

北师大实验中学 2023-2024 学年度第一学期期中试卷  
初三年级数学

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

考  
生  
须  
知

1. 本试卷共 8 页，共 3 道大题，28 道小题；答题纸共 3 页。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名、学号。
3. 试卷答案一律填写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题须用 2B 铅笔将选中项涂黑涂满，其他试题用黑色字迹签字笔作答。

命题人：张蓓、杨洁、王春华

审题人：杨洁

一、单项选择题（本题共 8 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项最符合题意。每小题 2 分，共 16 分）

1. 抛物线  $y=3(x-1)^2+5$  的顶点坐标为（ ）

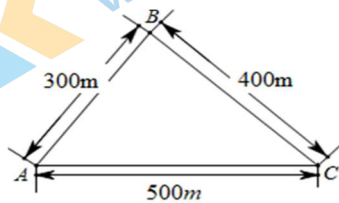
- A. (1,5)                      B. (0,5)                      C. (1,8)                      D. (0,8)

2. 用配方法解一元二次方程  $x^2-6x+4=0$ ，配方正确的是（ ）

- A.  $(x+3)^2=13$               B.  $(x+3)^2=5$               C.  $(x-3)^2=13$               D.  $(x-3)^2=5$

3. 如图，A, B, C 是某社区的三栋楼，若在 AC 中点 D 处建一个 5G 基站，其覆盖半径为 200m，则这三栋楼中在该 5G 基站覆盖范围内的是（ ）

- A. A, B, C 都不在              B. 只有 B  
C. 只有 A, C                      D. A, B, C

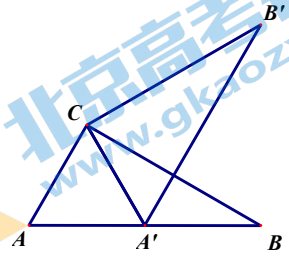


4. 已知点  $A(-3, y_1)$ ,  $B(1, y_2)$ ,  $C(4, y_3)$  在抛物线  $y=-(x-2)^2+5$  上，则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系是（ ）

- A.  $y_1 < y_2 < y_3$               B.  $y_2 < y_3 < y_1$               C.  $y_1 < y_3 < y_2$               D.  $y_3 < y_1 < y_2$

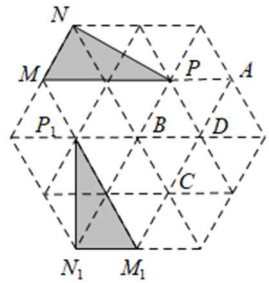
5. 如右图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ, \angle A = 60^\circ$ ,  $AB = 6$ . 将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  沿逆时针方向旋转至  $\triangle A'B'C$  的位置, 此时, 点  $A'$  恰好在  $AB$  上, 则点  $B$  与点  $B'$  的距离是 ( )

- A. 6  
B.  $3\sqrt{3}$   
C.  $2\sqrt{3}\pi$   
D.  $3\sqrt{3}\pi$



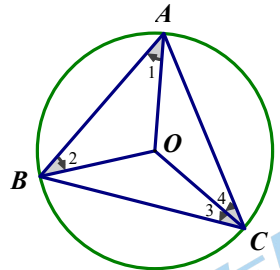
6. 如右图, 在正三角形网格中, 以某点为中心, 将  $\triangle MNP$  旋转, 得到  $\triangle M_1N_1P_1$ , 则旋转中心是 ( )

- A. 点  $A$     B. 点  $B$     C. 点  $C$     D. 点  $D$



7. 如右图, 不等边  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ , 下列结论不成立的是 ( )

- A.  $\angle AOB = 2\angle ACB$     B.  $\angle 1 = \angle 2$   
C.  $\angle 3 = \angle 4$     D.  $\angle ABC = \angle 1 + \angle 3$



8. 抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  过  $(0,0)$  和  $(3,3)$ , 且对称轴为直线  $x=t$ . 现有下面四个推断:

- ①若  $t=1$ , 则  $a=1$ ;  
②若  $t>1$ , 则  $a>1$ ;  
③若  $t<1$ , 则  $a<1$ ;  
④存在实数  $\lambda$ , 使得  $a(1-\lambda t)$  为定值. 其中推断正确的是 ( )

- A. ①③    B. ①④    C. ①②③    D. ①③④

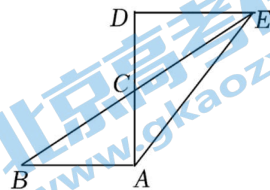
二、 填空题 (共 8 道小题, 每题 2 分, 共 16 分)

9. 点  $M(-1,3)$  关于原点的对称点的坐标为 \_\_\_\_\_.

