高三文科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本试卷主要命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知 i 为虚数单位，则 $\frac{1+2i}{1-i}=$

A. $-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$　　B. $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$　　C. $-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$　　D. $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$

2. 集合 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{x|x=4-2a,a\in A\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{1\}$　　B. $\{0,2\}$　　C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{1,2\}$

3. 某人从甲地去乙地共走了 600 m，途经一条宽为 x m 的河流，该人不小心把一件物品丢在途中，若物品掉在河里就找不到，若物品不掉在河里，则能找到，已知该物品能被找到的概率为 $\frac{2}{3}$，则河宽为

A. 100 m　　B. 120 m　　C. 160 m　　D. 200 m

4. 设向量 $\boldsymbol{m}=(-1,2)$，$\boldsymbol{n}=(-2,1)$，若 $(k\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n})\perp(\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n})$，则 $k=$

A. $\frac{3}{4}$　　B. $-\frac{3}{4}$　　C. 1　　D. -1

5. 已知 $\sin(\frac{\pi}{6}-\alpha)=\cos(\frac{\pi}{6}+\alpha)$，则 $\sin2\alpha=$

A. 1　　B. -1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 0

6. 设 $a=3^{\frac{2}{3}}$，$b=\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{4}}$，$c=3^{\frac{1}{3}}$，则 a,b,c 的大小关系是

A. $b>c>a$　　B. $a>b>c$　　C. $c>a>b$　　D. $a>c>b$

7. 将函数 $y=\cos(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后，得到 $f(x)$ 的图象，则

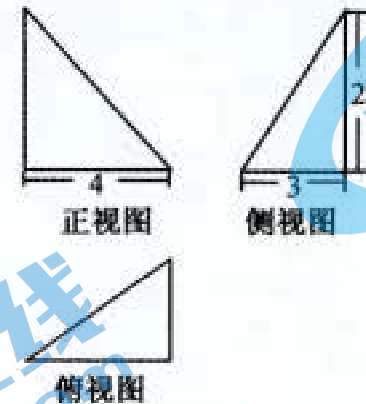
A. $f(x)$ 的图象关于 $x=-\frac{\pi}{3}$ 对称　　B. $f(x)=-\sin 2x$

C. $f(\frac{7\pi}{3})=\frac{1}{2}$　　D. $f(x)$ 的图象关于 $(\frac{\pi}{12},0)$ 对称

8. 明朝程大位的《算法统宗》中有首依等算钞歌:"甲乙丙丁戊己庚,七人钱本不均分,甲乙念三七钱钞,念六一钱戊己庚,惟有丙丁钱无数,要依等第数分明,请问先生能算者,细推详算莫差争."大意是:"现有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚七人,他们手里钱不一样多,依次成等差数列,已知甲、乙两人共 237 钱,戊、己、庚三人共 261 钱,求各人钱数."根据题目的已知条件,乙有

A. 122 钱　　B. 115 钱　　C. 108 钱　　D. 107 钱

9. 某几何体的三视图如图所示,则该几何体的最大棱长为



A. 10　　B. 9　　C. 8　　D. 7

10. 已知 M 是抛物线 C:$y^2=-4x$ 上的一点,F 为抛物线 C 的焦点,以 MF 为直径的圆与 y 轴相切于点 $(0,\sqrt{3})$,则点 M 的横坐标为

A. -3　　B. -2　　C. -4　　D. $-2\sqrt{3}$

11. 已知点 F_1、F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点,过 F_2 且垂直于 x 轴的直线与双曲线交于 A,B 两点,若 $\triangle ABF_1$ 是锐角三角形,则该双曲线离心率的取值范围是

A. $(1,\sqrt{2})$　　B. $(\sqrt{2},\sqrt{2}+1)$

C. $(1,\sqrt{2}+1)$　　D. $(\sqrt{2}+1,+\infty)$

12. 设点 $M(x_1,f(x_1))$ 和点 $N(x_2,g(x_2))$ 分别是函数 $f(x)=\frac{1}{6}x^3$ 和 $g(x)=x-1$ 图象上的点,且 $x_1\geqslant0$,$x_2\geqslant0$,若直线 $MN /\!/ x$ 轴,则 M,N 两点间的距离的最小值为

