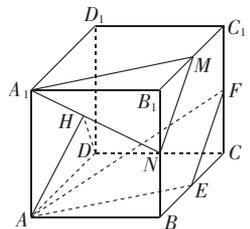


高三数学试卷参考答案(理科)

1. A $z=(3+2i)(2-i)=6-3i+4i-2i^2=8+i$, 在复平面内对应的点位于第一象限.
2. A 由题意可得 $A=\{x|2<x<3\}$, $B=\{x|x<\frac{5}{2}\}$, 则 $A\cap B=\{x|2<x<\frac{5}{2}\}$.
3. B 因为 $f(-x)=\frac{(-x)^2}{2^{-x}-2^x}=-f(x)$, 所以 $f(x)$ 为奇函数, 排除 AC. 当 $x>0$ 时, $f(x)>0$, 排除 D, 故选 B.
4. C 因为 $|a+b|=|a-b|$, 所以 $a\cdot b=0$, 即 $3\times 8+4m=0$, 解得 $m=-6$, 则 $|b|=\sqrt{8^2+(-6)^2}=10$.
5. A $(x^3-\frac{1}{x})^{10}$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_{10}^r\cdot(x^3)^{10-r}\cdot(-\frac{1}{x})^r=(-1)^r\cdot C_{10}^r\cdot x^{30-4r}$. 令 $30-4r=2$, 得 $r=7$, 则 $T_8=(-1)^7\times C_{10}^7\cdot x^2=-120x^2$.
6. B 由题意可知该曲面棱柱的底面积 $S=\frac{9(\pi-\sqrt{3})}{2}$. 设 $AB=x$, 则 $3\times(\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{3}x^2-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2)+\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=\frac{9(\pi-\sqrt{3})}{2}$, 解得 $x=3$.
7. D 由题意可得 $a_5=2a_4+2=2(2a_3-1)+2=4(2a_2+2)=8(2a_1-1)+8=16a_1=16$, $a_8=2a_7-1=2(2a_6+2)-1=4(2a_5-1)+3=127$, 则 $a_5+a_8=16+127=143$.
8. C 由题意可得这 4 名大一新生恰好加入其中 2 个社团的不同情况有 $(C_4^1+C_4^2)C_3^2A_2^2=42$ 种.
9. D 因为 $\angle AMB=\frac{2\pi}{3}$, 所以圆心 M 到渐近线的距离等于半径的一半, 则 $\frac{ab}{c}=\frac{c}{2}$, 则 $a^2(c^2-a^2)=\frac{c^4}{4}$, 即 $(\frac{c}{a})^4-4(\frac{c}{a})^2+4=0$, 解得 $(\frac{c}{a})^2=2$, 则双曲线 C 的离心率为 $\sqrt{2}$.
10. B 作出 $f(x)$ 的图象(图略), 由图可知 $m\leq 5$.
11. B 如图, 分别取棱 B_1C_1, BB_1 的中点 M, N , 连接 A_1M, A_1N, MN . 易证平面 $A_1MN\parallel$ 平面 AEF , 则点 P 在线段 A_1N 上. 过点 A 作 $AH\perp A_1N$, 垂足为 H , 连接 DH , 则 $DP\geq DH$, 当且仅当 P 与 H 重合时, $DP=DH=\sqrt{DA^2+AH^2}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$.
12. A 令 $f(x)=e^x-x-1$, 则 $f'(x)=e^x-1$. 当 $x>0$ 时, $f'(x)>0$, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 所以当 $x>0$ 时, $f(x)=e^x-x-1>f(0)=0$, 即 $e^x-x-1>0$, 所以 $e^x>x+1$, 所以 $e^{\frac{1}{3}}>\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$, 即 $\sqrt[3]{e}>\frac{4}{3}$. 令 $g(x)=\ln x-\frac{1}{2}(x-\frac{1}{x})$, $x>1$, 则 $g'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2x^2}=-\frac{(x-1)^2}{2x^2}<0$, 所以 $g(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减, 所以 $g(x)<g(1)=0$, 所以

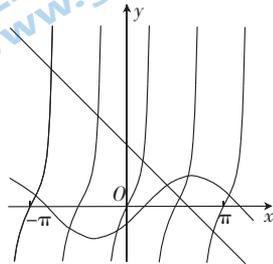


当 $x > 1$ 时, $\ln x < \frac{1}{2}(x - \frac{1}{x})$, 则 $\ln 3 < \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3}) = \frac{4}{3}$, 所以 $a > c > b$.