10. 若圆锥的底面半径是 5, 侧面展开图是一个半圆, 则该圆锥的母线长为 \_\_\_\_\_.

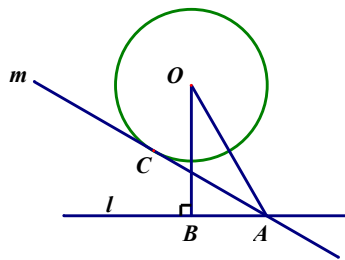
11. 若  $x=1$  是一元二次方程  $x^2 - 3x + k = 0$  的一个根, 则  $k$  的值为 \_\_\_\_\_.

12. 如右图,  $\triangle DEC$  与  $\triangle ABC$  关于点  $C$  成中心对称,  $AB=3, AC=2, \angle CAB=90^\circ$ , 则  $AE$  的长是\_\_\_\_\_.

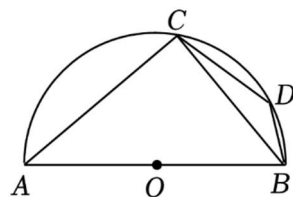


13. 若关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2+x+2=0$  有两个不相等的实数根, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

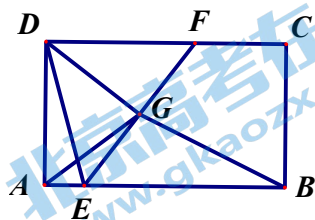
14. 如图,  $\odot O$  与直线  $l$  相离, 圆心  $O$  到直线  $l$  的距离  $OB=3\sqrt{3}$ ,  $OA=6$ , 将直线  $l$  绕点  $A$  顺时针旋转  $30^\circ$  后得到的直线  $m$  刚好与  $\odot O$  相切于点  $C$ , 则  $\odot O$  的半径是\_\_\_\_\_.



15. 如图,  $AB$  是半圆  $O$  的直径, 点  $C, D$  在半圆  $O$  上. 若  $\angle ABC=50^\circ$ , 则  $\angle BDC$  的度数是\_\_\_\_\_.



16. 矩形  $ABCD$  中,  $AB=5, BC=3$ , 点  $E$  是  $AB$  边上的一个动点, 连接  $DE$ ,  $\angle DEB$  的角平分线  $EF$  交  $CD$  边于点  $F$ , 若  $DG \perp EF$  于点  $G$ , 连接  $AG, BG$ , 则  $AG+BG$  的最小值是\_\_\_\_\_.



三、解答题 (共 12 道小题, 17,27,28 题, 每题 7 分, 18~20,23,24 题, 每题 5 分, 21 题 4 分, 22,25,26 题, 每题 6 分, 共 68 分)

17. 选择合适的方法解方程:

(1)  $4x^2=81$ ; (2)  $2x^2+3x=3$ .

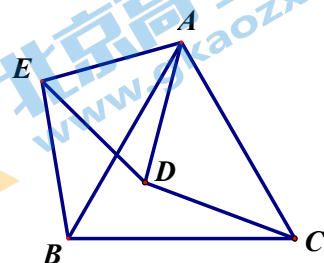
18. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2-(k+5)x+2k+6=0$ .

- (1) 求证: 此方程总有两个实数根;
- (2) 若此方程恰有一个根小于  $-1$ , 求  $k$  的取值范围.

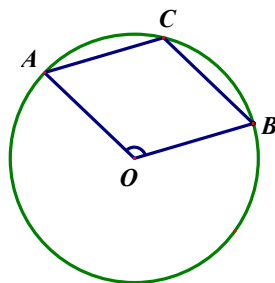
19. 如图,  $D$  是等边三角形  $ABC$  内一点, 将线段  $AD$  绕点  $A$  顺时针旋转  $60^\circ$ , 得到线段  $AE$ , 连接  $CD, BE$ .

(1) 求证:  $\triangle AEB \cong \triangle ADC$ ;

(2) 连接  $DE$ , 若  $\angle ADC = 96^\circ$ , 求  $\angle BED$  的度数.