A. 1　　B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C. $1+\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　D. $1-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

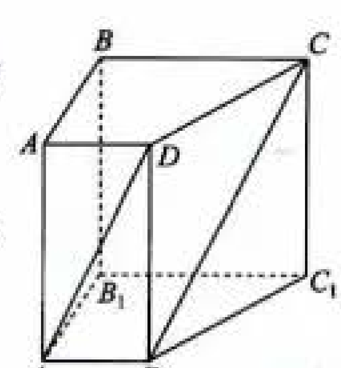
二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{2}{x},x<-2,\\3^x-x,x\geqslant-2,\end{cases}$ 则 $f(-4)+f(-1)=$________.

14. 若 x,y 满足 $\begin{cases}x+y\geqslant1,\\x-y\leqslant2,\\y\leqslant1,\end{cases}$ 则 $z=3x-4y$ 的最大值为________.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$,$a_{n+1}=2a_n+1(n\in\mathbf{N}^*)$,则数列 $\{na_n\}$ 的前 9 项和为________.

16. 已知棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$AA_1\perp$ 平面 $ABCD$,$AA_1=AB=BC=2AD=2$,$AD /\!/ BC$,$AB\perp BC$,则直线 A_1D 与直线 CD_1 所成的角的正切值为________.



三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17.(12 分)

已知 a,b,c 分别是$\triangle ABC$的内角 A,B,C 的对边，$2\sin\frac{7\pi}{6}\sin(\frac{\pi}{6}+C)+\cos C=-\frac{1}{2}$.

(1)求 C；

(2)若 $c=\sqrt{13}$，且$\triangle ABC$面积为 $3\sqrt{3}$，求 $\sin A+\sin B$ 的值.

18.(12 分)

已知某中学高三文科班学生共有 800 人参加了数学与地理的水平测试，学校决定利用随机数表法从中抽取 100 人进行成绩抽样调查，抽取的 100 人的数学与地理的水平测试成绩如下表：

成绩分为优秀、良好、及格三个等级；横向，纵向分别表示地理成绩与数学成绩，例如：表中数学成绩为良好的共有 $20+18+4=42$

人数		数学		
		优秀	良好	及格
地理	优秀	7	20	5
	良好	9	18	6
	及格	a	4	b

(1)若在该样本中，数学成绩优秀率是 30%，求 a,b 的值；

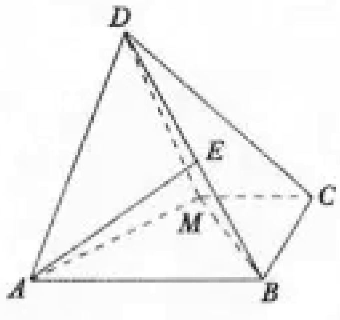
(2)在地理成绩及格的学生中，已知 $a\geqslant 11,b\geqslant 7$，求数学成绩优秀的人数比及格的人数少的概率.

19.(12 分)

如图，$\triangle ADM$是等腰直角三角形，$AD\perp DM$，四边形 $ABCM$ 是直角梯形，$AB\perp BC$，$MC\perp BC$，且 $AB=2BC=2CM=2$，平面 $ADM\perp$平面 $ABCM$.

(1)求证：$AD\perp BD$；

(2)若点 E 是线段 DB 上的一动点，问点 E 在何位置时，三棱锥$M-ADE$的体积为$\frac{\sqrt{2}}{12}$？



20.（12分）

已知函数 $f(x)=e^x-x$，其中 e 为自然对数的底数.

(1)求函数 $f(x)$ 的单调区间，并求 $f(x)$ 图象在 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

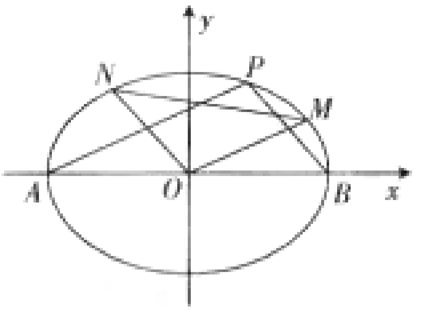
(2)当 $x>0$ 时，证明：$f(x)+\ln[\frac{f(x)}{x}+1]>2$.

