2016 年 C9 高校自主招生试题汇总

高考结束后，2017 年自主招生考试即将开始，为方便考生备考，自主招生在线团队倾情收集整理北大、清华、复旦、南大、中科大等 C9 高校，2016 自主招生考试试题，供参考。

一、北大自主招生

笔试形式

北大 2016 年自主招生笔试科目：语数外，不分文理科。

北大自主招生考题为 120 道客观选择题，其中英语和语文各 50 道，数学题 20 道。3 个小时时间略紧张，考试题少有时政热点，考查的是学生平时的积累。

笔试真题

北京高考在线 微信号：bj-gaokao

2016 年北京大学自主招生数学试题 (回忆版)

兰琦

2017 年 1 月 4 日

一、选择题．在每小题的四个选项中，只有一项符合题目要求．

1. 已知 $\dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}-\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}=2\,(0<x<2\pi)$，则 x 的取值范围是（　　）

A. $\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$　　B. $\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$　　C. $\left(\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right)$　　D. 前三个答案都不对

解析　B.

根据题意，有 $\sin x>0$，$\cos x<0$，于是 x 是第二象限的角．

2. $(2+1)(2^2+1)(2^3+1)\cdots(2^{2016}+1)$ 的个位数字是（　　）

A. 1　　B. 3　　C. 5　　D. 前三个答案都不对

解析　C.

因为 $2^2+1=5$，且对于任意正整数 k，都有 2^k+1 为奇数，所以

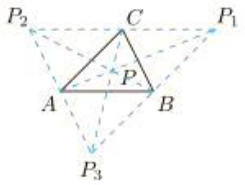
$$(2+1)(2^2+1)(2^3+1)\cdots(2^{2016}+1)\equiv 5 \pmod{10}.$$

3. 点 P 位于 $\triangle ABC$ 所在的平面内，使得 $\triangle PAB,\triangle PBC,\triangle PCA$ 的面积相等，则满足题意的点 P 有（　　）

A. 1 个　　B. 3 个　　C. 5 个　　D. 前三个答案都不对

解析　D.

考虑到平面内使 $\triangle PAB$ 和 $\triangle PBC$ 的面积相等的点的轨迹为直线 BM 以及过点 B 且与 AC 平行的直线，其中 M 为边 AC 的中点，因此满足题意的点 P 有 4 个：$\triangle ABC$ 的重心，或者由 P,A,B,C 四点所构成的平行四边形的顶点．



4. 记 $f(n)$ 为最接近 $\sqrt{n}$ 的整数，其中 $n\in\mathbb{N}^*$．若 $\dfrac{1}{f(1)}+\dfrac{1}{f(2)}+\cdots+\dfrac{1}{f(m)}=2016$，则正整数 m 的值为（　　）

A. 1015056　　B. 1017072　　C. 1019090　　D. 前三个答案都不对

解析　B.

若 $f(n)=k$，则

$$k^2-k+1\leqslant n\leqslant k^2+k,$$

所以

$$f(1)=f(2)=1,$$
$$f(3)=f(4)=f(5)=f(6)=2,$$
$$\cdots,$$

进而有

$$2016=\frac{1}{f(1)}+\frac{1}{f(2)}+\cdots+\frac{1}{f(m)}=2\cdot 1+4\cdot\frac{1}{2}+6\cdot\frac{1}{3}+\cdots+2016\cdot\frac{1}{1008},$$

故 $m=2+4+6+\cdots+2016=1017072$.

5. 实数 x,y,z 满足 $x+y+z=2016$，$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2016}$，则 $(x-2016)(y-2016)(z-2016)=$（　　）

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. 前三个答案都不对

解析　A.

由于

$$\begin{aligned}(x-m)(y-m)(z-m)&=xyz-m(xy+yz+zx)+m^2(x+y+z)-m^3,\\&=mxyz\left[\frac{1}{m}-\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\right]+m^2\left[(x+y+z)-m\right],\end{aligned}$$

于是所求代数式的值为 0.

6. 方程组 $\begin{cases}a^3-b^3-c^3=3abc,\\a^2=2(b+c)\end{cases}$ 的非负整数解有（　　）

A. 1 组　　B. 4 组　　C. 5 组　　D. 前三个答案都不对

解析　B.

根据题意，有

$$\begin{aligned}a^3-b^3-c^3-3abc&=a^3-(b+c)^3+3bc(b+c-a)\\&=a^3-\frac{1}{8}a^6+3bc\left(\frac{1}{2}a^2-a\right),\\&=a\left(1-\frac{1}{2}a\right)\left[a^2\left(1+\frac{1}{2}a+\frac{1}{4}a^2\right)-3bc\right]\\&=0,\end{aligned}$$

当 $a=0$ 时，$(b,c)=(0,0)$；当 $a=2$ 时，$(b,c)=(0,2),(1,1),(2,0)$. 当 $a\neq 0,2$ 时，有

$$a^2\left(1+\frac{1}{2}a+\frac{1}{4}a^2\right)-3bc>\frac{1}{4}a^4-3bc=(b+c)^2-3bc\geqslant 0,$$

于是题中方程组的非负整数解共有 4 组.

7. 4 个半径为 1 的球两两外切，则这 4 个球的外切正四面体的棱长为（　　）

A. $2+2\sqrt{2}$　　B. $2+2\sqrt{3}$　　C. $2+2\sqrt{6}$　　D. 前三个答案都不对

解析　C.