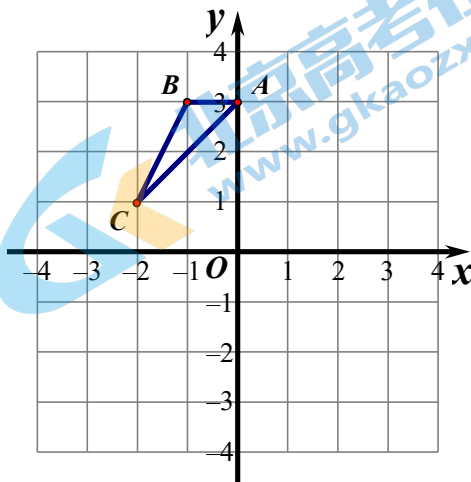
20. 如图,  $A, B$  是  $\odot O$  上的两点,  $\angle AOB = 120^\circ$ ,  $C$  是  $\widehat{AB}$  的中点. 求证: 四边形  $OACB$  是菱形.



21. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $\triangle ABC$  的三个顶点的坐标分别为  $A(0,3)$ ,  $B(-1,3)$ ,  $C(-2,1)$ .

(1) 将  $\triangle ABC$  绕着点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle A'B'C'$ , 其中点  $A$  与点  $A'$  对应, 点  $B$  与点  $B'$  对应, 请在坐标系中画出  $\triangle A'B'C'$ , 并写出点  $B'$  的坐标;

(2) 若点  $P(a,b)$  是  $\triangle ABC$  内部任意一点, 请直接写出这个点绕着点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到的点  $P'$  的坐标.

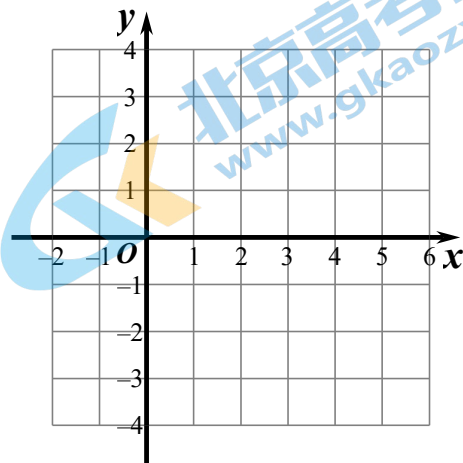


22. 已知二次函数  $y = x^2 - 4x + c$ ，它的图象过点  $A(2, -3)$ ，并且与  $y$  轴交于点  $B$ 。

(1) 求二次函数的解析式和点  $B$  坐标；

(2) 当  $1 < x < 4$  时，结合函数图象，直接写出函数值  $y$  的取值范围；

(3) 若直线  $y = kx + b$  也经过点  $A, B$  两点，直接写出关于  $x$  的不等式  $kx + b < x^2 - 4x + c$  的解集。



23. 已知： $\odot O$  和圆外一点  $P$ ，求作：过点  $P$  的  $\odot O$  的切线。

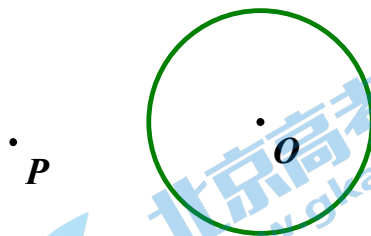
作法：①作射线  $PO$ ，交  $\odot O$  于点  $M, N$ ；

②以  $P$  为圆心， $PO$  为半径作  $\odot P$ ，以  $O$  为圆心， $MN$  的长为半径画弧交  $\odot P$  于点  $A$ ；

③连接  $PA, OA$ ， $OA$  交  $\odot O$  于点  $B$ ；

④作直线  $PB$ 。

所以直线  $PB$  为  $\odot O$  的切线。



(1) 使用直尺和圆规进行尺规作图，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明。

证明： $\because OA = MN, OB = OM,$

$$\therefore OB = \frac{1}{2} OA.$$

$\because PO = PA,$

$\therefore PB \perp OA.$  ( ) (填推理的依据)

$\therefore$  半径  $OB \perp BP.$

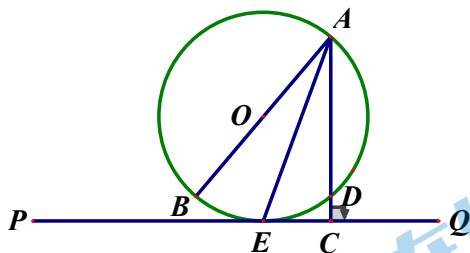
$\therefore$  直线  $PB$  为  $\odot O$  的切线. ( ) (填推理的依据)

24. 某公司以每件 50 元的价格购进一种商品，规定销售时的单价不低于成本价，又不高于每件 70 元，在销售过程中发现这种商品每天的销售量  $y$  (件) 与每件的销售单价  $x$  (元) 满足一次函数关系： $y = -10x + 1000$ .