21.（12分）

如图，已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过点 $(1,\frac{\sqrt{6}}{2})$，且离心率等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，点 A,B 分别为椭圆 C 的左、右顶点，M,N 是椭圆 C 上不同于顶点的两点，且 MN 与 x 轴不垂直.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)过点 A 作 $AP//OM$ 交椭圆 C 于点 P，若 $BP//ON$，求 $\triangle OMN$ 的面积.



(二)选考题：共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.[选修4—4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的方程是 $y=8$，圆 C 的方程为 $x^2+(y-2)^2=4$，以 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求直线 l 和圆 C 的极坐标方程；

(2)射线 $OM:\theta=\alpha$（其中 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$）与圆 C 交于 O,P 两点，将射线 OM 逆时针旋转 $\frac{\pi}{2}$ 与直线 l 交于点 Q，求 $\frac{|OP|}{|OQ|}$ 的取值范围.

23.[选修4—5：不等式选讲]（10分）

已知函数 $f(x)=|2x-3|+|ax+3|$，$a\in\mathbf{R}$.

(1)当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)<6$ 的解集；

(2)求证：$f(a+1)\geq\frac{15}{4}$.

高三文科数学参考答案、提示及评分细则

1. C　$\because \frac{1+2i}{1-i}=\frac{(1+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{-1+3i}{2}$.

2. B　$\because$集合 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{x|x=4-2a,a\in A\}$，$\therefore$集合 $B=\{4,2,0\}$，则 $A\cap B=\{0,2\}$.

3. D　由已知易得：$l_{从甲地到乙}=600$，$l_{途中涉水}=x$，故物品遗落在河里的概率 $P=\frac{x}{600}=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$，$\therefore x=200(\mathrm{m})$.

4. C　由 $k\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}=(-k,2k)-(-2,1)=(-k+2,2k-1)$，$\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}=(-3,3)$，

由题意可知，可知$(k\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n})\cdot(\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n})=0$，$-3(-k+2)+3(2k-1)=0$，解得 $k=1$.

5. B　$\because \sin(\frac{\pi}{6}-\alpha)=\cos(\frac{\pi}{6}+\alpha)$，$\therefore \frac{1}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-\frac{1}{2}\sin\alpha$，$\therefore \cos\alpha=-\sin\alpha$，$\therefore |\sin\alpha|=|\cos\alpha|=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=-1$.

6. D　由 $3>1$，指数函数 $y=3^x$ 单调递增，因为 $b=\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{4}}=3^{-\frac{3}{4}}$ 且 $3^{-\frac{3}{4}}<3^{\frac{1}{3}}<3^{\frac{2}{3}}$，即 $a>c>b$.

7. A　将函数 $y=\cos(2x+\frac{\pi}{3})$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位后，得到 $f(x)=\cos[2(x+\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{3}]=\cos(2x+\frac{2\pi}{3})=$

$-\sin(2x+\frac{\pi}{6})$的图象，故排除 B；

当 $x=-\frac{\pi}{3}$时，$f(x)=1$ 为最大值，故 $f(x)$的图象关于 $x=-\frac{\pi}{3}$对称，故 A 正确；

$f(\frac{7\pi}{3})=-\sin\frac{29\pi}{6}=-\sin\frac{5\pi}{6}=-\frac{1}{2}$，故排除 C；

当 $x=\frac{\pi}{12}$时，$f(x)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}\neq 0$，故 $f(x)$的图象不关于$(\frac{\pi}{12},0)$对称，故 D 错误.

8. B　依次记甲、乙、丙、丁、戊、己、庚七人钱数为等差数列$\{a_n\}$的前 7 项，依题有 $a_1+a_2=237$，$a_5+a_6+a_7=261$，则可求得数列$\{a_n\}$的公差 $d=-7$，$a_1=122$，故乙的钱数为 $a_2=a_1+d=122-7=115$.