棱长为 a 的正四面体的内切球半径为 $\frac{\sqrt{6}}{12}a$．设 4 个半径为 1 的球的球心分别为 O_1,O_2,O_3,O_4，则正四面体 $O_1O_2O_3O_4$ 的棱长为 2，故其内切球半径为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$．设这 4 个球的外切正四面体为 $ABCD$，则正四面体 $ABCD$ 的内切球半径为 $1+\frac{\sqrt{6}}{6}$，故正四面体 $ABCD$ 的棱长为 $2+2\sqrt{6}$．

8. 将 $1,2,\cdots,100$ 分成三组，使得第一组数的和为 102 的倍数，第二组数的和为 203 的倍数，第三组和为 304 的倍数．则不同的分法共有（　　）

A. 1 种　　B. 2 种　　C. 3 种　　D. 前三个答案都不对

解析　D．假设这样的分法存在，设三组数的和分别为 $102x,203y,304z$，$x,y,z\in\mathbb{N}^*$，则

$$102x+203y+304z=5050,$$

即

$$101(x+2y+3z)+(x+y+z)=101\cdot 50,$$

于是

$$101\mid x+y+z,$$

因此 $x+y+z\geqslant 101$．而此时

$$102x+203y+304z>102(x+y+z)>5050,$$

矛盾．故不存在满足题意的分法．

二、填空题．

9. 已知 $f(x)=3x^2-x+4$，$g(x)$ 为整系数多项式，$f(g(x))=3x^4+18x^3+50x^2+69x+a$，则 $g(x)$ 的各项系数之和为_____．

解析　8．

易知 $g(x)$ 为二次多项式，设 $g(x)=px^2+qx+r$，则

$$f(g(x))=3g^2(x)-g(x)+4=3p^2x^4+6pqx^3+\left(3q^2+6pr-p\right)x^2+(6qr-q)x+3r^2-r+4,$$

对比系数，依次解得 $p=1$，$q=3$，$r=4$，$a=48$．故 $g(x)$ 的各项系数之和为 8．

10. 54 张扑克牌排成一列．先去掉第一张，将第二张放到最后；再去掉第三张，将第四张放到最后……以此类推，则最后剩下的那张牌是原先的第_____张．

解析　44．

每一轮剩下的牌依次是

$$2,4,6,\cdots,52,54,$$
$$4,8,12,\cdots,48,52,$$
$$4,12,20,\cdots,44,52,$$
$$12,28,44,$$
$$12,44,$$
$$44.$$

11. 用高斯函数 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数，则方程 $n\left[2002\sqrt{2001^2+1}\right]=2002\left[n\sqrt{2001^2+1}\right]$ 的正整数解有_____ 个.

解析　4002 .

因为

$$2002\cdot 2001<2002\sqrt{2001^2+1}<2002\cdot 2001+1,$$

所以 $\left[2002\sqrt{2001^2+1}\right]=2002\cdot 2001$. 于是原方程等价于

$$\left[n\sqrt{2001^2+1}\right]=2001n,$$

即

$$2001n\leqslant n\sqrt{2001^2+1}<2001n+1,$$

解得 $n<\sqrt{2001^2+1}+2001$ ，所以原方程的正整数解有 4002 组.

12. 空间中的一点 $P(x,y,z)$ 满足 $\exists n\in\mathbb{N}^*$ ，使得 $|3x|^n+|8y|^n+|z|^n\leqslant 1$ 成立，则所有满足要求的点 P 所形成的空间几何体的体积为_____.

解析　$\frac{1}{3}$.

考虑第一卦限，只需要 $3x,8y,z\in(0,1)$ 即可. 因此所有满足要求的点 P 所形成的空间几何体为一个长方体，体积为

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8}\cdot 1\cdot 8=\frac{1}{3}.$$

北京高考在线 微信号：bj-gaokao

面试模式：

5 位考生一组，考官有三位，面试题为随机抽取，抽完题后，考生有 2 分钟时间做准备。考生回答完考题后，考官还可能根据现场情况让考生补充回答其他问题。

面试试题：

文化产业快速发展，2015 年中国电影票房 400 多亿，你如何看？

如何看待社会慈善事业？

当遇到别人比你强，有的人会嫉妒，有的人会羡慕，怎么看待这个问题？

如何看待电信诈骗案？

如何评价小孩登上舞台？

如何看待国学问题？

新常态经济是什么?

互联网大数据你有什么理解?

民以食为天，食以安为先你如何理解?

抗日神剧你如何看待?

总体评价：

北大自主招生面试题大都涉及热门话题，考生一般情况下只要平时勤于思考，善于发现问题所在，在面试的时候能够不怯场，言之有理即可。

二、北大博雅试题

博雅初审结果：优秀、通过、不通过三个档次。初步审核评价结果为“优秀”的考生可直接进入测试面试环节，“通过”的考生获得笔试、面试资格，“不通过”的考生不再参加后续的选拔环节。

笔试模式：

文科——语文、数学、英语、历史、政治

理科——语文、数学、英语、物理、化学

试卷结构：全部客观题

科目分数：每科 100 分，共计 500 分

面试：专业面试和综合面试。专业面试每个科目设一个面试官，综合考试有两位面试官。

笔试语文题目

文科语文的作文为命题作文“网络中的我”，字数 500 字。

一位北京的理科考生认为，作文题目与高考不太一样，用比较少的字数说明自己的观点，有些难度，但他表示物理题目最难，很多都不会。另一位考生也称，物理题超过了高考大纲考试形式，难度很大。

面试题目：

综合面试更重视审核学生个人的情况：

首先进行自我介绍，为什么选择你的专业，未来的职业打算，父母对你的期待是什么?你对家乡发展能做些什么?