- (1) 当  $x = 60$  时，每件的利润是\_\_\_\_\_元，总利润为\_\_\_\_\_元；
- (2) 若设总利润为  $w$  元，则  $w$  与  $x$  的函数关系式是\_\_\_\_\_；
- (3) 销售单价定为多少元时，此时利润最大，最大利润是多少？

25. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径，直线  $PQ$  经过  $\odot O$  上的点  $E$ ， $AC \perp PQ$  于点  $C$ ，交  $\odot O$  于  $D$ ， $AE$  平分  $\angle BAC$ .

- (1) 求证：直线  $PQ$  是  $\odot O$  的切线；
- (2) 若  $AD = 6$ ， $EC = 2$ ，求  $CD$  的长.



26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A(-2, y_1)$ ，

$B(\frac{2}{3}a, y_2)$ ， $C(m, y_3)$  三个点在抛物线  $y = x^2 - 2ax$  ( $a > 0$ ) 上.

- (1) 当  $a = 1$  时，直接写出抛物线的对称轴及  $y_1$  和  $y_2$  的大小关系；
- (2) 若  $m = 3$ ， $y_1 = y_3$ ，则  $a$  的值是\_\_\_\_\_；
- (3) 若对于任意  $2 \leq m \leq 4$ ，都满足  $y_1 > y_3 > y_2$ ，求  $a$  的取值范围.



27. 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 将线段  $AB$  绕点  $A$  逆时针旋转  $\alpha$  ( $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ) 得到线段  $AE$ , 作  $\angle BAE$  的角平分线交边  $CD$  于点  $P$ , 连接  $ED$  并延长交射线  $AP$  于点  $F$ , 连接  $CF$ .

- (1) 依题意补全图 1, 求  $\angle AFE$  的大小;
- (2) 写出线段  $ED$  与  $CF$  的数量关系, 并证明;
- (3) 连接  $CE$ , 点  $G$  是  $CE$  的中点,  $AB=2$ , 直接写出线段  $DG$  的最小值.

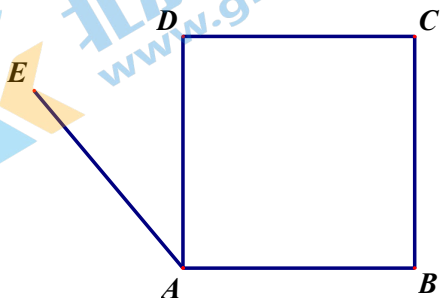
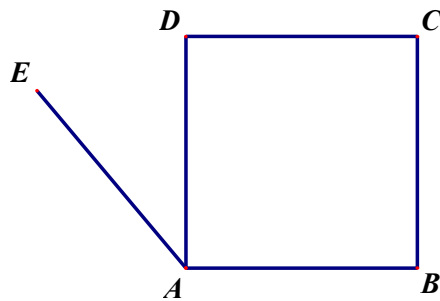


图 1



备用图

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $\odot O$  的半径为 1, 对于点  $A$  和线段  $BC$ , 给出如下定义: 若将线段  $BC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $90^\circ$  可以得到  $\odot O$  的弦  $B'C'$  ( $B', C'$  分别是  $B, C$  的对应点), 则称线段  $BC$  是  $\odot O$  的以点  $A$  为中心的“关联线段”.

(1) 如图 1, 点  $A, B_1, C_1, B_2, C_2, B_3, C_3$  的横、纵坐标都是整数.

① 在线段  $B_1C_1, B_2C_2, B_3C_3$  中,  $\odot O$  的以点  $A$  为中心的“关联线段”是\_\_\_\_\_;

② 若线段  $DE$  是  $\odot O$  的以点  $P$  为中心的“关联线段”, 则点  $P$  的坐标是\_\_\_\_\_;

(2) 如图 2, 已知点  $Q(-2, 0)$ , 若直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$  上存在  $\odot O$  的以点  $Q$  为中心的“关联线段”, 求出  $b$  的取值范围.