9. D　由题知，该几何体可以扩为长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，$AA_1=2\sqrt{6}$，$AB=4$，$BC=3$，其中三棱锥A_1-ABC为该几何体，最大棱长 $A_1C=7$

10. A　设 $M(x_0,y_0)(x_0\leqslant 0)$，由抛物线性质知$\frac{y_0}{2}=\sqrt{3}$，$y_0=2\sqrt{3}$，代入抛物线 $C:y^2=-4x$，得 $x_0=-3$.

11. C　由$\triangle ABF_1$ 是锐角三角形，得$\angle AF_1F_2\in(0,\frac{\pi}{4})$，所以$|AF_2|<|F_1F_2|$，即$\frac{b^2}{a}<2c$，$2ac>b^2=c^2-a^2$，$e^2-2e-1<0$，又 $e>1$，所以 $1<e<\sqrt{2}+1$.

12. D　$\because$当 $x\geqslant 0$ 时，$f'(x)=\frac{1}{2}x^2\geqslant 0$，$\therefore$函数 $y=f(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增.

$\because$点 $M(x_1,f(x_1))$和点 $N(x_2,g(x_2))$分别是函数 $f(x)=\frac{1}{6}x^3$ 和 $g(x)=x-1$ 图象上的点，

且 $x_1\geqslant 0$，$x_2\geqslant 0$，若直线 $MN/\!/x$ 轴，则 $f(x_1)=g(x_2)$，即$\frac{1}{6}x_1^3=x_2-1$，

则 M，N 两点间的距离为$|x_2-x_1|=x_2-x_1=\frac{1}{6}x_1^3+1-x_1$.

令 $h(x)=\frac{1}{6}x^3+1-x,x\geqslant0$，则 $h'(x)=\frac{1}{2}x^2-1,h'(x)=0$，解得 $x=\sqrt{2}$ 或 $x=-\sqrt{2}$.

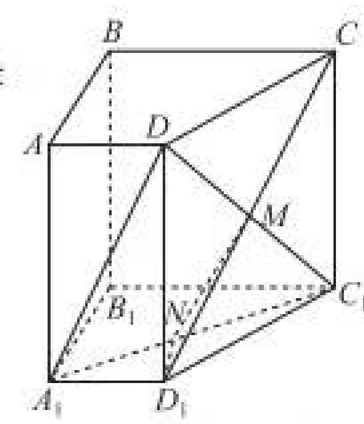
故 $h(x)$ 在 $[0,\sqrt{2})$ 上单调递减，$[\sqrt{2},+\infty)$ 上递增，故 $h(x)$ 的最小值为 $h(\sqrt{2})=1-\frac{2\sqrt{2}}{3}$，即 M,N 两点间的距离的最小值为 $1-\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

13. $\frac{5}{6}$　$f(-4)+f(-1)=\frac{2}{-4}+3^{-1}-(-1)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+1=\frac{5}{6}$.

14. $\frac{13}{2}$　作出可行域，易知当 $x=\frac{3}{2},y=-\frac{1}{2}$ 时，$z=3x-4y$ 取得最大值，即 $z_{max}=3\times\frac{3}{2}-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{13}{2}$.

15. 8149　$a_{n+1}+1=2(a_n+1),a_1+1=2,a_n+1=2^n,\therefore na_n=n\cdot2^n-n,S_9=T_9-\frac{9(9+1)}{2}=T_9-45=8149$.

16. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　如图，连接 C_1D 交 CD_1 于点 M，连接 A_1C_1，取 A_1C_1 中点 N，连接 MN、ND_1，则 M 是 C_1D 中点，$\therefore MN /\!/ A_1D$，$\therefore\angle NMD_1$ 是 A_1D 与 CD_1 所成的角或其补角，可求得 $MN=\frac{\sqrt{5}}{2}$，$D_1N=1,MD_1=\frac{3}{2}$，$\therefore MN\perp D_1N$，$\therefore\tan\angle NMD_1=\frac{D_1N}{MN}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.



17. 解：(1) 在 $\triangle ABC$ 中，由 $2\sin\frac{7\pi}{6}\sin(\frac{\pi}{6}+C)+\cos C=-\sin(\frac{\pi}{6}+C)+\cos C=-\frac{1}{2}$，……1分

可得 $\sin(\frac{\pi}{6}+C)-\cos C=\frac{1}{2}$，$\sin(C-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$，……4分

又 $\because -\frac{\pi}{6}<C-\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}$，$\therefore C-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$，$\therefore C=\frac{\pi}{3}$. ……6分

(2) 在 $\triangle ABC$ 中，由余弦定理可知 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，则 $a^2+b^2-ab=13$，……7分