比较随意，除了自我介绍外，有的考生和考官交流对某些问题的看法。比如一名报名经管专业的考生被问及“中国经济发展和文化有何直接关系”。

PS：北京大学 2016 年博雅计划数学试题及答案汇总

三、清华自主招生&领军

2017 年清华自主招生、领军计划、自强计划考试都分为初试和复试两场，初试时间为 6 月 10 日左右，复试时间为 6 月 16-18 日左右。

为方便考生深入了解清华自主招生考试模式，自主招生在线团队收集整理清华 2016 年自主招生真题及考试模式，供考生参考。

2016 年清华有 754 人通过了自主招生初审。自主招生、筑梦、领军计划笔试共用一套试卷。2016 年自主招生、领军人才选拔一共在全国 29 个省市设 36 个初试考点，考生可根据的情况，就近选择相应的考试地点。

（一）2016 笔试考试相关内容介绍

考试模式：机考系统分发和回收考卷。考生更加安全高效，阅卷也更为及时准确，还可大大降低作弊的可能性。

考试科目：

文科——数学、语文

理科——数学、物理

试卷结构：试题不仅引入多选题，而且采用单选题、多选题混合编排的方式，用以区分不同水平的学生，也增加了能力考查的力度。多选题学生全部选对得满分，选对但不全得部分分，有选错的得 0 分。

科目分数：每科 100 分

考试内容：语文——30 题，数学——40 题，物理——30 题，数学和物理都难度大于高考

考试时间：三个小时　8:30-11:30

考察方向

数学与逻辑和物理探究着重考查学生较高层次的思维能力以及综合运用所学知识分析和解决问题的能力。阅读与表达重点考查学生的文学文化水平和各类文章的阅读水平等能力，在考查学生语言运用能力的同时也考查了学生的写作能力。

（二）2016 笔试真题

1、语文试卷要求

阅读与表达对语文基础知识和语言文字的运用能力提出的更高的要求。

内容：除了涉猎字音、字形、词语、句子衔接等内容外，还考查了汉字书写的笔顺问题、书体知识、传统文化知识、《红楼梦》文本解读以及宋词的格律炼字等。代文阅读材料的体裁既有论说文，也有小说和诗歌。文言文的阅读语料未经断句标点，还新增了分析推理题，

考查学生综合语文能力。

为了彻底杜绝靠猜测拿到部分分数的情况，语文试卷中的多项选择题要求全部正确才得分，错选或少选不得分;

2、物理试卷要求

物理探究非常注重理论联系实际，紧密联系生产、生活和科技前沿，深入挖掘情境背后的物理内涵，考查学生构建物理模型，灵活运用物理知识解决实际问题的能力。同时，也强调通过设置一些饶有兴趣的现象，引导学生探究背后的物理原因。

人类首次探测到引力波，试题就通过介绍相关实验背景和结果，考查学生提取信息、加工信息并利用关键信息进行推理判断的能力。

台球是非常受年轻人欢迎的运动，涉及到许多经典力学的规律，试题就以情境设计问题，引导学生学以致用。

3、数学试题

1.椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1$,两条直线 l_1:y=$\frac{1}{2}$x，l_2：$-\frac{1}{2}x$,过椭圆上一点 P 做两条直线的平行线，又分别交两条直线与 M，N 亮点，若 lMNl 为定值，则$\frac{a}{b}$=（ ）

A.$\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C.2　　D. $\sqrt{5}$

2.已知 x，y，z 为正整数，x≤y≤z，那么方程$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2}$的解方程有多少组？

A.8　　B.10　　C.11　　D.12

3.将 16 个数：4 个 1、4 个 2、4 个 3、4 个 4 填入一个 4X4 的矩阵中，要求每行，每列正有 2 个偶数，则共有_____种填法。

4、其他试题

H7N9 信息发布后引起社会恐慌怎么办？

在陌生人为主的现代社会，怎样做到取信于人？

“引力波”、“友谊的小船说翻就翻”等热点都进入了考题，试题新颖活泼

考试难度：比高考难，但是比竞赛容易

（三）2016 自主招生面试题

1、自强计划面试

自强计划采用的是三对一的面试模式，考试整体氛围比较轻松，涉及到的专业性问题较少，整个面试大概维持在 15 分钟左右。

相关面试题目：

（1）清华的校训是自强不息，谈一谈你一个自强的事迹；

（2）你选的专业是什么，原因是什么?

