

# 2021 北京顺义高一（上）期末

## 数 学

满分 150 分，考试时间 120 分钟.

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分. 在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

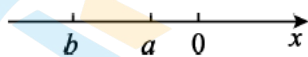
1. 已知全集  $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ， $A = \{1, 3\}$ ，则  $\complement_U A =$  ( )

- A.  $\{1, 3\}$                       B.  $\{5, 7, 9\}$                       C.  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$                       D.  $\emptyset$

2. 设命题  $P: \exists x \in \mathbf{R}, x+1 \geq 0$ ，则  $\neg P$  为 ( )

- A.  $\forall x \in \mathbf{R}, x+1 \geq 0$                       B.  $\exists x \in \mathbf{R}, x+1 < 0$   
C.  $\forall x \in \mathbf{R}, x+1 < 0$                       D.  $\exists x \notin \mathbf{R}, x+1 \geq 0$

3. 已知实数  $a, b$  在数轴上对应的点如图所示，则下列式子中正确的是 ( )



- A.  $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$                       B.  $a^2 > b^2$                       C.  $b - a > 0$                       D.  $|b|a < |a|b$

4. 三个实数  $a = 0.33$ ， $b = 2^{0.3}$ ， $c = \lg 0.3$  的大小关系是 ( )

- A.  $a > b > c$                       B.  $b > a > c$   
C.  $c > b > a$                       D.  $c > a > b$

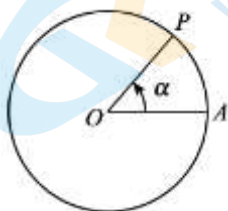
5. 函数  $f(x) = \ln x + 2x - 3$  的零点所在的大致区间是 ( )

- A. (1, 2)                      B. (2, 3)                      C. (3, 4)                      D. (4, 5)

6. “ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ”是“ $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ”的 ( )

- A. 充分而不必要条件                      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件                      D. 既不充分也不必要条件

7. 单位圆  $O$  圆周上的点  $P$  以  $A$  为起点做逆时针方向旋转，10 分钟转一圈，24 分钟之后  $OP$  从起始位置  $OA$  转过的角是 ( )



- A.  $-\frac{24\pi}{5}$       B.  $\frac{12\pi}{5}$       C.  $\frac{14\pi}{5}$       D.  $\frac{24\pi}{5}$

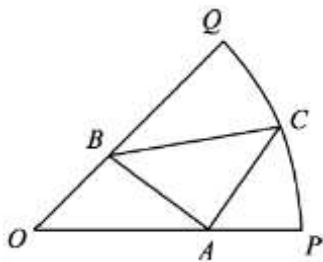
8. 在平面直角坐标系中，角  $\alpha$ 、角  $\beta$  的终边关于直线  $y = x$  对称，若  $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ ，则  $\sin \beta =$  ( )

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$       C.  $\pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$       D.  $-\frac{1}{3}$

9. 中国 5G 技术领先世界，5G 技术的数学原理之一便是著名的香农公式： $C = W \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right)$ . 它表示：在受噪声干扰的信道中，最大信息传递速度  $C$  取决于信道带宽  $W$ ，信道内信号的平均功率  $S$ ，信道内部的高斯噪声功率  $N$  的大小，其中  $\frac{S}{N}$  叫做信噪比. 当信噪比较大时，公式中真数中的 1 可以忽略不计. 按照香农公式，若不变带宽  $W$ ，而将信噪比  $\frac{S}{N}$  从 1000 提升至 10000，则  $C$  大约增加了 ( )

- A. 11%      B. 22%      C. 33%      D. 100%

10. 如图，已知  $OPQ$  是半径为  $r$ ，圆心角为  $\frac{\pi}{4}$  的扇形，点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  分别是半径  $OP$ 、 $OQ$  及扇形弧上的三个动点（不同于  $O$ 、 $P$ 、 $Q$  三点），则关于  $\triangle ABC$  的周长说法正确的是 ( )



- A. 有最大值，有最小值      B. 有最大值，无最小值  
C. 无最大值，有最小值      D. 无最大值，无最小值

二、填空题共 5 道小题，每题 5 分，共 25 分，把答案填在答题卡上.

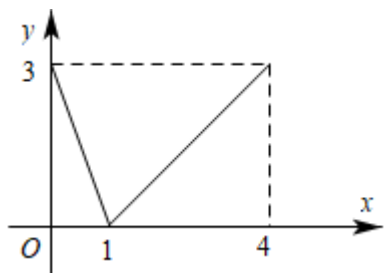
11.  $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) =$  \_\_\_\_\_

12. 函数  $f(x) = \ln(x-1) + \frac{1}{x-2}$  的定义域是 \_\_\_\_\_.

13. 已知  $\alpha$  第三象限角，且  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ， $\sin \alpha =$  \_\_\_\_\_.

14. 若函数  $f(x)$  在其定义域上单增，且零点为 2，则满足条件的一个  $f(x)$  可能是 \_\_\_\_\_.(写出满足条件的一个  $f(x)$  即可)

15. 已知函数  $f(x)$  的图象为如图所示的两条线段组成，则下列关于函数  $f(x)$  的说法：



①  $f(f(1)) = 3$ ;

②  $f(2) > f(0)$ ;

③  $f(x) = 2|x-1| - x + 1, x \in [0, 4]$ ;

④  $\exists a > 0$ , 不等式  $f(x) \leq a$  的解集为  $\left[\frac{1}{3}, 2\right]$ .