(3) 已知  $\triangle ABC$  中, 点  $C(-2, t)$ ,  $AC = BC = 1$ ,  $AB = \sqrt{3}$ , 直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$  交  $x$  轴于点  $M$ , 若  $AB$  是  $\odot O$  的以点  $M$  为中心的“关联线段”, 直接写出  $t$  的最大值, 以及此时  $b$  的值.

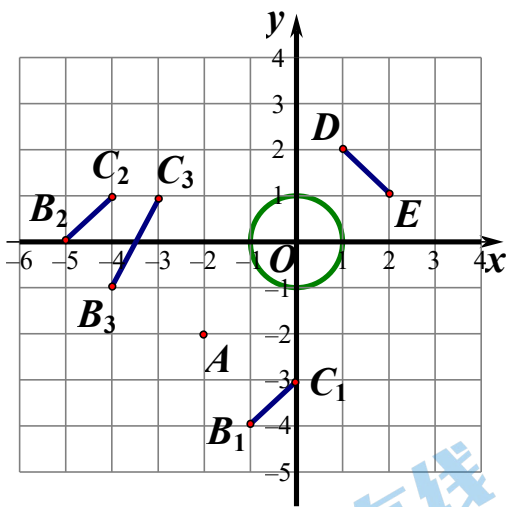


图 1

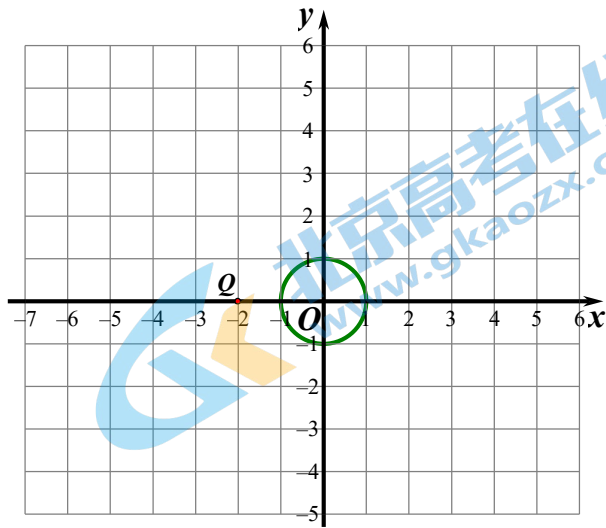


图 2



北师大实验 2023 — 2024 初三上数学期中考试答案

一、单项选择题(每题 2 分,共 16 分)

1-5 A D A C B 6-8 B C D

二、填空题(每题 2 分,共 16 分)

9. (1, -3);

10. 10;

11. 2;

12. 5;

13.  $a < \frac{1}{8}$  且  $a \neq 0$  ;

14. 3;

15.  $140^\circ$ ;

16.  $\sqrt{34}$ ;

三、解答题(共 68 分)

17. (1)  $x^2 = \frac{81}{4}$  ..... 1 分

$x = \pm \frac{9}{2}$  ..... 3 分

(2)  $\Delta = 9 - 4 \times 2 \times (-3) = 33$ , ..... 1 分

$\therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{4}$ . ..... 3 分

$\therefore x_1 = \frac{-3 + \sqrt{33}}{4}, x_2 = \frac{-3 - \sqrt{33}}{4}$ . ..... 4 分

18. (1)  $\because \Delta = (k+5)^2 - 4 \times 1 \times (2k+6) = (k+1)^2 \geq 0$ .

$\therefore$  此方程总有两个实数根; ..... 2 分

(2) 由公式法得  $x_1 = 2, x_2 = k + 3$ .

$\because$  方程恰有一个根小于 -1

$\therefore k + 3 < -1$

$\therefore k < -4$ . ..... 5 分

19. (1)  $\because$  等边三角形  $ABC$ ,

$\therefore AB = AC, \angle BAC = 60^\circ$ . ..... 1 分

$\because$  线段  $AD$  绕点  $A$  顺时针旋转  $60^\circ$  得到线段  $AE$ ,

$\therefore$  等边三角形  $ADE$ ,

$\therefore AD = AE, \angle EAD = \angle AED = 60^\circ$ .

$\therefore \angle EAB = \angle DAC$ .