（3）近半年内你了解的五个时事问题，并详细谈一个。

2、自主招生&领军计划面试

清华自主招生和领军专业面试形式基本上为三对一式面试、五对一式面试，部分专业采用六对一面试、聊天式面试模式，面试形式多样化，没有特定的面试题和面试方式。

考官会根据考生自我介绍进行提问，考试主要侧重考场考生的临场发挥技巧、心理素质和对问题的回答判断能力。面试时间为 15 分钟左右，部分专业 20 分钟。

专业面试试题：

英语专业面试：先进行自我介绍，没有时间限制，但是有人计时。然后会给考生一篇英文材料，让考生现场翻译，这个时候就要考察考生的英语能力、口语和临场发挥了。同时，

还要根据文章内容谈下自己的想法和感受。

物理专业面试：现场抽签形式答题，题目比高考难，比竞赛简单，题目比较接近生活，不注重结果，主要是查考考生的答题思路。

医学实验班面试：采用五对一面试形式，现场抽签形式答题，考官所问的问题基本都是专业性相关问题。

经济学面试：没有抽签提问。考官直接问关注的最近经济时事，然后考生就问题进行现场作答，基本上围绕专业热点问题进行提问。如：考生关注“北京的汽车排放量问题”考官会直接追问如何控制排放量。还针对考生第二志愿进行提问。

其他的考生还被问到为什么想要报经管专业，及考生平时的兴趣所在。

建筑类专业面试：面试模式为 8 对 1，即面试老师有 8 名。

有些专业面试时，考官会根据考生参加的各种竞赛进行提问，如：你参加这些竞赛对你有什么影响等等。

2、综合面试试题：

综合面试对于考生专业知识问得较少，时事热点问得也少，不少考生猜测这或许跟笔试中数学、物理都进行过测试有关，想必对考生的知识储备已经放心。

建筑类：老师的问题基本和专业无关，问了他最伤心的事情、父母的职业等，专业方面则问了考生建筑领域有哪些名人。

综合面试相关问题：

（1）A4 纸的十种功能，请列举；

（2）简单谈谈对你最有影响的一本书；

（3）以习大大某次讲话为材料的题；

（4）北斗卫星把人变懒了，你怎么看？

（5）你对湖北，江苏减招怎么看？

（6）谈谈对清华所选专业的认识。

6 月 17 日为综合面试，据部分介绍考生面试没有自我介绍，直接回答 4 个问题，每个 2 分半钟。

6 月 17 日部分面试题：

1、时政题是南京一个母亲盗窃超市为给自己的女儿过儿童节，警察赶到后宽大处理并帮助筹集善款，你怎么看?反映了什么社会问题?

2、如果你在清华创立社团，你会创建什么社团?怎样让它发展得更好?

3、大学应该无微不至地照顾学生，宽容对待他们的小错误还是应该训练学生适应社会?

4、关于考生个人，被问到为什么选择这个专业

最后，不管是专业面试还是综合面试，据众多考生表述，考官会根据考生的自我介绍及个人称述进行相关提问。自主招生在线团队在此提醒 2018 届和 2019 届的考生，未来在自主招生报名过程中，一定要重视自荐信的写作，千万不要写自己不熟悉或者是不擅长的事情，以防弄巧成拙。

（四）清华面试考察方向

清华招办主任刘震表示，2016 年有来自 20 个院系的 440 多位专家参与面试，面试采取了“半结构式”问答的方式，重在考察学生的综合素质。考官会根据考生回答随机追问，考察学生的社会责任、批判性思维、表达能力等。

此前在浙江举行的“三位一体”招生面试中，面试就非常开放，“如何定义自己理想的

大学和人生”、“你认为清华的办学有哪些不足，你认为应该如何改变”等进入考题。

（五）关于体质测试

2016 年，清华大学将继续在复试阶段设立“体质测试”环节。原则上所有参加复试的考生必须参加体质测试。体测一般安排在面试之后。体质测试优秀的考生将获得 5 分的额外降分优惠。

清华大学《国家学生体质健康标准》检测项目为：身高、体重、肺活量、台阶运动试验、坐位体前屈、立定跳远共 6 项，满分为 100 分。

（六）2015 年笔试真题

清华 2015 年笔试科目为：数学与逻辑、物理探究、阅读与表达。考生根据报考的专业选择其中的两门参加测试。其中数理与逻辑 30 道题目，物理探究 25 道题目。考试采用机考的形势来进行。

数学与逻辑和物理探究着重考查学生较高层次的思维能力以及综合运用所学知识分析和解决问题的能力。

阅读与表达重点考查学生的文学文化水平和各类文章的阅读水平等能力，在考查学生语言运用能力的同时也考查了学生的写作能力。

2015 年清华大学自主招生试题

2015年清华大学自主招生试题（回忆版）

发表于2015年7月21日由皇琦行

注　所有选择题均为不定项选择题.

1、已知非负实数 x,y,z 满足 $4x^2+4y^2+z^2+2z=3$，求 $5x+4y+3z$ 的最大值.

2、已知 $x^2+y^2\leqslant 1$，求 $|x^2+2xy-y^2|$ 的最大值.

3、如图所示，已知函数 $f(x)$ 与直线 $y=kx+m$ 有两个切点，则 $g(x)=kx-f(x)$ 有（　）

A. 3 个极大值点

B. 2 个极小值点

C. 2 个极大值点

D. 4 个极小值点

4、已知 $x,y,z\in\mathbb{Z}$，且 $xy+yz+zx=1$，则 $(1+x^2)(1+y^2)(1+z^2)$ 的值可能是（　　）

A. 16900

B. 17900

C. 18900

D. 以上都不对

5、一个以 O 为圆心的圆上的整数格点（横纵坐标都是整数）的点的个数可能是（　　）

A. 4

B. 6

C. 8

D. 12

6、已知 $2x+y=1$，求 $x+\sqrt{x^2+y^2}$ 的最值.