其中正确说法有\_\_\_\_\_。(写出所有正确说法的序号)

三、解答题共 6 道题，共 85 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16. 已知集合  $A = \{x | 1 < x < 3\}$ ,  $B = \{x | 2 < x < 4\}$ ,  $C = \{x | 0 < x < a\}$ .

(1) 求  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ;

(2) 若  $A \subseteq C$ , 求实数  $a$  的取值范围.

17. 已知不等式  $ax^2 - 5x + 2 < 0$  的解集是  $M$ .

(1) 若  $1 \in M$ , 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若  $M = \left\{x \mid \frac{1}{2} < x < 2\right\}$ , 求不等式  $-ax^2 + (2a+3)x - 6 < 0$  解集.

18. 某公司生产某种电子仪器的固定成本为 20000 元，每生产一台仪器需增加投入 100 元，已知总收入  $R$  (单位：

元)关于月产量  $x$  (单位：台)满足函数  $R = \begin{cases} 400x - \frac{1}{2}x^2, 1 \leq x \leq 400 \\ 80000, x > 400 \end{cases}$ .

(1) 将利润  $P(x)$  (单位：元)表示为月产量  $x$  的函数；(利润 = 总收入 - 总成本)

(2) 若称  $g(x) = \frac{P(x)}{x}$  为月平均单件利润(单位：元)，当月产量  $x$  为何值时，公司所获月平均单件利润最大？最大月平均单件利润为多少元？

19. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ .

(1) 当  $x \in \mathbf{R}$  时，求  $f(x)$  的最小正周期及单调递增区间；

(2) 求  $f(x)$  在  $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  上的最大值及最小值，并指出相应  $x$  的值.

20. 已知函数  $f(x) = \frac{x+m}{x^2-4}$  是定义在  $(-2, 2)$  上的奇函数.

(1) 确定  $f(x)$  的解析式；

(2) 用定义证明： $f(x)$  在区间  $(-2, 2)$  上是减函数；

(3) 解不等式  $f(t-1) + f(t) < 0$ .

21. 设集合  $S \subseteq \mathbf{N}^*$ , 且  $S$  中至少有两个元素, 若集合  $T$  满足以下三个条件: ①  $T \subseteq \mathbf{N}^*$ , 且  $T$  中至少有两个元素;

② 对于任意  $x, y \in S$ , 当  $y \neq x$ , 都有  $xy \in T$ ; ③ 对于任意  $x, y \in T$ , 若  $y > x$ , 则  $\frac{y}{x} \in S$ ; 则称集合  $T$  为集

合  $S$  的“耦合集”.

(1) 若集合  $S_1 = \{1, 2, 4\}$ , 求集合  $S_1$  的“耦合集”  $T_1$ ;

(2) 若集合  $S_2$  存在“耦合集”  $T_2$ , 集合  $S_2 = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ , 且  $p_4 > p_3 > p_2 > p_1$ , 求证: 对于任意

$$1 \leq i < j \leq 4, \text{ 有 } \frac{p_j}{p_i} \in S_2;$$

(3) 设集合  $S = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ , 且  $p_4 > p_3 > p_2 > p_1 \geq 2$ , 求集合  $S$  的“耦合集”  $T$  中元素的个数.

# 2021 北京顺义高一（上）期末数学

## 参考答案

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分. 在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 【答案】 B

2. 【答案】 C

3. 【答案】 A

4. 【答案】 B

5. 【答案】 A

6. 【答案】 B

7. 【答案】 D

8. 【答案】 D

9. 【答案】 C

10. 【答案】 C

二、填空题共 5 道小题，每题 5 分，共 25 分，把答案填在答题卡上.

11. 【答案】  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. 【答案】  $\{x|x>1 \text{ 且 } x \neq 2\}$

13. 【答案】  $-\frac{3}{5}$

14. 【答案】  $f(x) = x - 2$

15. 【答案】 ①③

三、解答题共 6 道题，共 85 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16. 【答案】 (1)  $A \cup B = (1, 4)$ ,  $A \cap B = (2, 3)$  (2)  $a \geq 3$

17. 【答案】 (1)  $(-\infty, 3)$ ; (2)  $\{x|x < \frac{3}{2} \text{ 或 } x > 2\}$

18. 【答案】 (1)  $P(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 300x - 20000, & 1 \leq x \leq 400 \\ -100x + 60000, & x > 400 \end{cases}$ ; (2) 当月产量为 200 时，月平均单件利润最

大，最大月平均单件利润为 100 元.

19. 【答案】 (1)  $T = \pi$ , 单调递增区间为  $\left[k\pi - \frac{\pi}{12}, k\pi + \frac{5\pi}{12}\right] (k \in \mathbb{Z})$  (2)  $x = -\frac{\pi}{12}$  时函数取得最小值  $-\frac{1}{2}$ ,

$x = \frac{\pi}{4}$  时函数取得最小值  $\frac{1}{4}$ .

20. 【答案】 (1)  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ ; (2) 详见解析; (3)  $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

21. 【答案】 (1)  $T_1 = \{2, 4, 8\}$ ; (2) 证明见详解; (3) 5个



## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