

高二数学

满分：150 分

2023.4.

一. 选择题 (本大题共 10 小题, 共 50 分)

1. 已知 $f(x) = x^3 - 3x$, 则 $f'(0) =$

A. -3

B. -2

C. -1

D. 0

2. $(2x - \frac{1}{\sqrt{x}})^6$ 的展开式中 x^3 的系数为

A. 240

B. -240

C. 120

D. -160

3. 若曲线 $f(x) = \ln(2x+1)$ 在点 $(t, f(t))$ 处的切线的斜率为 2, 则 t 的值为

A. -1

B. $-\frac{1}{2}$

C. 0

D. 1

4. 已知函数 $f(x) = 2xe^x$, 则函数的极小值为A. $-\frac{1}{e}$ B. $-e$ C. $-\frac{2}{e}$ D. $-2e$

5. 将序号分别为 1, 2, 3, 4, 5 的五张参观券全部分给甲, 乙, 丙, 丁四人, 每人至少 1 张, 如果分给甲的两张参观券是连号, 那么不同分法的种数是

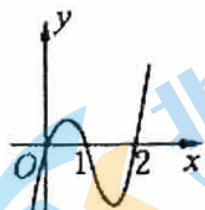
A. 6

B. 24

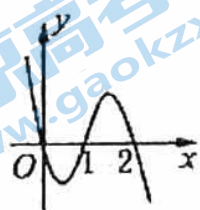
C. 60

D. 120

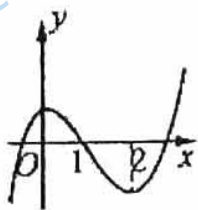
6. 甲, 乙, 丙三人报考志愿, 有 A, B, C 三所高校可供选择, 每人限报一所, 则恰有两人报考同一所大学的概率为

A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$ 7. 已知 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导数. 若 $y = f'(x)$ 的图象如图所示, 则 $y = f(x)$ 的图象最有可能是

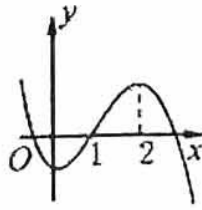
A.



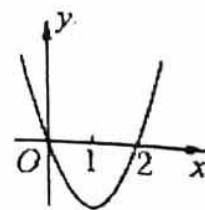
B.



C.



D.



第 7 题图

8. 设数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则 “ $a_2 > a_1$ ” 是 “ $\{a_n\}$ 为递增数列” 的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

9. 设直线 $x=t$ 与函数 $f(x)=x^2$, $g(x)=\ln x$ 的图象分别交于点 M, N , 则当 $|MN|$ 达到最小时 t 的值为 ()

- A. 1
B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. 高阶等差数列是数列逐项差数之差或高次差相等的数列, 中国古代许多著名的数学家对推导高阶等差数列的求和公式很感兴趣, 创造并发展了名为 “垛积术” 的算法, 展现了聪明才智. 如南宋数学家杨辉在《详解九章算法·商功》一书中记载的三角垛、方垛、刍甍垛等的求和都与高阶等差数列有关. 如图是一个三角垛, 最顶层有 1 个小球, 第二层有 3 个, 第三层有 6 个, 第四层有 10 个, 则第 30 层小球的个数为 ()



- A. 464
B. 465
C. 466
D. 495

二. 填空题 (本大题共 5 小题, 共 25 分)

11. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 + a_5 = -1$, $a_4 + a_6 = 2$, 则 $a_3 =$ _____

12. 随机变量 X 的分布列是

X	-2	1	2
P	a	b	$\frac{1}{2}$

若 $E(X)=1$, 则 $D(X)=$ _____.

13. 3 名男生和 2 名女生排成一队照相, 要求女生相邻, 共有 _____ 排法.

14. 若函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2a \ln x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是 _____.

15. 已知函数 $f(x) = e^x + a \sin x$, 则下列说法中, 所有正确的序号是_____.