7、50 个黑球和 49 个白球排成一排，则（　　）

A. 必有一个黑球右侧白球的数量等于黑球的数量

B. 必有一个白球右侧白球的数量等于黑球的数量

C. 必有一个黑球右侧黑球的数量比白球的数量多 1

D. 必有一个白球右侧黑球的数量比白球的数量多 1

8、已知 $P=\{(x,y)|x^2+y^2=r^2\}$， $Q=\left\{(x,y)|(x-a)^2+(y-b)^2=r^2\right\}$，已知 $P\cup Q=\{(x_1,y_1),(x_2,y_2)\}$，则（　　）

A. $a(x_1-x_2)+b(y_1-y_2)=0$

B. $2ax_1+2by_1=a^2+b^2$

C. $0<a^2+b^2<2r^2$

D. $x_1+x_2=a$， $y_1+y_2=b$

9、一个正十五边形，任取其三个顶点构成三角形，可构成多少个钝角三角形？

？10、已知 $\vec{a}=(m\cos\theta_1,m\sin\theta_1)$， $\vec{b}=(m\cos\theta_2,m\cos\theta_2)$，定义 $\vec{a}^{\frac{1}{2}}=\left(\sqrt{m}\cos\frac{\theta_1}{2},\sqrt{m}\sin\frac{\theta_1}{2}\right)$， $\vec{b}^{\frac{1}{2}}=\left(\sqrt{m}\cos\frac{\theta_2}{2},\sqrt{m}\sin\frac{\theta_2}{2}\right)$，则（　　）

A. $\left|\vec{a}^{\frac{1}{2}}\cdot\vec{b}^{\frac{1}{2}}\right|$

B. $\left|\vec{a}^{\frac{1}{2}}+\vec{b}^{\frac{1}{2}}\right|\geqslant 4\sqrt{mn}\cos^2\frac{\theta}{2}$

C. $\left|\vec{a}^{\frac{1}{2}}-\vec{b}^{\frac{1}{2}}\right|\geqslant 4\sqrt{mn}\sin^2\frac{\theta}{2}$

D.

？11、一个抛物线 $y^2=2px$ 上有两个点 A 、 B，则（　　）

A. AB 过抛物线焦点

B. $OA\cdot OB\leqslant ?$

C. $OA^2+OB^2\leqslant ?$

D. O 到 AB 的距离小于 1

？12、点集\(A=\left\{(x,y)\left|\dfrac{\sin\pi x}{x^2-x+1}=y\right.\right\}，则（　　）

A. 曲线有对称轴

B. $A\subseteq\left\{(x,y)\left|-\frac{1}{2}\leqslant y\leqslant\frac{1}{2}\right.\right\}$

C. 曲线有对称中心

D. $A\subseteq ?$

？13、已知 $f(x)+f(y)=f\left(\frac{xy}{1+xy}\right)$， $x,y\in\mathcal{R}$，则 $f(x)$ （　　）

A. 为奇函数

B. 为偶函数

C. 有对称轴

D. 中心对称

参考答案

1、$\sqrt{77}-3$ **提示** 柯西不等式.

2、$\sqrt{2}$ **提示** 三角换元.

3、C.

4、A. **提示** $1+x^2=xy+yz+zx+x^2=(x+y)(x+z)$.

5、ACD. **提示** $r=1,\sqrt{5},5$.

6、最小值为 $\frac{4}{5}$，无最大值. **提示** 三角换元.

7、A.

8、ABCD.

9、315 . **提示** 正 $2k+1$ 边形对应的钝角三角形个数为 $\frac{1}{2}k(k-1)(2k+1)$.

（七）清华 2017 年考试说明

北京高考在线 微信号：bj-gaokao

清华 2017 年初试采用笔试形式，笔试科目新增化学。参照 2015-2016 年考试情况，初试很有可能依然在全国设有考点，采用机考的模式来进行。

2017 考试科目为：数学与逻辑、理科综合（物化）、文科综合（文史），学生依据填报的专业类参加其中两个科目的考试。

四、复旦自主招生

考试模式

复旦 2016 年自主招生通过“望道计划”体验营、“博雅杯”人文学科体验营、奥林匹克竞赛全国决赛获奖生、东润丘成桐科学奖全国决赛获奖生四种项目开展。

“望道计划”体验营：笔试+面试

6 月 11～15 日期间学生在复旦大学参加体验营。笔试测试科目为“数学+理科基础知识”，并依据所报学科志愿分组面试（部分学科含实验）。体验营还包括名师讲座、校园体验等活动。

学生笔试成绩须达到及格线，并根据面试成绩确定入选名单，经校招生工作领导小组审定后择优给予自主招生优惠政策。

“博雅杯”人文学科体验营：写作笔试+面试

6 月 11～15 日期间学生在复旦大学参加体验营，并根据所报学科志愿分组接受为期一天的封闭式写作测试等笔试考核。体验营还包括名师讲座、校园体验等活动。

学生笔试成绩须达及格线，并按笔试成绩择优选拔参加专家组面试。

奥林匹克竞赛全国决赛获奖生：面试

学生接受复旦专家组面试。

依据面试成绩结合决赛成绩，经校招生工作领导小组审定给予自主招生优惠政策，具有保送资格者给予保送生政策。其中数学、物理、化学决赛成绩占70%，面试占30%；信息学依据决赛成绩从高到低分档进行面试。

