

班级_____ 姓名_____ 学号_____

本试卷共 2 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案写在答题纸上，在试卷上作答无效。

一、选择题：本大题共 12 道小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目的要求。把正确答案涂写在答题卡上相应的位置。

1. 已知 $\alpha \in (0, 2\pi)$, $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha > 0$, 则角 α 的取值范围是 ()
- A. $(0, \frac{\pi}{2})$ B. $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ C. $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ D. $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$
2. 若向量 $a = (1, -2)$, $b = (x, 4)$ 满足 $a \perp b$, 则实数 x 等于 ()
- A. 8 B. -8 C. 2 D. -2
3. 如果复数 $\frac{2+bi}{i}$ ($b \in \mathbf{R}$) 的实部与虚部相等, 那么 $b =$ ()
- A. -2 B. 1 C. 2 D. 4
4. 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 以 Ox 为始边, 且 $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. 把角 α 的终边绕端点 O 逆时针方向旋转 π 弧度, 这时终边对应的角是 β , 则 $\sin \beta =$ ()
- A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$
5. “ $\varphi = \pi$ ” 是 “函数 $y = \tan(x + \varphi)$ 为奇函数” 的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对的边分别为 a, b, c , 若 $a^2 + b^2 - c^2 < 0$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()
- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 等腰三角形 D. 钝角三角形

7. 函数 $y = (\sin x - \cos x)^2$ 的最小正周期为 ()

- A. 2π B. $\frac{3\pi}{2}$ C. π D. $\frac{\pi}{2}$

8. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 若 $a = 2, b = 3, A = \frac{\pi}{6}$, 则 $\cos B =$ ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

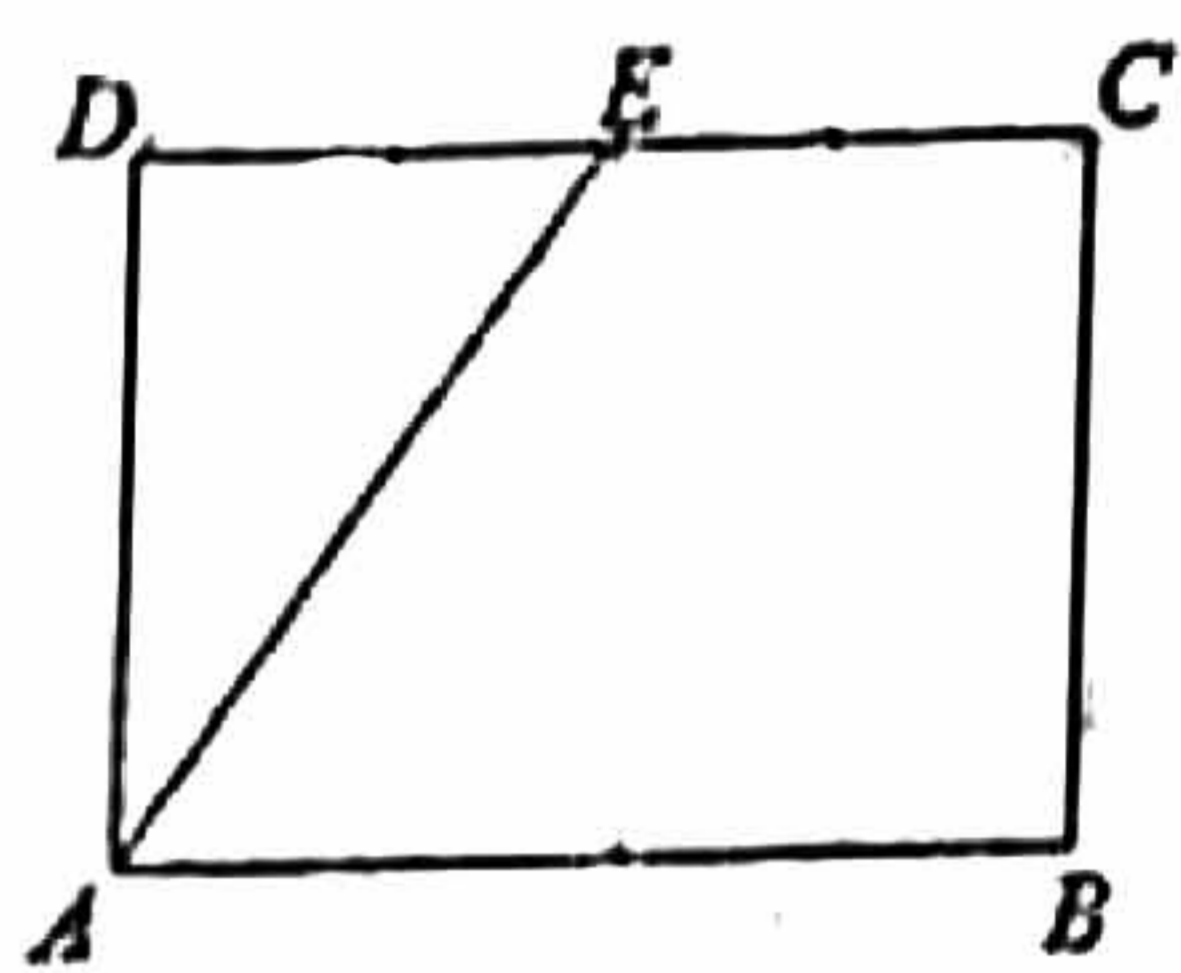
9. 已知非零向量 a, b 夹角为 45° , 且 $|a| = 2, |a - b| = 2$. 则 $|b|$ 等于 ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

10. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2, BC = \sqrt{3}$, E 是 CD 的

中点, 那么 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{DC} =$ ()

- A. 4 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 1



11. 函数 $f(x) = \cos 2x - \cos x$ 的最大值是 ()

- A. $-\frac{9}{8}$ B. 0 C. 2 D. 3

12. $\sin 1, \tan 2, \cos 3$ 的大小关系是 ()

- A. $\sin 1 > \tan 2 > \cos 3$ B. $\sin 1 > \cos 3 > \tan 2$
C. $\tan 2 > \sin 1 > \cos 3$ D. $\cos 3 > \sin 1 > \tan 2$

二、填空题: 本大题共 6 小题, 共 24 分。把答案填在答题纸中相应的横线上。

13. $\sin 600^\circ =$ _____.

14. 角 α 终边上一点的坐标为 $(1, 2)$, 则 $\tan \alpha =$ _____; $\tan 2\alpha =$ _____.

15. 设向量 $a = (0, 2), b = (\sqrt{3}, 1)$, 则 a, b 的夹角等于_____.

16. 海上有 A, B, C 三个小岛, 其中 B 岛在 A 岛的正东方向 10 海里处, C 岛在 A 岛北偏东 30° 方向上, 且在 B 岛北偏西 60° 方向上, 则 B, C 两岛间的距离为_____海里.

17. 海水受日月的引力, 在一定的时候发生涨落的现象叫潮汐. 一般早潮叫潮, 晚潮叫汐. 在通常情况下, 船在涨潮时驶进航道, 靠近船坞; 卸货后落潮时返回海洋. 下面是某港口在某季节某天的时间与水深值 (单位: m) 记录表.

时刻	0:00	3:00	6:00	9:00	12:00	15:00	18:00	21:00	24:00
水深值	5.0	7.5	5.0	2.5	5.0	7.5	5.0	2.5	5.0

试用一个三角函数来近似地描述这个港口的水深值 y 与时间 t 的函数关系, 则这个函数关系式是_____.

18. 已知函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$, 若函数 $f(x)$ 在区间 $[0, m]$ 上的最大值为 1, 则实数 m 的最小值为_____; 若函数 $f(x)$ 在区间 $[0, m]$ 上恰有两个对称中心, 则实数 m 的取值范围是_____.

三、解答题: 本大题共 66 分. 把答案填在答题纸中相应的位置上.

19. (12 分) 已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 且 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

(I) 求 $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4})$ 的值; (II) 求 $\frac{\cos^2 \alpha}{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}$ 的值.

20. (15 分) 已知函数 $f(x) = 2 \cos x \sin(x + \frac{\pi}{6}) - \frac{1}{2}$.

(I) 求 $f(\frac{\pi}{6})$ 的值;

(II) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间与对称轴方程;

(III) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最值及最值点.