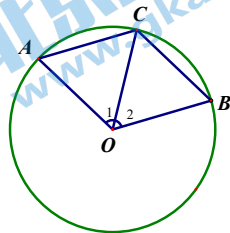
$\therefore \triangle AEB \cong \triangle ADC$  (SAS) ..... 3 分

(2)  $\because \triangle AEB \cong \triangle ADC$ ,

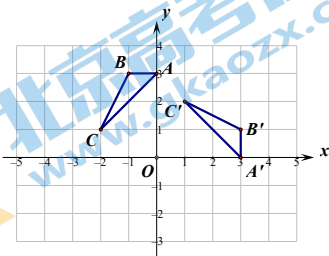
$\therefore \angle AEB = \angle ADC = 96^\circ$ . ..... 4 分

$\therefore \angle BED = \angle AEB - \angle AED = 96^\circ - 60^\circ = 36^\circ$ . ..... 5 分

20.证明:  $\because C$  是  $\widehat{AB}$  的中点,  
 $\therefore \angle 1 = \angle 2 = 60^\circ$ . ..... 2分  
 $\because OA = OC = OB$ ,  
 $\therefore$  等边  $\triangle AOC, \triangle BOC$ .  
 $\therefore AC = OC = BC = OB = AO$ , ..... 4分  
 $\therefore$  四边形  $OACB$  是菱形. .... 5分



21. (1)



..... 2分  
 $B'$  的坐标为  $(3, 1)$ . ..... 3分  
 $(2) P'$  的坐标为  $(b, -a)$ . ..... 4分

22. (1) 将点  $A(2, -3)$  代入解析式得:

$$-3 = 4 - 8 + c, \text{ 解得 } c = 1.$$

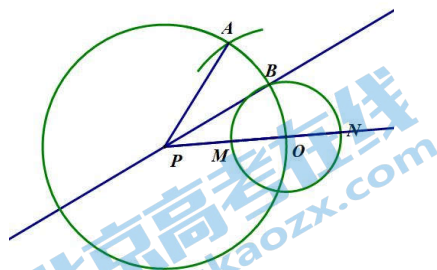
$\therefore$  解析式是  $y = x^2 - 4x + 1$ , 点  $B(0, 1)$  ..... 2分

(2)  $-3 \leq y < 1$  ..... 4分

(3)  $x < 0$  或  $x > 2$  ..... 6分

23.

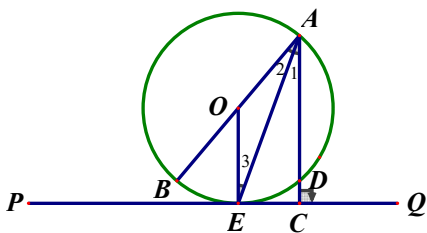
(1)



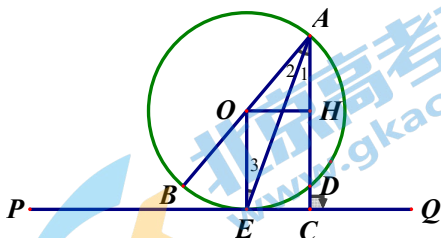
..... 2分  
 (2) 依据 1: 三线合一; ..... 3分  
 依据 2: 经过半径外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线. .... 5分

24. (1) 10 元; 4000 元. .... 2 分  
 (2)  $w = (x - 50)(-10x + 1000) = -10x^2 + 1500x - 50000$  ..... 3 分  
 (3)  $\therefore$  对称轴  $x = 75, a = -10$ ,  
 $\therefore$  当  $50 < x \leq 70$  时,  $w$  随  $x$  的增大而增大.  
 $\therefore$  当  $x = 70$  时, 利润最大,  $w$  的最大值  $= (70 - 50)(-700 + 1000) = 6000$  元.  
 答: 最大利润是 6000 元. .... 5 分

25. (1) 证明: 连接  $OE$ ,  
 $\therefore AC \perp PQ$ ,  
 $\therefore \angle ACQ = 90^\circ$ .  
 $\therefore AE$  平分  $\angle BAC$ ,  
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$ . .... 1 分  
 $\therefore OA = OE$ ,  
 $\therefore \angle 2 = \angle 3$ .  
 $\therefore \angle 3 = \angle 1$ .  
 $\therefore OE \parallel AD$ .  
 $\therefore \angle OEC = \angle ACQ = 90^\circ$ .  
 $\therefore$  半径  $OE \perp PQ$ ,  
 $\therefore$  直线  $PQ$  是  $\odot O$  的切线. .... 3 分