东润丘成桐科学奖全国决赛获奖生：面试

复旦组织专家对通过审核的学生进行面试。

依据面试成绩，经校招生工作领导小组审定给予自主招生优惠政策。

考试试题：

一个硬币绕另一硬币旋转，内侧硬币不动，外侧硬币转了几圈？

《西游记》里面一共有几个妖怪？

现代飞机的升力来自于哪？考官问的是现代飞机能起飞的原因

有考生表示复旦化学问了一堆物理问题

五、上海交通大学自主招生

测试方式：笔试+面试

考试模式：

笔试科目着重考查学生较高层次的思维能力以及综合运用所学知识分析和解决问题的能力以及学生的文学文化水平和各类文章的阅读水平等能力，在考查学生语言运用能力的同时也考查了学生的写作能力。

面试主要考察考生的综合素质、学科特长、学习与认知的能力、理想抱负与社会责任感等，由多位学科专家独立打分，综合评价。

笔试题型：

上海交通大学 2016 年自主招生笔试题采用的是“综合性题海压力战术”，共考了 160 道选择题，要求在 3 个小时内完成，内容涵盖了语文、数学、英语、政治、历史、地理、物理、化学、生物。考题不难，但超出了课本知识。

六、南大自主招生

2016 年南京大学自主招生共有 4408 人报考，4169 人确认，2028 人通过资格审核获得测试资格，南京大学面向农村学生的单招“励学计划”测试也在同一时期进行，两项测试共有近 1800 名考生前来参加。

面试模式

南大面试的形式不同专业也不相同。其中，新闻专业考生是无领导小组讨论模式，地质学采取的是轮流发问的形式。

来自广东的陈嘉同学今年报考的是南大的**新闻专业**，她参加的是无领导小组讨论，一共 8 个考生，现场有 6 名老师。参与讨论的题目是百度恶意推广下的魏则西事件。罪魁祸首是医疗乱象；百度的竞价排名到底算不算广告？魏则西之死能否促进搜索平台改革？这些都是他们讨论的焦点。

地质学采取的是轮流发问的形式。“每个老师都会问你问题，”一位姓刘的考生介绍，他被问到了“阿尔法狗和人谁更厉害，人机大战中，你觉得谁最终会赢？”

面试试题

文学专业：

文学这个词对你来说是什么词性？

试述“含混”在文学创作中的作用

一个词的含义的生成过程

物理专业：

要求想办法测出太阳表面的温度。

肥皂和洗涤剂哪个更环保

随着海拔的升高，温度是上升还是下降？

新闻转播专业：

谈谈你对魏则西事件的看法；罪魁祸首是医疗乱象；

百度的竞价排名到底算不算广告？

魏则西之死能否促进搜索平台改革？

回忆录能否当成历史？新中国成立时的十大元帅是？

地学专业：

尔法狗和人谁更厉害，人机大战中，你觉得谁最终会赢？

其他类型试题：

蜗牛生病后会从壳里钻出来让鸟吃掉，这是为什么？

鸡在下蛋前，公鸡和母鸡间会怎么样交流？

七、中科大自主招生

中国科学技术大学 2016 年自主招生考试于 **2016 年 6 月 11 日**进行。全国有 496 人通过了初审。

笔试测试方式：

测试形式为笔试+面试，笔试科目为**数学、物理**，重点考察相关学科基础、逻辑思维能力和运算能力;

面试测试方式：

面试为**辩论式小组面试**，重点考察知识结构、探究精神、科学思维、创新思考以及综合运用所学知识解决科学与工程问题的能力。

北京高考在线 微信号：bj-gaokao

数学笔试真题：

一、填空题（每小题6分，共48分）

1、3^{2016}除以100的余数是_____．

2、复数z_1, z_2满足$|z_1|=2$，$|z_2|=3$，$|z_1+z_2|=4$，则$\frac{z_1}{z_2}=$_____．

3、用$S(A)$表示集合A的所有元素之和，且$A\subseteq\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$S(A)$能被3整除，但不能被5整除，则符合条件的非空集合$A$的个数是_____．

4、已知$\triangle ABC$中，$\sin A+2\sin B\cos C=0$，则$\tan A$的最大值是_____．

5、若对任意实数x都有$|2x-a|+|3x-2a|\geqslant a^2$，则$a$的取值范围是_____．

6、若$a\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$，$b\in(0,1)$，$x=(\sin a)^{\log_b\sin a}$，$y=(\cos a)^{\log_b\cos a}$，则$x$____$y$（填$>,<,=$）．

7、梯形$ABCD$中$AB\parallel CD$，对角线AC,BD交于P_1，过P_1作AB的平行线交BC于点Q_1．AQ_1交BD于P_2，过P_2作AB的平行线交BC于点Q_2，$\cdots$．若$AB=a$，$CD=b$，则$P_nQ_n=$_____(用a,b,n表示)．

8、数列$\{a_n\}$中a_n是与$\sqrt{n}$最接近的整数，则$\sum\limits_{n=1}^{2016}\frac{1}{a_n}=$_____．

二、解答题（第9小题满分16分，第10、11小题满分18分）

9、已知$a,b,c>0$，$a+b+c=3$，求证：$\frac{a^2}{a+\sqrt{bc}}+\frac{b^2}{b+\sqrt{ca}}+\frac{c^2}{c+\sqrt{ab}}\geqslant\frac{3}{2}$．

10、求所有函数$f:\mathcal{N}^*\to\mathcal{N}^*$，使得对任意正整数$x\neq y$，$0<|f(x)-f(y)|<2|x-y|$．