13.120 由题意可知 $P(X > 120) = P(X < 60) = 0.1$, 则数学成绩为优秀的人数是 $1200 \times 0.1 = 120$.

14.2 设 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 由题意可得 $3d = 6$, 则 $d = 2$.

15.7 作出 $f(x) = \tan 2x$ 与 $g(x) = \sin(x - \frac{\pi}{6})$ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的大致图象, 如图所示, 由图可知 $m = 4$, 直线 $x + y = 2$ 与 $f(x)$ 的图象在区间 $[0, \pi]$ 上有 3 个交点, 则 $n = 3$, 所以 $m + n = 7$.



16.2 由题意可知 $F(\frac{p}{2}, 0)$, 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $S_{\triangle DEF} =$

$$\frac{1}{2} \cdot |DE| \cdot p = \frac{p}{2} |DE|,$$

$$S_{\text{四边形}ABED} = \frac{|AD| + |BE|}{2} \cdot |DE| = \frac{x_1 + \frac{p}{2} + x_2 + \frac{p}{2}}{2} \cdot |DE| = \frac{x_1 + x_2 + p}{2} \cdot |DE|,$$

因为 $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{4} S_{\text{四边形}ABED}$, 所以 $x_1 + x_2 = 3p$. 由题意可知直线 l 的斜率不为 0, 设直线 l 的方

程为 $x = my + \frac{p}{2}$, 联立 $\begin{cases} x = my + \frac{p}{2}, \\ y^2 = 2px, \end{cases}$ 整理得 $y^2 - 2mpty - p^2 = 0$, 则 $y_1 + y_2 = 2mp, y_1 y_2 =$

$-p^2$, 从而 $x_1 + x_2 = m(y_1 + y_2) + p = (2m^2 + 1)p = 3p$, 解得 $m^2 = 1$, 故 $|y_1 - y_2| = \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2} = 2\sqrt{2}p$, 即 $|DE| = 2\sqrt{2}p$. 因为 $S_{\triangle DEF} = 4\sqrt{2}$, 所以 $\sqrt{2}p^2 = 4\sqrt{2}$, 解得 $p = 2$.

17. 解: (1) 由题意得 $\bar{x} = \frac{2+4+5+6+8}{5} = 5, \bar{y} = \frac{3+4+6+5+7}{5} = 5$ 2分

因为 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 145, x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4 + x_5 y_5 = 138$, 4分

所以 $\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^5 x_i y_i - 5\bar{x}\bar{y} = 138 - 5 \times 5 \times 5 = 13$,

$$\sqrt{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^5 x_i^2 - 5\bar{x}^2} = \sqrt{145 - 5 \times 5^2} = 2\sqrt{5}, \sqrt{\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{10},$$

故 $r = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{13}{2\sqrt{5} \times \sqrt{10}} = \frac{13\sqrt{2}}{20} \approx 0.92$ 6分

(2) $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} = \frac{13}{20} = 0.65, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 5 - 0.65 \times 5 = 1.75$, ... 8分

故线性回归直线方程为 $\hat{y} = 0.65x + 1.75$ 9分

(3) 当 $x=10$ 时, $\hat{y}=0.65 \times 10 + 1.75 = 8.25$ 百万元. 12分

18. (1) 证明: 由四边形 $ABCD$ 为矩形, 得 $AD \perp CD$ 1分

因为 $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 所以 $PA \perp CD$ 2分

因为 $PA \cap AD = A$, 所以 $CD \perp$ 平面 PAD 3分

因为 $CD \subset$ 平面 PCD , 所以平面 $PAD \perp$ 平面 PCD 4分

(2) 解: 以 A 为坐标原点, 建立如图所示的空间直角坐标系, 5分

则 $A(0,0,0), B(1,0,0), D(0,3,0), P(0,0,3), E(0,1,0)$, 6分

所以 $\vec{PB} = (1,0,-3), \vec{BD} = (-1,3,0), \vec{PE} = (0,1,-3)$ 7分

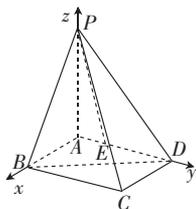
设 $n = (x,y,z)$ 是平面 PBD 的法向量,

$$\text{则} \begin{cases} n \cdot \vec{PB} = 0, \\ n \cdot \vec{BD} = 0, \end{cases} \text{即} \begin{cases} x - 3z = 0, \\ -x + 3y = 0. \end{cases} \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