又 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=3\sqrt{3}$，可得 $ab=12$，那么 $(a+b)^2-3ab=a^2+b^2-ab=13$，可得 $a+b=7$. ……10分

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{39}}{3}$ 可得 $\sin A+\sin B=\frac{a+b}{\frac{2\sqrt{39}}{3}}=\frac{7}{\frac{2\sqrt{39}}{3}}=\frac{7\sqrt{39}}{26}$. ……12分

18. 解：(1) $\frac{7+9+a}{100}=30\%$，解得 $a=14$，……2分

$\therefore b=100-30-(20+18+4)-(5+6)=17$. ……4分

(2) $a+b=100-(7+20+5)-(9+18+6)-4=31$，……6分

$\because a\geqslant11,b\geqslant7$，$\therefore$ 基本事件 (a,b) 分别为：(11,20)，(12,19)，(13,18)，(14,17)，(15,16)，(16,15)，(17,14)，(18,13)，(19,12)，(20,11)，(21,10)，(22,9)，(23,8)，(24,7)，共 14 种. ……8分

设 $a\geqslant11,b\geqslant7$，数学成绩优秀的人数比及格的人数少为事件 A，$a<b$.

事件 A 包括：(11,20)，(12,19)，(13,18)，(14,17)，(15,16) 共 5 个基本事件，……10分

$\therefore$ 数学成绩优秀的人数比及格的人数少的概率为 $P(A)=\frac{5}{14}$. ……12分

19. (1) 证明：$\because$ 四边形 $ABCM$ 是直角梯形，$AB\perp BC,MC\perp BC,AB=2BC=2MC=2$，

$\therefore BM=AM=\sqrt{2}$，……2分

$\therefore BM^2+AM^2=AB^2$，即 $AM\perp BM$. ……3分

∵平面 ADM⊥平面 $ABCM$，平面 $ADM\cap$平面 $ABCM=AM$，$BM\subset$平面 $ABCM$，

∴BM⊥平面 DAM，又 $DA\subset$平面 DAM， ·· 4 分

∴$BM\perp AD$，又 $AD\perp DM$，$DM\subset$平面 BDM，$BM\subset$平面 BDM，$DM\cap BM=M$，

∴AD⊥平面 BDM，∵$BD\subset$平面 BDM， ·· 5 分

∴$AD\perp BD$. ·· 6 分

(2)解：由(1)可知 BM⊥平面 ADM，$BM=\sqrt{2}$，

设$\frac{DE}{BD}=\lambda$，则 E 到平面 ADM 的距离 $d=\sqrt{2}\lambda$. ·· 7 分

∵$\triangle ADM$ 是等腰直角三角形，$AD\perp DM$，$AM=\sqrt{2}$，

∴$AD=DM=1$， ·· 9 分

∴$V_{\text{三棱锥}M-ADE}=V_{\text{三棱锥}E-ADM}=\frac{1}{3}S_{\triangle ADM}\cdot d=\frac{\sqrt{2}}{12}$，即$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times\sqrt{2}\lambda=\frac{\sqrt{2}}{12}$，∴$\lambda=\frac{1}{2}$. ···················· 11 分

∴E 为 BD 的中点. ·· 12 分

20. (1)解：由 $f'(x)=e^x-1$，

由 $f'(x)=e^x-1>0$，得 $x>0$，由 $f'(x)=e^x-1<0$，得 $x<0$. ·· 2 分

∴函数 $f(x)$的单调减区间为$(-\infty,0)$，单调增区间为$(0,+\infty)$； ·· 4 分

由 $f'(0)=0$，$f(0)=1$， ··· 5 分

得函数图象在$(0,f(0))$处的切线方程为 $y=1$. ··· 6 分

(2)证明：要证 $f(x)+\ln[\frac{f(x)}{x}+1]>2$；即证 $e^x-x+x-\ln x>2$. ··· 7 分

令 $f_1(x)=e^x-x$.

由(1)，当 $x>0$ 时，$f_1(x)>f_1(0)=1$，即 $e^x-x>1$. ① ··· 8 分

令 $f_2(x)=x-\ln x$，则 $f_2'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$. ·· 9 分

当 $0<x<1$ 时，$f'_2(x)<0$；当 $x>1$ 时，$f'_2(x)>0$.