11、求方程$2^x-5^y\cdot7^z=1$的所有非负整数解(x,y,z)．

答案与解析

1．21．

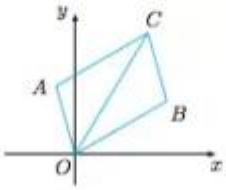
解析　由于$3^{2016}=9^{1008}=(10-1)^{1008}$，有

$$3^{2016}\equiv(-1)^{1008}+\mathrm{C}_{1008}^{1}\cdot(-1)^{1007}\cdot 10 \pmod{100},$$

于是$3^{2016}\equiv 21 \pmod{100}$．

2．$\frac{1}{6}\pm\frac{\sqrt{15}}{6}\mathrm{i}$．

解析　设复数z_1,z_2,z_1+z_2在复平面内的对应点分别为A,B,C，则四边形$OACB$构成平行四边形．复数$\frac{z_1}{z_2}$的模为$\frac{2}{3}$，接下来求它的辐角．



在$\triangle OAC$中应用余弦定理，有

$$\cos A=\frac{2^2+3^2-4^2}{2\cdot 2\cdot 3}=-\frac{1}{4},$$

于是$\cos\angle AOB=\frac{1}{4}$，进而可得

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{4}\pm\frac{\sqrt{15}}{4}\mathrm{i}\right)=\frac{1}{6}\pm\frac{\sqrt{15}}{6}\mathrm{i}.$$

3．70．

解析　将集合A划分为

$$A_1=\{1,4,7\},A_2=\{2,5,8\},A_3=\{3,6\},$$

于是使得$S(A)$能被3整除的非空集合A的个数有

$$\left[(\mathrm{C}_3^0+\mathrm{C}_3^3)^2+(\mathrm{C}_3^1)^2+(\mathrm{C}_3^2)^2\right]\cdot 2^2-1=87.$$

接下来考虑$S(A)$能被15整除的非空集合A的个数，此时$S(A)=15$或$S(A)=30$．

(1) $S(A)=15$．此时按最大元素分别为$8,7,6,5$分类，分别有$5,4,3,1$个，共计13个．

(2) $S(A)=30$．此时只需要考虑$S(A)=6$的情形，共有4个．

综上所述，符合条件的非空集合A的个数为$87-13-4=70$．

4．$\frac{\sqrt{3}}{3}$．

解析 由$\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C$，得

$$3\sin B\cos C+\cos B\sin C=0,$$

即$3\tan B+\tan C=0$．于是

$$\begin{aligned}\tan A=-\tan(B+C)&=-\frac{\tan B+\tan C}{1-\tan B\cdot\tan C}\\&=\frac{2\tan B}{1+3\tan^2 B}\\&=\frac{2}{\frac{1}{\tan B}+3\tan B}\\&\leqslant\frac{\sqrt{3}}{3},\end{aligned}$$

等号当$\tan B=\frac{\sqrt{3}}{3},\tan C=-\sqrt{3}$时取得．因此$\tan A$的最大值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$．

5．$\left[-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right]$．

解析 易知函数

$$f(x)=|2x-a|+|3x-2a|$$

在$x=\frac{2a}{3}$处取得最小值

$$f\left(\frac{2a}{3}\right)=\frac{|a|}{3},$$

于是解不等式

$$\frac{|a|}{3}\geqslant a^2,$$

得$-\frac{1}{3}\leqslant a\leqslant\frac{1}{3}$．因此$a$的取值范围是$\left[-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right]$．

微信号

6．$>$．

解析 取对数，可得

$$\ln x=\frac{\ln^2\sin a}{\ln b},\ln y=\frac{\ln^2\cos a}{\ln b},$$

而

$$\begin{aligned}&\sin a>\cos a\\ \Rightarrow&0>\ln\sin a>\ln\cos a\\ \Rightarrow&\ln^2\sin a<\ln^2\sin b\\ \Rightarrow&\frac{\ln^2\sin a}{\ln b}>\frac{\ln^2\cos a}{\ln b},\end{aligned}$$

因此$\ln x>\ln y$，从而$x>y$．

7．$\dfrac{ab}{a+bn}$．

解析 如图．

设$P_nQ_n=x_n(n\in\mathcal{N})$，则$x_0=CD=b$，且

$$\frac{1}{x_n}=\frac{1}{x_{n-1}}+\frac{1}{a},$$

于是可得$\dfrac{1}{x_n}=\dfrac{n}{a}+\dfrac{1}{x_0}$，即$x_n=\dfrac{ab}{a+bn}(n\in\mathcal{N})$．

8．$\dfrac{444}{5}$．

解析 记$k=\mathrm{round}(\sqrt{n})$表示离$\sqrt{n}$最近的整数，则有$k=\left[\sqrt{n}+\dfrac{1}{2}\right]$，即

$$k\leqslant\sqrt{n}+\frac{1}{2}<k+1,$$

也即

$$k^2-k+\frac{1}{4}\leqslant n<k^2+k+\frac{1}{4},$$

因此$a_1,a_2,\cdots,a_{2016}$为

$$\underbrace{1,1}_{2},\underbrace{2,2,2,2}_{4},\cdots,\underbrace{k,k,\cdots,k}_{2k},\cdots,\underbrace{44,44,\cdots,44}_{88},\underbrace{45,45,\cdots,45}_{36},$$

进而可得

$$\sum_{n=1}^{2016}\frac{1}{a_n}=\sum_{k=1}^{44}\left(\frac{1}{k}\cdot 2k\right)+\frac{1}{45}\cdot 36=\frac{444}{5}.$$