- (2) 作  $OH \perp AD$ .  
 $\therefore AH = DH = 3$ . .... 4 分  
 $\therefore \angle OEC = \angle OEC = \angle ECD = 90^\circ$ ,  
 $\therefore$  四边形  $OHCE$  是矩形.  
 $\therefore OH = EC = 2$ .  
 在  $Rt\triangle AOH$  中,  $OA^2 = 2^2 + 3^2 = 13$ .  
 $\therefore OA = \sqrt{13}$ .  
 $\therefore CD = HC - HD = \sqrt{13} - 3$ . .... 6 分



26. (1) 对称轴  $x = 1, y_1 > y_2$ . .... 2 分  
 (2)  $a = \frac{1}{2}$ . .... 3 分  
 (3)  $a > 6$  或  $1 < a < \frac{3}{2}$  (要有过程). .... 6 分

27.  
 (1) 补全图形 ..... 1 分  
 $\therefore$  正方形  $ABCD$ ,  
 $\therefore AD = AB, \angle DAB = 90^\circ$ .

∵ 线段  $AB$  绕点  $A$  逆时针旋转  $\alpha$  ( $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ) 得到线段  $AE$ ,

∴  $\angle EAB = \alpha, AE = AB$ .

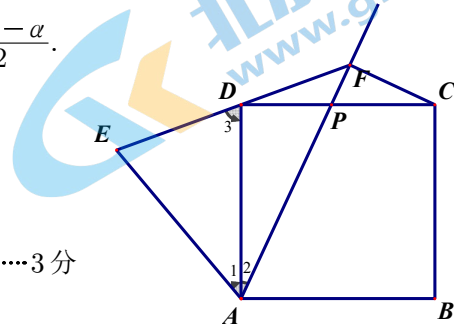
$$\therefore \angle 1 = \alpha - 90^\circ, \angle 3 = \frac{180 - (\alpha - 90)}{2} = \frac{270 - \alpha}{2}.$$

∵  $AP$  平分  $\angle EAB$ ,

$$\therefore \angle EAP = \frac{\alpha}{2}.$$

$$\therefore \angle 2 = \frac{\alpha}{2} - (\alpha - 90^\circ) = \frac{180 - \alpha}{2}.$$

$$\therefore \angle AFE = \angle 3 - \angle 2 = 45^\circ. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$



$$(2) ED = \sqrt{2}CF. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

证明: 作  $AH \perp DE$  交  $DE$  于点  $H$ , 截取  $HK = HD$ , 连接  $DK$ .

∴ 等腰  $Rt\triangle DHK$ .

$$\therefore \angle HDK = 45^\circ.$$

∵  $AE = AD$ ,

$$\therefore DH = EH, \angle HAD = \frac{1}{2} \angle DAE = \frac{\alpha}{2} - 45^\circ.$$

$$\therefore \angle FDC = 180^\circ - \angle ADE - \angle ADC = \frac{\alpha}{2} - 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DAK = \angle FDC.$$

∵  $\angle AFD = 45^\circ, AH \perp DE$ ,

$$\therefore HF = AH.$$

$$\therefore DH = HK,$$

$$\therefore AK = DF,$$

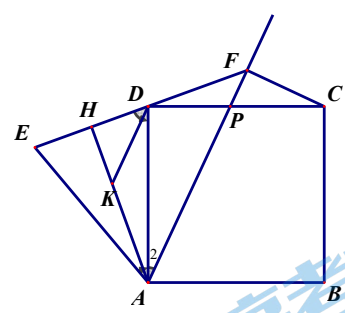
$$\therefore AD = DC,$$

$$\therefore \triangle AKD \cong \triangle DFC (SAS).$$

$$\therefore FC = DK = \sqrt{2}DH,$$

$$\therefore DE = \sqrt{2}FC. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(3) DG \text{ 的最小值是 } \sqrt{2} - 1. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$



$$28. (1) \textcircled{1} B_2C_2; \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\textcircled{2} (0, 1), (0, 2); \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$(2) 2 < b < 2 + \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ (要有过程)} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(3) t \text{ 的最大值是 } 2 + \sqrt{2}, \text{ 此时 } b \text{ 的值是 } \frac{4\sqrt{3} + \sqrt{6}}{6}. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

# 北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年10-11月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

