

2021 北京人大附中高一（下）期末

数 学

I卷（共 19 题，满分 100 分）

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置.）

1. 下列命题正确的是（ ）

- A. 棱柱的每个面都是平行四边形
- B. 一个棱柱至少有五个面
- C. 棱柱有且只有两个面互相平行
- D. 棱柱的侧面都是矩形

2. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 对边分别为 a, b, c ，若 $a^2 - ac + c^2 = b^2$ ，则角 B 为（ ）

- A. $\frac{\pi}{6}$
- B. $\frac{\pi}{3}$
- C. $\frac{5\pi}{6}$
- D. $\frac{2\pi}{3}$

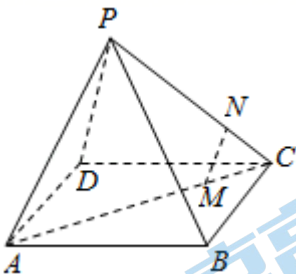
3. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c 。若 $a = 3b$ ， $\sin A = \frac{3}{5}$ ，则 $\sin B$ 的值为（ ）

- A. $\frac{1}{5}$
- B. $\frac{1}{15}$
- C. $\frac{1}{3}$
- D. $\frac{5}{9}$

4. 下列条件中，能使 $\alpha \parallel \beta$ 的条件是

- A. 平面 α 内有无数条直线平行于平面 β
- B. 平面 α 与平面 β 同平行于一条直线
- C. 平面 α 内有两条直线平行于平面 β
- D. 平面 α 内有两条相交直线平行于平面 β

5. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中， M, N 分别为 AC, PC 上点，且 $MN \parallel$ 平面 PAD ，则（ ）



- A. $MN \parallel PD$
- B. $MN \parallel PA$
- C. $MN \parallel AD$
- D. 以上均有可能

6. “直线 m 垂直平面 α 内的无数条直线”是“ $m \perp \alpha$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必安条件

7. 圆锥的表面积为 12π ，母线长为4，则该圆锥的底面半径为（ ）

A. 2

B. 3

C. 1

D. $\sqrt{3}$

8. 已知A地与C地的距离是4千米，B地与C地的距离是3千米，A地在C地的西北方向，B地在C地的西偏南 15° 方向上，则A，B两地之间的距离是（ ）

A. $\sqrt{13}$ 千米

B. 13千米

C. $\sqrt{37}$ 千米

D. 37千米

9. 已知 $\triangle ABC$ 的内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且 $2\cos^2\frac{B}{2} = \frac{a+c}{c}$ ，则 $\triangle ABC$ 是（ ）

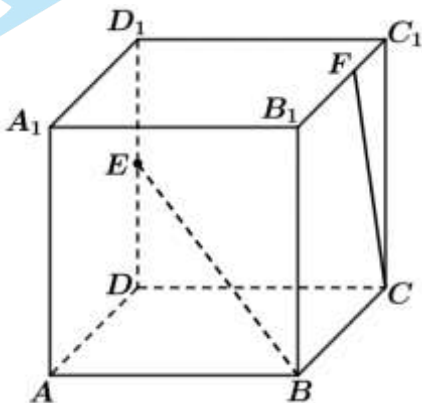
A. 直角三角形

B. 等腰直角三角形

C. 等边三角形

D. 等腰三角形或直角三角形

10. 如图，E是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 棱 D_1D 的中点，F是棱 C_1B_1 上的动点，下列命题中：①在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内总存在与平面BEF平行的直线；②直线 D_1F 和直线EB为异面直线；③四面体EBFC的体积为定值.其中正确命题个数是（ ）



A. 0

B. 1

C. 2

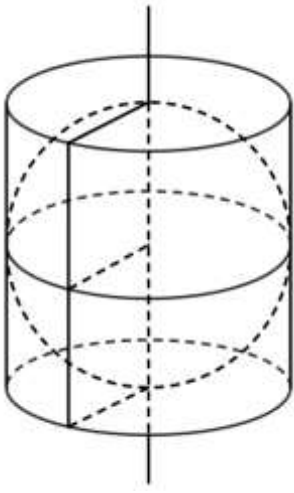
D. 3

二、填空题（本大题共5小题，每小题4分，共20分，请把结果填在答题纸上的相应位置.）

11. 在 $\triangle ABC$ 中，角A，B，C的对边分别是a，b，c，若 $A:B:C=1:1:4$ ， $a:b:c=$ _____.

12. 若正四棱锥的底面边长和高都是2，则其体积为_____.

13. 阿基米德（Archimedes，公元前287年—公元前212年）是古希腊伟大的数学家、物理学家和天文学家，他构造了这样的一个几何体：在一个圆柱形容器里放了一个球（如图所示），圆柱的底面直径与高都等于球的直径.若球的体积为 36π ，则圆柱的体积为_____.