9．**证明** 由均值不等式，有

$$LHS\geqslant\sum_{cyc}\frac{2a^2}{2a+b+c},$$

再由柯西不等式，有

$$\sum_{cyc}\frac{2a^2}{2a+b+c}\geqslant\frac{2(a+b+c)^2}{4(a+b+c)}=\frac{3}{2},$$

因此原不等式得证．

10．$f(n)=f(1)+n-1$，其中$f(1)\in\mathcal{N}^*$．

根据题意，取$y=x+1$，则有对任意$x\in\mathcal{N}^*$，均有

$$0<|f(x+1)-f(x)|<2,$$

即

$$|f(x+1)-f(x)|=1.$$

考虑到对任意正整数$x\neq y$，$|f(x)-f(y)|>0$，因此f为单射．这就意味着$f(x+1)-f(x)\equiv 1$或$f(x+1)-f(x)\equiv -1$(否则必然出现不同的自变量映射到同一个正整数)．考虑到象的集合为$\mathcal{N}^*$，因此$f(x+1)-f(x)\equiv 1$，进而可得$f(n)=f(1)+n-1$，其中$f(1)\in\mathcal{N}^*$．

北京高考在线 微信号：bj-gaokao
北京高考在线 微信号：bj-gaokao

11．$(x,y,z)=(1,0,0),(3,0,1)$．

解析 根据题意，有

$$(-1)^x-(-1)^y\cdot 1^z\equiv 1 \pmod 3,$$

因此x为奇数且y为偶数，设$x=2m+1$，$y=2n$，其中$m,n\in\mathcal{N}$．于是原方程等价于

$$2\cdot 4^m-25^n\cdot 7^z=1.$$

若$n\neq 0$，则

$$2\cdot(-1)^m\equiv 1 \pmod 5,$$

矛盾，于是$n=0$．此时原方程等价于$2\cdot 4^m-7^z=1$．

(1) 若$z=0$，则$m=0$，因此$(x,y,z)=(1,0,0)$为符合题意的一组解．

(2) 若$z\neq 0$，则

$$-(-1)^z\equiv 1 \pmod 4,$$

于是z为奇数，设$z=2p+1$，$p\in\mathcal{N}$，则原方程等价于

$$2\cdot 4^m-7\cdot 49^p=1.$$

若$p=0$，则$m=1$，因此$(x,y,z)=(3,0,1)$为符合题意的一组解．若$p\neq 0$，则$m\geqslant 4$，于是

$$-7\cdot 1^p\equiv 1 \pmod{16},$$

矛盾．

综上所述，原方程的所有非负整数解为$(x,y,z)=(1,0,0),(3,0,1)$．

八、西安交大自主招生

测试方式：

测试方式及内容：采取“笔试+面试”的方式。笔试科目为数理思维和创新设计两门，面试采用“小组比较型”面试法，主要考查考生的学科特长、创新潜能和综合素质。

笔试满分为 200 分，面试满分为 100 分;

测试综合成绩=笔试成绩+面试成绩。

笔试题目：

西安交通大学笔试题是大学数学中对称与群的内容，还有一张创新设计的题目，考察了数学物理知识在生活中的应用。

一个铜球和一个铝球，外形、体积一样，重量不一样，在不破坏球体的情况下，如何区分材质?把一张百元钞票放在小孩张开的食指和中指之间，当你发出指令并松手，除非侥幸，99%的人无法用手指夹住纸币。请问为何?

最后一题是写出计算机中排序算法的伪代码（除了选择排序法）

面试试题

1.吸管穿土豆问题。假设现在手里只有一个普通奶茶吸管与一个普通的土豆，怎么样才能只插一次，就可将习惯插穿土豆?

2.我们知道天线在外面使用的许多电子产品中都存在，且对不同的电子产品，使用的天线长度不同，请谈谈你对天线工作原理及天线长度如何合适选取的见解。

3.饥饿的时候怎样吃一碗热汤鸡蛋面可以既可以缓解饥饿又不会发胖呢?是先吃面还是先吃蛋呢?

4.井盖为什么都是圆的?

5.微波炉的工作原理是什么?(微波炉的加热原理是通过微波促进水分子的震动和摩擦使食物加热。)

6.为什么电饭锅煮熟饭就会自动跳为保温状态?

面试总结：

今年的面试题中，不少都源自于生活细节，最近热点的魔兽电影，从游戏到电影都是他们关注的话题。

九、哈工大自主招生

测试方式：笔试+面试

面试模式：

面试主要考察学生学科特长和创新潜质。设有个人自述(1 分钟)、材料阅读、专家提问三个环节，每人面试时间 6-8 分钟。考生面试结束后即完成自主招生考核，须在工作人员指引下离开考场，不得在考场逗留。

面试真题：

一个人在沙漠里卖矿泉水，他有 4200 瓶水，骆驼一次能驼 1050 瓶水，需要走 800 公里路，每走一公里要消耗一瓶水，问最多能卖多少瓶水?

此外还有“动量粒子”、“波动方程”等面试题。

声明：本文中科大试题来源于数海拾贝微信号，其他试题综合来源于网络，由自主招生在线团队（微信公众号 ID：zizzsw）收集整体， 转载请注明来源和出处，否则追究法律责任。

扫描二维码，关注北京高考官方微信！

查看更多北京高考相关资讯！