}{a+1}+\frac{4}{b}\right)(a+b+1)=\frac{1}{5}\left[5+\frac{b}{a+1}+\frac{4(a+1)}{b}\right]\geqslant\frac{1}{5}\left[5+2\sqrt{\frac{b}{a+1}\cdot\frac{4(a+1)}{b}}\right]=\frac{9}{5}$，当且仅当 $a=\frac{2}{3}$，$b=\frac{10}{3}$ 时等号成立，故得证. ………………………… 10 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。