∴$f_2(x)$在$(0,1)$上为减函数，在$(1,+\infty)$上为增函数. ··· 10 分

∴当 $x>0$ 时，$f_2(x)\geqslant f_2(1)=1$，即 $x-\ln x\geqslant1$. ② ··· 11 分

①②两式相加得 $e^x-x+x-\ln x>2$.

即 $f(x)+\ln[\frac{f(x)}{x}+1]>2$. ··· 12 分

21. 解：(1)由题意得：$\frac{1}{a^2}+\frac{(\frac{\sqrt{6}}{2})^2}{b^2}=1$，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$a^2=b^2+c^2$， ························ 2 分

解得：$\begin{cases}a^2=4\\b^2=2\end{cases}$，故椭圆 C 的方程为：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$. ·· 4 分

(2)设直线 AP 的方程为 $y=k_{OM}(x+2)$，

代入 $x^2+2y^2=4$ 得$(2k_{OM}^2+1)x^2+8k_{OM}^2x+8k_{OM}^2-4=0$，它的两个根为$-2$ 和

可得 $x_P=\frac{2-4k_{OM}^2}{2k_{OM}^2+1}$，$y_P=\frac{4k_{OM}}{2k_{OM}^2+1}$，从而 $k_{BP}=\frac{\frac{4k_{OM}}{2k_{OM}^2+1}}{\frac{2-4k_{OM}^2}{2k_{OM}^2+1}-2}=-\frac{1}{2k_{OM}}$， ……………………………… 6 分

因为 $BP//ON$，所以 $k_{OM}k_{ON}=-\frac{1}{2}$， ……………………………………………………………………… 7 分

设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

若直线 MN 的斜率存在，设直线 MN 的方程为 $y=kx+m$，代入 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$，

得 $(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-4=0$，

则 $x_1+x_2=-\frac{4km}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{2m^2-4}{2k^2+1}$，

$k_{OM}\cdot k_{ON}=\frac{y_1y_2}{x_1x_2}=\frac{k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2}{x_1x_2}=\frac{m^2-4k^2}{2m^2-4}=-\frac{1}{2}$，

化简得 $m^2=2k^2+1$， ……………………………………………………………………………………… 10 分

$S_{\triangle OMN}=\frac{1}{2}|m|\cdot|x_1-x_2|=\frac{1}{2}|m|\cdot\frac{\sqrt{8(4k^2+2-m^2)}}{2k^2+1}=\sqrt{2}$，

所以 $\triangle OMN$ 的面积等于 $\sqrt{2}$． ………………………………………………………………………… 12 分

22. 解：(1) 直线 l 的极坐标方程分别是 $\rho\sin\theta=8$，圆 C 的极坐标方程分别是 $\rho=4\sin\theta$； …………………… 4 分

(2) $\frac{|OP|}{|OQ|}=\frac{4\sin\alpha}{\frac{8}{\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}}=\frac{1}{4}\sin2\alpha$．因为 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，所以 $\frac{|OP|}{|OQ|}$ 的取值范围是 $\left(0,\frac{1}{4}\right]$． ……………………… 10 分

23. (1) 解：∵ $a=1$ 时，$f(x)=|2x-3|+|x+3|=\begin{cases}3x, & x>\frac{3}{2},\\ 6-x, & -3\leqslant x\leqslant\frac{3}{2},\\ -3x, & x<-3.\end{cases}$

∴当 $f(x)<6$ 得 $\frac{3}{2}<x<2$ 或 $0<x\leqslant\frac{3}{2}$

∴ $f(x)<6$ 的解集为 $\{x|0<x<2\}$． ……………………………………………………………………… 5 分

(2) 证明：$f(a+1)=|2a+2-3|+|a^2+a+3|=|2a-1|+|a^2+a+3|$

$\geqslant|(a^2+a+3)-(2a-1)|=|a^2-a+4|$，

又 $a^2-a+4=(a-\frac{1}{2})^2+\frac{15}{4}\geqslant\frac{15}{4}$，

当 $a=\frac{1}{2}$ 时，取"＝"，∴ $f(a+1)\geqslant\frac{15}{4}$． ……………………………………………………………… 10 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 〃 精益求精、专业严谨 〃 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。