- ①当 $a = -1$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增;
- ②当 $a = -1$ 时, $f(x)$ 在 $(0, f(0))$ 处的切线为 x 轴;
- ③当 $a = 1$ 时, $f(x)$ 在 $(-\pi, 0)$ 存在唯一极小值点 x_0 ;
- ④当 $a = 1$ 时, $f(x)$ 在 $(-\pi, 0)$ 一定存在零点.

三. 解答题 (本大题共 6 小题, 共 75 分) 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, 且 $a_{n+1} = 2a_n - 1, n \in \mathbb{N}^*$.

- (1) 求证: 数列 $\{a_n - 1\}$ 为等比数列;
- (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

17. 某单位有 A, B 两个餐厅为员工提供午餐与晚餐服务, 甲、乙两位员工每个工作日午餐和晚餐都在单位就餐, 近 100 个工作日选择餐厅就餐情况统计如下:

选择餐厅情况(午餐, 晚餐)	(A, A)	(A, B)	(B, A)	(B, B)
甲员工	30天	20天	40天	10天
乙员工	20天	25天	15天	40天

假设甲、乙员工选择餐厅相互独立, 用频率估计概率.

- (1) 分别估计一天中甲员工午餐和晚餐都选择 A 餐厅就餐的概率, 乙员工午餐和晚餐都选择 B 餐厅就餐的概率;
- (2) 试判断甲、乙员工在晚餐选择 B 餐厅就餐的条件下, 哪位员工更有可能午餐选择 A 餐厅就餐, 并说明理由.

18. 已知函数 $f(x) = x - ae^x$, $a \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最小值.

19. 某超市销售 5 种不同品牌的牙膏, 它们的包装规格均相同, 销售价格 (元/管) 和市场份额 (指该品牌牙膏的销售量在超市同类产品中所占比重) 如表:

牙膏品牌	A	B	C	D	E
销售价格	15	25	5	20	35
市场份额	15%	10%	25%	20%	30%

(1) 从这 5 种不同品牌的牙膏中随机抽取 1 管, 估计其销售价格低于 25 元的概率;

(2) 依市场份额进行分层抽样, 随机抽取 20 管牙膏进行质检, 其中 A 和 B 共抽取了 n 管.

① 求 n 的值;

② 从这 n 管牙膏中随机抽取 3 管进行氟含量检测, 记 X 为抽到品牌 B 的牙膏数量, 求 X 的分布列和数学期望.

(3) 品牌 F 的牙膏下月进入该超市销售, 定价 25 元/管, 并占有一定市场份额. 原有 5 个品牌的牙膏销售价格不变, 所占市场份额之比不变. 设本月牙膏的平均销售价为每管 a 元, 下月牙膏的平均销售价为每管 b 元, 比较 a, b 的大小 (只需写出结论)

20. 已知函数 $f(x) = \frac{x-1}{\ln x}$

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 求证: 当 $x > 1$ 时, $f(x) > 1$ 恒成立;

(3) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 求证: $\forall x_1, x_2 \in D$, 且 $x_1 < x_2$, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$.

21. 已知集合 $M = \{1, 2, 3, \dots, n\} (n \in \mathbf{N}^*)$, 若集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_m\} (m \in \mathbf{N}^*)$, 且对任意的 $b \in M$, 存在 $a_i, a_j \in A (1 \leq i < j \leq m)$, 使得 $b = \lambda_1 a_i + \lambda_2 a_j$ 其中 $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-1, 0, 1\}$, 则称集合 A 为集合 M 的一个 m 元基底.

(1) 分别判断下列集合 A 是否为集合 M 的一个二元基底, 并说明理由;

① $A = \{1, 5\}$, $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; ② $A = \{2, 3\}$, $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;

(2) 集合 A 是集合 M 的一个 m 元基底, 证明: $m(m+1) \geq n$;

(3) 若集合 A 为集合 $M = \{1, 2, 3, \dots, 19\}$ 的一个 m 元基底, 求出 m 的最小可能值, 并写出当 m 取最小值时 M 的一个基底 A .

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