令 $x=3$, 得 $n = (3,1,1)$ 9分

$$\text{因为} \cos \langle n, \vec{PE} \rangle = \frac{n \cdot \vec{PE}}{|n| |\vec{PE}|} = \frac{-2}{\sqrt{11} \times \sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{110}}{55}, \dots\dots\dots 11 \text{分}$$

所以 PE 与平面 PBD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{110}}{55}$ 12分



19. 解: (1) 因为 $\sqrt{2}c \sin(A + \frac{\pi}{4}) = b$, 所以 $\sqrt{2} \sin C (\sin A \cos \frac{\pi}{4} + \cos A \sin \frac{\pi}{4}) = \sin B$,

即 $\sin C \sin A + \sin C \cos A = \sin B$ 2分

因为 $A+B+C=\pi$, 所以 $\sin B = \sin(A+C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C$, 3分

所以 $\sin C = \cos C$, 即 $\tan C = 1$ 4分

因为 $0 < C < \pi$, 所以 $C = \frac{\pi}{4}$ 5分

(2) 因为 D 为 AB 边的中点, 所以 $\vec{CD} = \frac{1}{2}\vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{CB}$, 6分

$$\text{所以} |\vec{CD}|^2 = \frac{|\vec{CA}|^2 + 2\vec{CA} \cdot \vec{CB} + |\vec{CB}|^2}{4} = \frac{b^2 + a^2 + 2ab \cos C}{4} = \frac{b^2 + a^2 + 2ab \cos \frac{\pi}{4}}{4} = \frac{(b+2)^2 + 4}{4}. \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$\text{在} \triangle ABC \text{ 中, 由正弦定理} \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}, \text{得} b = \frac{2\sqrt{2} \sin B}{\sin(B + \frac{\pi}{4})} = \frac{4}{1 + \frac{1}{\tan B}}. \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

因为 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 且 $C = \frac{\pi}{4}$, 所以 $B \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$, 10分

则 $\tan B \in (1, +\infty)$, 故 $b \in (2, 4)$ 11分

因为 $b \in (2, 4)$, 所以 $|\vec{CD}| \in (\sqrt{5}, \sqrt{10})$, 即线段 CD 长的取值范围为 $(\sqrt{5}, \sqrt{10})$ 12分

20. 解: (1) 设椭圆 C 的焦距为 $2c$,

$$\text{由题意可得} \begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \frac{4}{a^2} = 1, \\ c^2 = a^2 - b^2, \end{cases} \text{解得} a=2, b=1. \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

故椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 5 分

(2) 由题意可知直线 l 的斜率不为 0, 设直线 $l: x = my + 6, A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

$$\text{联立} \begin{cases} x = my + 6, \\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1, \end{cases} \text{整理得 } (m^2 + 4)y^2 + 12my + 32 = 0,$$

$$\text{则 } \Delta = 144m^2 - 4(m^2 + 4) \times 32 = 16(m^2 - 32) > 0,$$

$$y_1 + y_2 = -\frac{12m}{m^2 + 4}, y_1 y_2 = \frac{32}{m^2 + 4}. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{因为 } P(2, 0), \text{ 所以 } k_1 = \frac{y_1}{x_1 - 2}, k_2 = \frac{y_2}{x_2 - 2}, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } k_1 k_2 = \frac{y_1}{x_1 - 2} \times \frac{y_2}{x_2 - 2} = \frac{y_1 y_2}{(my_1 + 4)(my_2 + 4)} = \frac{y_1 y_2}{m^2 y_1 y_2 + 4m(y_1 + y_2) + 16} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$= \frac{\frac{32}{m^2 + 4}}{m^2 \cdot \frac{32}{m^2 + 4} + 4m \cdot (-\frac{12m}{m^2 + 4}) + 16} = \frac{32}{32m^2 - 48m^2 + 16m^2 + 64} = \frac{1}{2}. \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

故 $k_1 k_2$ 为定值, 该定值为 $\frac{1}{2}$ 12 分

21. 解: (1) 设 $(x_0, 2)$ 为 $g(x)$ 的一个 2 级“平移点”, 则 $g(x_0 + 2) = g(x_0) + g(2)$,

$$\text{即 } (x_0 + 2)\ln(x_0 + 3) = x_0 \ln(x_0 + 1) + 2\ln 3. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{令 } \varphi(x) = (x + 2)\ln(x + 3) - x\ln(x + 1) - 2\ln 3,$$

$$\text{则 } \varphi'(x) = \ln(x + 3) + \frac{x + 2}{x + 3} - \ln(x + 1) - \frac{x}{x + 1} = \ln \frac{x + 3}{x + 1} + \frac{2}{(x + 3)(x + 1)} > 0,$$