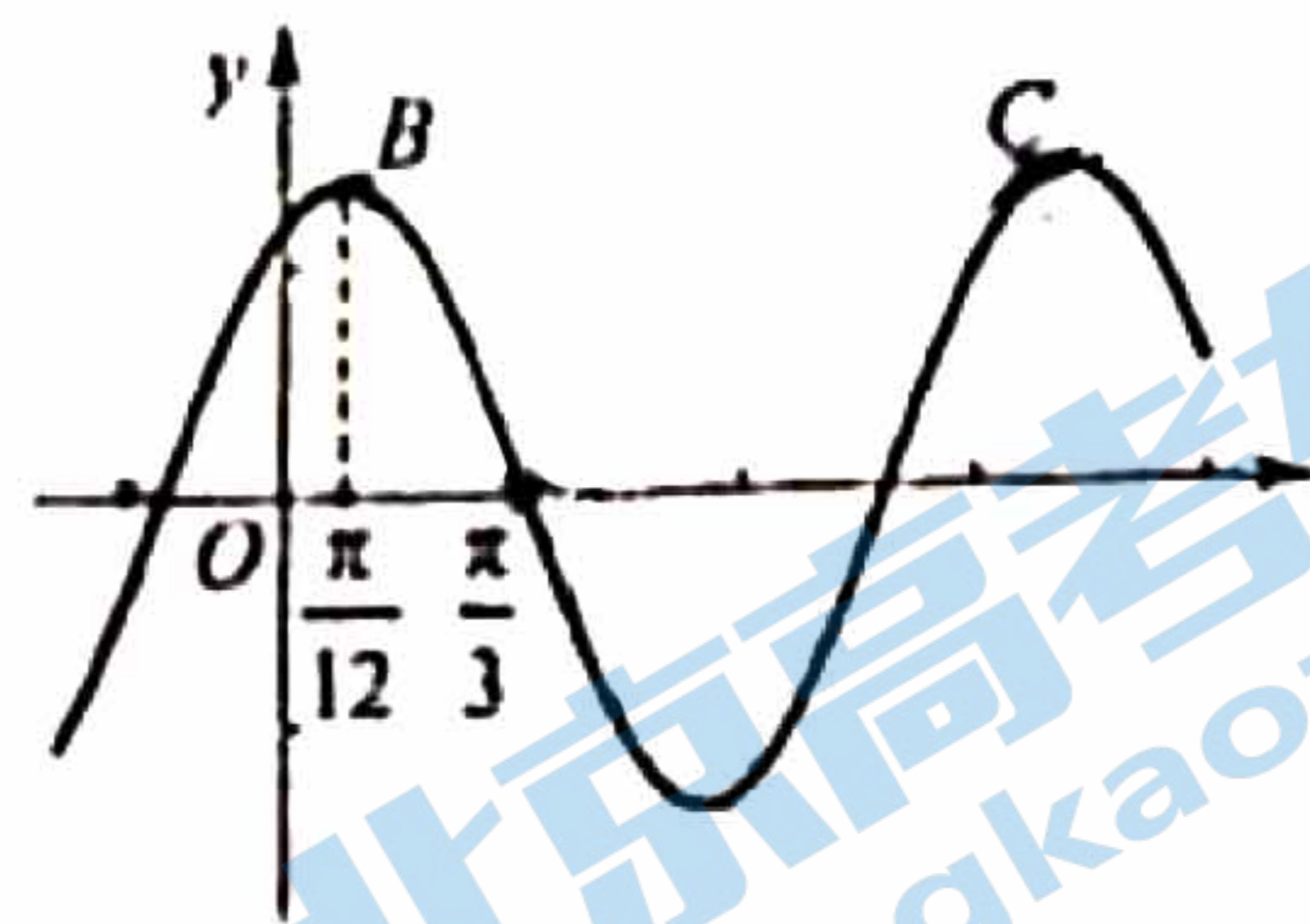
21. (14 分) 如图所示, B, C 两点是函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$)

图象上相邻的两个最高点, 且 B 点的横坐标为 $\frac{\pi}{12}$, D 点为函数 $f(x)$ 图象与 x 轴的一个

交点 $(\frac{\pi}{3}, 0)$.

(I) 求 ω, φ 的值;

(II) 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像可以看作由 $y = A \sin x$ 的图像如何变换得到;



(III) 若 $BD \perp CD$, 求 A 的值.

22. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $b=5$, $\cos B = \frac{9}{16}$, 再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知.

(I) 求 $\sin A$; (II) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

条件①: $\cos C = \frac{1}{8}$; 条件②: $a=4$.

注: 如果选择条件①和条件②分别解答, 按第一个解答计分.

23. (13分) 如图, 点 P 是以 AB 为直径的圆 O 上动点, P' 是点 P 关于 AB 的对称点, $AB=2a(a>0)$.

(I) 当点 P 是弧 \widehat{AB} 上靠近 B 的三等分点时, 求 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的值;

(II) 求 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{OP'}$ 的最大值和最小值.