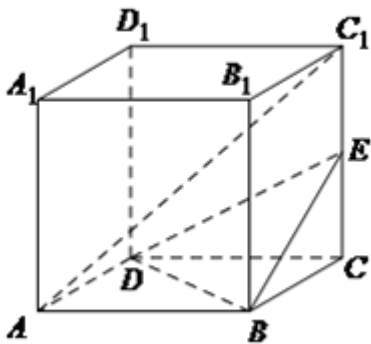


14. 已知 α, β 是两个不同的平面, l, m 是两不同的直线, $l \perp \alpha, m \subset \beta$, 下列四个命题: ① $\alpha \parallel \beta \Rightarrow l \perp m$; ② $\alpha \perp \beta \Rightarrow l \parallel m$; ③ $l \perp m \Rightarrow \alpha \parallel \beta$; ④ $l \parallel m \Rightarrow \alpha \perp \beta$. 其中正确的命题是_____. (写出所有正确命题的序号)

15. 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 所对边分别为 a, b, c , 若 $1 + \frac{\tan A}{\tan B} + \frac{2c}{b} = 0$, 则 $A =$ _____.

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 40 分, 解答应写出文字说明过程或演算步骤, 请将答案写在答题纸上的相应位置.)

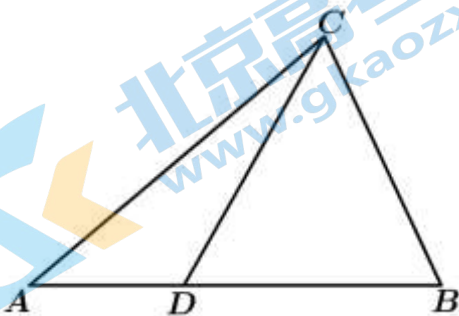
16. 如图, 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, 点 E 为棱 CC_1 的中点.



(1) 证明: $AC_1 \parallel$ 平面 BDE .

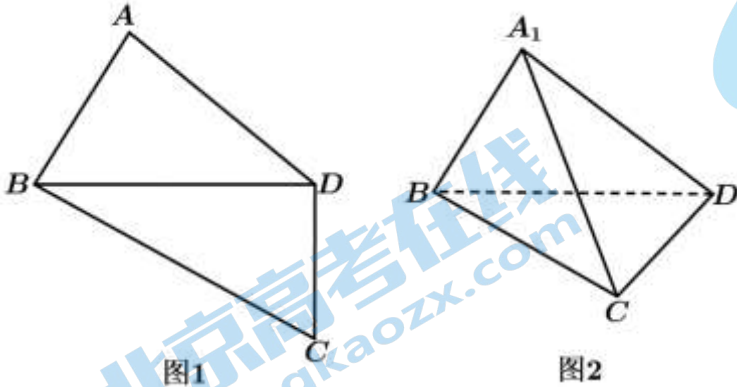
(2) 证明 $AC_1 \perp BD$.

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=8, BC=5, AC=7$



- (1) 求角 B 的值和 $\triangle ABC$ 的面积;
 (2) 点 D 为 AB 上一点且 $CD=5$, 求 $\sin \angle ACD$ 的值.

18. 如图 1, 已知 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 是两个直角三角形, $\angle BAD = \angle BDC = \frac{\pi}{2}$. 现将 $\triangle ABD$ 沿 BD 边折起到 A_1BD 的位置, 如图 2 所示, 使平面 $A_1BD \perp$ 平面 BCD .



- (1) 求证: 平面 $A_1BC \perp$ 平面 A_1CD ;
 (2) A_1C 与 BD 是否有可能垂直, 做出判断并写明理由.

19. 设 A, B, C 为 $\triangle ABC$ 的三个内角, 向量 $\vec{m} = (\sin B + \sin C, 0), \vec{n} = (0, \sin A)$, 且 $|\vec{m}|^2 - |\vec{n}|^2 = \sin B \sin C$.

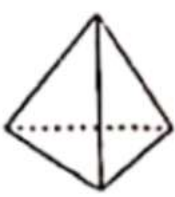
- (1) 求角 A 的大小;
 (2) 求 $\sin B + \sin C$ 的取值范围.

II 卷 (共 10 道题, 满分 50 分)

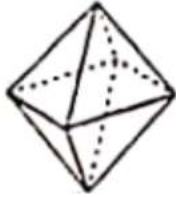
四、选择题 (共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置.)

20. 若 l, m 是两条不同的直线, m 垂直于平面 α , 则“ $l \perp m$ ”是“ $l // \alpha$ ”的
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
21. 若在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $A = 60^\circ, a = 2\sqrt{6}, b = 4$ 则 $B =$ ()
 A. 45° B. 135° C. 45° 或 135° D. 以上都不对
22. 已知正三棱锥 $S-ABC$ 三条侧棱两两垂直, 且侧棱长为 $\sqrt{2}$, 则此三棱锥的外接球的表面积为 ()
 A. π B. 3π C. 6π D. 9π
23. 设 P 为多面体 M 的一个顶点, 定义多面体 M 在 P 处的离散曲率为
 $1 - \frac{1}{2\pi} (\angle Q_1 P Q_2 + \angle Q_2 P Q_3 + \dots + \angle Q_{k-1} P Q_k + \angle Q_k P Q_1)$ 其中 $Q_i (i = 1, 2, 3, \dots, k, k \geq 3)$ 为多面体 M 的所有与点 P 相邻的顶点, 且平面 $Q_1 P Q_2, Q_2 P Q_3, Q_{k-1} P Q_k, Q_k P Q_1$ 遍历多面体 M 的所有以 P 为公共点的面, 如图是