所以 $\varphi(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上单调递增. 3 分

又因为 $\varphi(0) = 0$, 所以 $\varphi(x) = 0$ 只有一个根,

即 $g(x) = x\ln(x + 1)$ 只有一个 2 级“平移点”, 且 2 级“平移点”为 $(0, 2)$ 5 分

(2) 因为 $h(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上存在 1 级“平移点”, 所以存在 $x_0 \in [1, +\infty)$, 使得 $h(x_0 + 1) = h(x_0) + h(1)$.

$$\text{由 } a(x_0 + 1)^2 + (x_0 + 1)\ln(x_0 + 1) = ax_0^2 + x_0 \ln x_0 + a,$$

$$\text{得 } 2ax_0 = x_0 \ln x_0 - (x_0 + 1)\ln(x_0 + 1), \text{ 即 } 2a = \ln x_0 - (1 + \frac{1}{x_0})\ln(x_0 + 1). \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{令 } p(x) = \ln x - (1 + \frac{1}{x})\ln(x + 1) (x \geq 1), \text{ 则 } p'(x) = \frac{\ln(x + 1)}{x^2} > 0,$$

所以 $p(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $p(x) \geq p(1) = -2\ln 2$ 10 分

$$\text{因为 } x \geq 1, \text{ 所以 } \ln x < \ln(x + 1), \frac{x + 1}{x} > 1, \text{ 所以 } p(x) = \ln x - \frac{x + 1}{x} \ln(x + 1) < 0,$$

所以 $p(x) \in [-2\ln 2, 0)$, 所以 $a \in [-\ln 2, 0)$ 12 分

22. 解: (1) 由 $y = \sqrt{-x^2 + 4x}$, 得 $y^2 = -x^2 + 4x (y \geq 0)$, 1 分

$$\text{则 } x^2 + y^2 = 4x (y \geq 0), \text{ 则 } \rho^2 = 4\rho \cos \theta (0 \leq \theta \leq \pi), \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

所以曲线 M 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta(0\leq\theta\leq\frac{\pi}{2})$ 3 分

由 $xy=9$, 得 $\rho^2\cos\theta\sin\theta=9$, 即 $\rho^2\sin 2\theta=18$,

此即曲线 N 的极坐标方程. 5 分

(2) 将 $\theta=\theta_0$ 代入 $\rho^2\sin 2\theta=18$, 得 $|OB|=\rho=\sqrt{\frac{18}{\sin 2\theta_0}}$ 6 分

将 $\theta=\theta_0$ 代入 $\rho=4\cos\theta$, 得 $|OA|=\rho=4\cos\theta_0$, 7 分

则 $|OA|\cdot|OB|=\frac{12}{\sqrt{\tan\theta_0}}$ 8 分

因为 $|OA|\cdot|OB|=12$, 所以 $\tan\theta_0=1$, 又 $0<\theta_0<\frac{\pi}{2}$, 所以 $\theta_0=\frac{\pi}{4}$ 10 分

【注】曲线 N 的极坐标方程写为 $\rho^2\cos\theta\cdot\sin\theta=9$ 也可以, 不扣分.

23. (1) 证明: 因为 $f(x)=|x-a-1|+|x-2a|\geq|x-a-1-(x-2a)|=|a-1|$, 2 分

所以 $f(x)_{\min}=|a-1|$ 3 分

由 $|a-1|\geq 1$, 得 $a\leq 0$ 或 $a\geq 2$, 4 分

则当 $a\geq 2$ 时, $f(x)\geq 1$ 恒成立, 所以存在 $a\in(0, +\infty)$, 使得 $f(x)\geq 1$ 恒成立. 5 分

(2) 解: 当 $x\in[2a, 4]$ 时, $f(x)=|x-a-1|+x-2a$.

由 $f(x)\leq x+a$, 得 $|x-a-1|\leq 3a$, 6 分

则 $-3a\leq x-a-1\leq 3a$, 即 $-2a+1\leq x\leq 4a+1$ 7 分

因为当 $x\in[2a, 4]$ 时, $f(x)\leq x+a$, 所以 $\begin{cases} -2a+1\leq 2a, \\ 4a+1\geq 4, \end{cases}$ 8 分

解得 $a\geq \frac{3}{4}$, 9 分

又 $2a<4$, 所以 a 的取值范围是 $[\frac{3}{4}, 2)$ 10 分



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