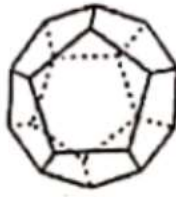
正四面体、正八面体、正十二面体和正二十面体(每个面都是全等的正多边形的多面体是正多面体), 若它们在各顶点处的离散曲率分别是 a, b, c, d , 则 a, b, c, d 的大小关系是



正四面体



正八面体



正十二面体

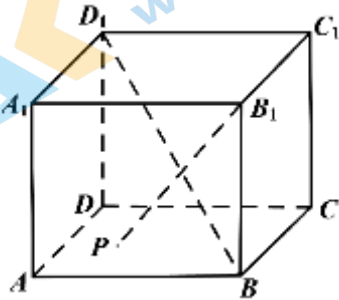


正二十面体

- A. $a > b > c > d$ B. $a > b > d > c$
 C. $b > a > d > c$ D. $c > d > b > a$

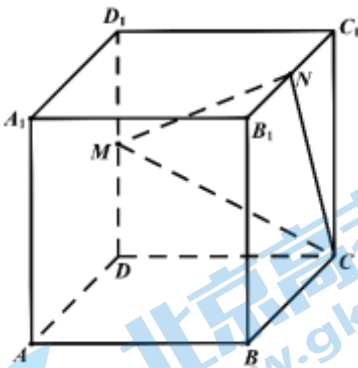
五、填空题 (共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.)

24. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 点 P 在正方形 $ABCD$ 及其内部运动, 则点 P 满足条件_____时, 有 $B_1P \perp BD_1$.

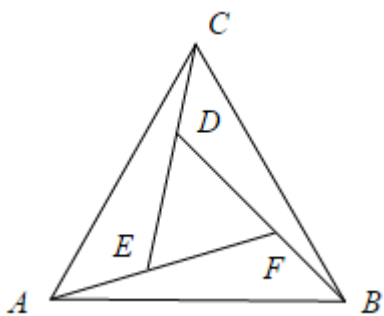


25. 已知锐角 $\triangle ABC$, 同时满足下列四个条件中的三个: ① $A = \frac{\pi}{3}$; ② $a = 13$; ③ $c = 15$; ④ $\sin C = \frac{1}{3}$. 则这三个条件是_____ (只填写序号), $\triangle ABC$ 的面积是_____

26. 棱长为 4 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M 为棱 DD_1 的中点, N 为棱 B_1C_1 的中点. 设直线 A_1D_1 与平面 MNC 交于点 Q , 则 $D_1Q =$ _____.



27. 如图, 三个全等的三角形 $\triangle ABF$, $\triangle BCD$, $\triangle CAE$ 拼成一个等边三角形 ABC , 且 $\triangle DEF$ 为等边三角形, 若 $EF = 2AE$, 则 $\tan \angle ACE$ 的值为_____.



28. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 对边分别是 a, b, c .且满足 $a^2 + b^2 = c^2 + ab, b = 4$.且 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 则 $\triangle ABC$ 面积的取值范围为_____.

29. 棱长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 CC_1 的中点, 点 P, Q 分别为面 $A_1B_1C_1D_1$ 和线段 B_1C_1 上的动点, 则 $\triangle PEQ$ 周长的最小值为_____.

2021 北京人大附中高一（下）期末数学

参考答案

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置.）

1. 【答案】 B

2. 【答案】 B

3. 【答案】 A

4. 【答案】 D

5. 【答案】 B

6. 【答案】 B

7. 【答案】 A

8. 【答案】 A

9. 【答案】 A

10. 【答案】 C

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分，请把结果填在答题纸上的相应位置.）

11. 【答案】 $1:1:\sqrt{3}$

12. 【答案】 $\frac{8}{3}$

13. 【答案】 54π

14. 【答案】 ①④

15. 【答案】 $\frac{2\pi}{3}$.

三、解答题（本大题共 4 小题，共 40 分，解答应写出文字说明过程或演算步骤，请将答案写在答题纸上的相应位置.）

16. 【答案】（1）见解析；（2）见解析

17. 【答案】（1） $B = \frac{\pi}{3}$ ， $S_{\triangle ABC} = 10\sqrt{3}$ ，（2） $\frac{3\sqrt{3}}{14}$

18. 【答案】（1）证明见解析；（2） A_1C 与 BD 不可能垂直，证明见解析

19. 【答案】（1） $\frac{2\pi}{3}$ ；（2） $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$

四、选择题（共 4 小题，每小题 5 分、共 20 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置。）

20. 【答案】 B

21. 【答案】 A

22. 【答案】 C

23. 【答案】 B

五、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。）

24. 【答案】 点 P 在线段 AC 上

25. 【答案】 ①. ①②③ ②. $30\sqrt{3}$

26. 【答案】 1

27. 【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{7}$

28. 【答案】 $(2\sqrt{3}, 8\sqrt{3})$

29. 【答案】 $\sqrt{10}$

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